

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين

الموضوع الأول:

التمرين الأول (04 نقاط):

يحتوي صندوق U_1 على 3 كرات حمراء و 2 كرات خضراء و يحتوي صندوق U_2 على 3 كرات حمراء و 2 كرات خضراء ونعتبر أن جميع الكرات متماثلة لا يمكن تمييزها باللمس.

نسحب كرة واحدة من الصندوق U_1 ونسحب في واحد كرتين من الصندوق U_2 .

(1) أحسب إحتمال الحصول على الأثنتين كرات خضراء.

(2) أحسب إحتمال الحصول على كرتين حمراء على علما أن الكرة المسحوبة من الصندوق U_1 حمراء.

(3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرافق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المحصل عليها.

عندما قيم المتغير العشوائي X وقانون احتمال المتغير العشوائي X .

(4) أحسب الامل الرياضي و الإنحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

التمرين الثاني (04 نقاط):

المتالية (u_n) معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية بحدتها الأولى $u_0 = 3$ وبالعلاقة التراجعية التالية

$$u_{n+1} = \frac{4u_n + 3}{3u_n + 4} \quad \text{من أجل كل عدد طبيعي } n : n \geq 1$$

(1) برهن بالتجزيع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_n > 1$

(2) شكل الفرق $u_n - u_{n+1}$ بدلالة n ويبين أن المتالية (u_n) متناقصة ومتقاربة.

(1)

(3) نعتبر المتالية (v_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية كما يلي :

أ) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $0 < v_n < 1$

ب) بين أن المتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{7}$ ثم عبر عن v_n بدلالة n واستنتج u_n بدلالة n .

(4) احسب نهاية المتالية (u_n) ثم أحسب الجداء : $p_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n$ بدلالة n .

التمرين الثالث (05 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول Z :

في المستوى المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \bar{u}, \bar{v})$ ، لتكن النقط $D; C; B; A$ لواحقها على الترتيب Z_D, Z_C, Z_B, Z_A حيث:

$$Z_D = \bar{Z}_C \quad \text{و} \quad Z_C = 3 + 2i\sqrt{3} \quad \text{و} \quad Z_B = \sqrt{3}e^{-\frac{\pi}{2}} \quad Z_A = \sqrt{3}e^{\frac{\pi}{2}}$$

أ) بين أن النقط $D; C; B; A$ تنتهي إلى نفس الدائرة التي مركزها Ω ذات اللاحقة 3

يطاب تعين نصف قطرها

ب) نعتبر النقطة E نظيرة D بالنسبة للنقطة O

$$\text{تحقق أن : } \frac{Z_C - Z_B}{Z_E - Z_B} = e^{-\frac{\pi}{3}} \quad \text{و استنتاج طبيعة المثلث } BEC$$

ج) بين أنه يوجد دوران R مركزه B ويحول E إلى C يطبل بين زاويته

(3) نعتبر التحويل النقطي S الذي يرافق بكل نقطة Z ذات اللاحقة $'z$ ذات اللاحقة $'M$ ذات اللاحقة $'z$ حيث:

$$\text{عين طبيعة التحويل النقطي } S \text{ وعناصره المميزة.} \quad Z' + i\sqrt{3} = 2e^{-\frac{\pi}{3}}(Z + i\sqrt{3})$$

(4) عين طبيعة (Γ) مجموعة النقط M من المستوى ذات اللاحقة Z حيث $Z = 3 + 2\sqrt{3}e^{i\theta}; \theta \in \mathbb{R}$

ب) عين طبيعة المجموعة (Γ') صورة (Γ) بالتحويل النقطي S وعناصرها الهندسية.

التمرين الرابع (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على \mathbb{R} بـ

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد متجانس (O, \vec{i}, \vec{j})

(2)

(1) أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = -x + e + \ln(2 + e^{2(x-e)})$

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ج) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين (D) و (D') معادلاتهما:

$y = -x + \ln 2 + e$: (D) عند $+\infty$ و $y = x - e$ عند $-\infty$ على الترتيب.

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيمين المقاربين (D) و (D') .

ج) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x = \frac{1}{2} \ln 2 + e$ هو محور تناظر للمنحنى (C_f) .

(3) أرسم (Δ) ، (D) و (D') ، (C_f)

(4) ليكن (D_m) المستقيم الذي معادلته : $y = mx - m\left(e + \frac{\ln 2}{2}\right) + \frac{\ln 2}{2}$ حيث m وسيط حقيقي

أ) بين أن جميع المستقيمات (D_m) تشمل النة $\frac{\ln 2}{2}$ الثابت .

