على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقط)

ليكن α عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $]0;1[$

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : و $U_0 = 2$ $U_{n+1} = \dfrac{(1+\alpha)U_n - \alpha}{U_n}$

1) أ- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $U_n \geq 1$.

ب- بيّن أن المتتالية (U_n) متناقصة ،ثم استنتج أن (U_n) متقاربة واحسب نهايتها .

2) لتكن (V_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n = \dfrac{U_n - 1}{U_n - \alpha}$

أ- بيّن أن (V_n) متتالية هندسية أساسها α

ب- أكتب عبارة V_n بدلالة n و α واستنتج عبارة U_n بدلالة n و α.

جـ - تحقق من نتيجة السؤال 1) جـ) وذلك بحساب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

التمرين الثاني:(05 نقط)

I) ليكن $P(z)$ كثير حدود للمتغيّر المركب z حيث : $P(z) = z^3 + z^2 - 4z + 6$.

1) بيّن أنه ، من أجل كل عدد مركب z ، $\overline{P(z)} = P(\overline{z})$.

2) تحقق أن $1+i$ جذر لكثير الحدود $P(z)$ ، ثم استنتج جذرا آخر له .

3) حل ، في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة $P(z) = 0$.

II) نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقط A ، B و C التي لاحقاتها : $z_A = -1$ ، $z_B = 1+i$ و $z_C = \overline{z_B}$ على الترتيب .

1) التحويل النقطي S ،يرفق بكل نقطة $M(z)$ من المستوي النقطة $M'(z')$ حيث: $z' = (1+i)z + i$

أ - ما طبيعة التحويل S ؟ عيّن عناصره المميّزة .

ب- لتكن M نقطة تختلف عن A . ما طبيعة المثلث AMM' ؟

2) n عدد طبيعي و M_n نقطة من المستوي تختلف عن A ، لاحقتها العدد المركب z_n .

نضع : $M_0 = O$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $M_{n+1} = S(M_n)$.

أ- أثبت أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $z_n = (1+i)^n - 1$.

ب- عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها تكون النقط O ، A و M_n في استقامية .

التمرين الثالث:(04 نقط)

تحتوي علبة على 7 كرات لا نميّز بينها عند اللمس ، 4 منها تحمل الرقم 1 وَ كرتان تحملان الرقم 2 وَ كرة واحدة تحمل الرقم 0 .

1- نسحب ثلاث كرات في آن واحد :أ) أحسب إحتمال الحوادث التالية :

A : " الكرات المسحوبة تحمل نفس الرقم " ، B : "يوجد في الكرات المسحوبة الرقم 0 " .

C : " مجموع الأرقام المسحوبة يساوي 3 " .

ب)علما أنّ مجموع الأرقام التي تحملها الكرات يساوي 3،ما هوإحتمال أن تحمل نفس الرقم

2- X هو المتغيّر العشوائي الذي يرفق كل سحب 3 كرات بمجموع الأرقام المسحوبة :

أكتب قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X ، ثمّ أحسب أمله الرياضي .

3- نسحب الآن ثلاث كرات على التوالي و بدون إرجاع وَ نسجل بالأرقام المسحوبة عددا طبيعيا رقم آحاده هو الرقم المسحوب ثالثا ، وَ رقم عشراته يسحب ثانيا ، وَ رقم المئات هو الرقم المسحوب أوّلا :

أ)أحسب إحتمال سحب عدد يقبل القسمة على 111.

ب)ماهو إحتمال سحب عدد يقبل القسمة على 5 ؟

التمرين الرابع:(07 نقط)

f دالة معرفة على المجموعة $I=]-1;1[\cup]1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{1}{x-1}+\ln(x+1)$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1-احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1} f(x)$ ماذا تستنتج بالنسبة لـ (C_f).ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2-أ)بين أن : $f'(x)=\frac{x(x-3)}{(x-1)^2(x+1)}$.ثم استنتج إشارة $f'(x)$ على I ثم شكل جدول تغيرات f .

ب)عين معادلة المماس (Δ) لـ (C_f) في نقطة ذات الفاصلة 2

3) g دالة معرفة على $]1;+\infty[$ بـ: $g(x)=\frac{1}{x-1}+\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$

أ) بين أنه من أجل كل x من $]1;+\infty[$ ، $\frac{x+1}{x}>1$.ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]1;+\infty[$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.ماذا تستنتج ؟

جـ)نسمي (C) التمثيل البياني للدالة $x\mapsto \ln x$.حدد وضعية (C_f) بالنسبة لـ (C) على $]1;+\infty[$

د) ارسم (C) و (Δ) ثم المنحنى (C_f).

4)حل بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماما m المعادلة التالية: $(x-1)\ln\left(\frac{x+1}{m}\right)=-1$