

على كل مرشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين  
**الموضوع الأول**

التمرين الأول: (05 نقط)

(u<sub>n</sub>) المتالية المعرفة بـ  $u_1 = \frac{1}{2} u_n$  ومن أجل كل عدد طبيعي غير معادل n،  $u_{n+1} = \frac{n+1}{2n} u_n$ .

أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معادل n،  $u_n > 0$ .

ب- ادرس اتجاه تغير المتالية (u<sub>n</sub>).

ج- هل المتالية (u<sub>n</sub>) متقاربة؟

2) من أجل كل عدد طبيعي غير معادل n، نضع:  $v_n = \frac{u_n}{n}$ .

أ- بين المتالية (v<sub>n</sub>) متالية هندسية يطلب تعين أساسها وحدتها الأولى v<sub>1</sub>.

ب- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معادل n، نضع:  $u_n = \frac{n}{2^n}$ .

ج- لتكن الدالة f المعرفة على المجال [1; +∞[ بـ  $f(x) = \ln x - x \ln 2$ .  
 عين نهاية الدالة f عند +∞، ثم استنتج نهاية المتالية (u<sub>n</sub>).

التمرين الثاني: (04 نقط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة التالية: (1) .....  $z^2 - 2z + 4 = 0$

1) حل في C المعادلة (1).

2) إستنتاج حلاً للمعادلة:  $(\bar{z} + 2 + 2i\sqrt{3})^2 - 2\bar{z} - 4i\sqrt{3} = 0$ .

3) ينسب المستوى المركب إلى معلم متامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ . نعتبر النقط C, B, A و D التي

لواحقها على الترتيب  $z_D = -1 - i\sqrt{3}$  ،  $z_B = -1 + 3i\sqrt{3}$  ،  $z_A = 1 + i\sqrt{3}$  و  $z_C = -1 + i\sqrt{3}$ .

أ) احسب العددين المركبين  $z_{\overline{AB}}$  و  $z_{\overline{AD}}$  ثم استنتاج طبيعة المثلث ABD.

ب) عين العبارة المركبة للتشابه S الذي مركزه B ونسبة  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  وزاويته  $\frac{\pi}{6}$ .

ج) عين  $z_E$  لاحقة القطة E صورة C بالتشابه S.

د) احسب العدد المركب  $z = \frac{z_B - z_E}{z_A - z_E}$  ، ثم استنتاج طبيعة الرباعي ABED.

### التمرين الثالث: 04 نقط

1- من أجل كل عددين طبيعيين  $n$  و  $p$  حيث  $n > p$  لدينا :  $C_p^n = \frac{n!}{p!(n-p)!}$

بين من أجل كل عددين طبيعيين  $n$  و  $p$  حيث  $n < p < 1$  أن :  $C_p^n = C_{p-1}^{n-1} + C_p^{n-1}$

2- كيس يحوي 10 قريصات لا نفرق بينها في اللمس منها 7 بيضاء مرقمة من 1 إلى 7 و 3 قريصات سوداء مرقمة من 1 إلى 3 نسحب في آن واحد قريصتين من الكيس.

1- أ) نعتبر الحادثة  $A$  "الحصول على قريصتين ببيضاوين" ، بين أن احتمال الحادثة  $A$  يساوي:  $\frac{7}{15}$

ب) نعتبر الحادثة  $B$  "الحصول على قريصتين تحملان رقمين فردية" ، احسب احتمال الحادثة  $B$  ج) هل أن الحادثتين  $A$  و  $B$  مستقلتان؟ بره إجابتك.

2- نعتبر  $X$  المعيير العشوائي الذي يأخذ عدد القرصيات البيضاء في السحب في آن واحد أ- عين قانون احتمال  $X$ .

ب- أحسب الأمل الرياضي  $E(X)$ .

### التمرين الرابع: 07 نقط

الجزء الأول:  $g(x) = \ln(x^2 + x + 1) - x$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ

-1- احسب極 limite de  $g$  عند  $+∞$  و  $-∞$ .

-2- أثبت من أجل كل  $x \in \mathbb{R}$  أن :  $g'(x) = \frac{x(1-x)}{x^2+x+1}$  ، ثم عين اشارتها.

- شكل جدول تغيرات الدالة  $g$ .

-3- أثبت أن المعادلة :  $g(x) = 0$  تقبل حال وحيدا  $α$  في المجال  $[1.7, 1.9]$ .

-4- عين من أجل كل  $x \in \mathbb{R}$  إشارة  $g(x)$ .

الجزء الثاني:  $f(x) = \ln(x^2 + x + 1)$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ

-  $C_f$  تمثيلها البياني في معلم متعدد متجانس  $(\bar{j}, \bar{i}, O)$ .

-1- احسب極 limite de  $f$  عند  $+∞$  و  $-∞$ .

-2- أ) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ، ثم شكل جدول تغيراتها.

-3- اكتب معادلة الماس  $(T)$  عند مبدأ المعلم، حدد الوضعيّة النسبية  $L$  :  $C_f$  و  $(T)$ .

-4- أ) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة :  $\ln(x^2 + x + 1) = 0$  ، فسر النتيجة هندسيا.

ب) أثبت أن المنحني  $C_f$  يقبل نقطتي انعطاف ، عين فاصلتيهما.

-5- أثبت أن :  $f(\alpha) = \alpha$ . ثم ارسم المنحني  $C_f$  والماس  $(T)$ .