اختبار 1 في مادة الرياضيات المـــدة:03ساعات ونصف

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(05 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(2;-1,0)$، $B(0;3,-4)$، $D(4;1;1)$ و $E\left(0;3;\frac{1}{2}\right)$.

1)عين إحداثيات النقطة C حتى يكون الرباعي ABCD متوازي أضلاع .

2)احسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$ ، ثم استنتج طبيعة الرباعي ABCD .

3) جد تمثيلا وسيطيا للمستوي (ABD)، ثم استنتج معادلة ديكارتية له.

4-أ) جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة E ويعامد المستوي (ABD).

ب) جد إحداثيات النقطة I نقطة تقاطع المستقيم (Δ) والمستوي (ABD).

جـ)برهن أن I نقطة من القطعة المستقيمة [BD]، ثم حدد موقعها بالنسبة للنقطتين B و D.

5-احسب حجم الهرم ABCDE .

التمرين الثاني:(04 نقط)

لتكن المتتالية (u_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=4-\frac{4}{1+u_n}$

1-أ) احسب u_1 و u_2. ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0<u_n<3$.

جـ) بيّن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$ ، ثم استنتج أنها متقاربة.

2)لتكن (v_n) متتالية عددية معرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n=\frac{u_n-3}{u_n}$

أ) بيّن أن المتتالية (v_n)هندسية أساسها $\frac{1}{4}$.

ب) أكتب v_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n، ثم احسب نهاية المتتالية (u_n).

جـ)جدالمجموع بدلالة n $S_n=v_0^3+v_1^3+......+v_n^3$ ثم استنتج المجموع $S=v_0^3+v_1^3+......+v_{2018}^3$

التمرين الثالث:(04 نقط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كلّ حالة من الحالات التالية:

1. T التحويل النقطي الذي يحوّل $M(z)$ إلى $M'(z')$ حيث $z'=2iz+4+2i$.

أ) T هو تشابه مباشر نسبته $k=2$ و زاويته $\theta=\frac{\pi}{2}$ و لاحقة مركزه ω : $z_\omega=2i$.

ب) المثلّث $\omega MM'$ قائم في M .

2. α عدد مركّب حيث $\alpha=-2\left(\sin\frac{2\pi}{3}+i\cos\frac{2\pi}{3}\right)$.

أ) الشّكل الأسّي للعدد α هو $\alpha=2e^{i\frac{\pi}{6}}$. ب) $\frac{1}{\alpha^{13}}+\alpha=2\sqrt{3}$.

3. (u_n) متتالية عدديّة معرّفة بـ: $u_0=7$ و من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\frac{2}{5}u_n+\frac{6}{5}$.

أ) $u_n=2\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}+1\right]$. ب) (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

<u>التمرين الرابع:</u>(07 نقط)

I- لتكن الدالة العدديّة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\frac{3e^x-1}{e^x+1}$.

يرمز (C_f) إلى تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$؛[وحدة الطول: $2cm$].

1.أ) احسب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ وَ $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ ، و فسّر النتيجتيْن هندسيّا.

ب) احسب $f'(x)$ و ادرس إشارته ثمّ شكّل جدول تغيّرات f .

2.أ) x عدد حقيقي كيفي من $\mathbb{R}$ ؛ احسب $f(-x)+f(x)$، ثمّ فسّر النتيجة هندسيّا .

ب) بيّن أنّ (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيّيْها.

3. لتكن الدالة العدديّة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=f(x)-x$.

ا) احسب $\lim_{x\to-\infty}g(x)$ وَ $\lim_{x\to+\infty}g(x)$.

ب) بيّن أنه ،من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g'(x)=\frac{-(e^x-1)^2}{(e^x+1)^2}$. ، ثمّ شكّل جدول تغيّرات g.

د) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاوحيدا $\alpha\in]2,7;2,8[$ ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

4.عيّن إحداثيّيْ نقطة (C_f) مع حامل محور الفواصل ثمّ أنشئ (C_f) .

II- (u_n) متتالية عدديّة معرّفة على $\mathbb{N}$ بـِ: $u_0=1$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$.

1. باستخدام (C_f) والمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$.، مثّل-و دون حساب-الحدود u_0، u_1، u_2 على حامل محور الفواصل.

2.برهن بالتراجع ، من أجل كلّ عدد طبيعي n، أنّ $1\le u_n<\alpha$.

3.أ) تحقق أنّ $u_{n+1}-u_n=g(u_n)$ واستنتج من إجابة السؤال I-3.د) أنّ (u_n) متزايدة.

ب) إستنتج أنّ (u_n) متقاربةُ ثمّ جد نهايتها