ب) ناقش حسب قيمة وسيط الحقيقي m عدد نقاط تقاطع مستقيم (D_m) والمنحنى (C_f) .

(5) نضع: $I_n = \int_0^1 \ln(1+X^n) dX$ ، $I = \int_{\frac{1}{2} \ln 2}^{\ln(\sqrt{3}+e)} [f(x) - (x - e)] dx$ ، عدد طبيعي غير م

فسر هندسيا العدد I واحسب العدد I

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفقرة منسوب إلى معلم متخصص و منتج .

نعتبر المستوى (P) ذو المعادلة: $2x + y - 2z + 4 = 0$ و النقط $A(3; 2; 6)$ و $B(1; 4; 0)$ و $C(4; -2; 5)$.

(1) أ) تتحقق أن المثلث ABC قائم .

ب) بين أن النقط A و B و C تقع على المستوى (P) .

ج) اكتب جملة معادلات وسيطية للمسقط (Δ) المار بالنقطة O و العمودي على المستوى (P) .

(2) لتكن L المسقط العمودي للنقطة O على المستوى (P) احسب الطول OL ثم احسب V حجم رباعي الوجوه $ABCO$.

(3) لتكن G مرجع الجملة المتنقلة $\{(A; 1); (B; 1); (C; 1); (O; 3)\}$ و E مركز ثقل المثلث ABC .

(3)

أ) وجد إحداثيات النقطتين G و E ثم تأكد أن G منتصف $[OE]$.

ب) حدد d المسافة بين النقطة G و المستوى (P)

(4) نشير بالرمز (Γ) لمجموعة النقط M من الفضاء والتي تتحقق: $6 = |\vec{A}|$

أ) أثبت أن (Γ) سطح كرة، يطلب تعين مركزها و نصف قطرها.

ب) بين ان مجموعة النقط المشتركة بين (Γ) و (P) هي دائرة يطلب نصف قطرها

التمرين الثاني: (40 نقاط)

1) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $[0, +\infty)$ بـ: $f(x) = \frac{4x - 1}{x + 2}$

ادرس تغيرات الدالة f على المجال $[0, +\infty)$.

2) (U_n) المتتالية العددية المعرفة على IN بحدها الأول $U_1 = 5$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = f(U_n)$.

أ) ارسم في معلم متعمد و متجانس (\bar{j}, \bar{i}) المستقيم (Δ) اي معادلته $x = y$ والمنحنى (C_f) الممثل للدالة f .

ب) باستعمال الرسم السابق مثل الحدود U_0, U_1, U_2, U_3 على محور الفواصل دون حسابها، مبرزا خطوط التسلسل.

بـ) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) وتقاربها.

د) برهن بالترابع انه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n > 0$.

هـ) اثبت أن المتتالية (U_n) متناقصة و استنتج أنها متقاربة

(3) (V_n) المتتالية العددية المعرفة على IN كـ يـ أي: $V_n = \frac{1}{U_{n-1}}$

أ) بين أن (V_n) متتالية حسابية أساسها $\frac{1}{3}$ ثم اكتب بدالة n عبارة الحد العام V_n .

بـ) واستنتاج عبارة V_n بدالة n ثم احسب نهاية (V_n) .

التمرين الثالث: (50 نقاط)

1) اعتبر في \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول Z ... $\bar{Z}^3 - 3\bar{Z}^2 + 3\bar{Z} + 7 = 0$ هو مرافق العدد المركب Z .

بين أن المعادلة (E) تكافئ المعادلة: $(\bar{z} + 1)(\bar{z}^2 - 4\bar{z} + 7) = 0$ ثم حل في \mathbb{C} المعادلة (E) .

(2) في المستوى المنسوب إلى معلم متعمد و متجانس $(\bar{u}; \bar{v}; \bar{w})$ ، نعتبر النقط A, B, C و D لواحقها

على الترتيب: $z_D = 3$ ، $z_C = \bar{z}_B$ ، $z_B = 2 + i\sqrt{3}$ ، $z_A = -1$

أ) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $(z_B - z_A)^n$ عددا حقيقيا سالبا .

(4)

ب) عين طبيعة المثلث ABC .

(3) أ) أكتب العدد $\frac{z_A - z_C}{z_D - z_C}$ على الشكل الأسني، ثم استنتج أن النقطة A صورة D بتحويل نقطي يطلب تعينه.

ب) أوجد مركز ونصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ACD

(4) (Γ) مجموعة النقط M من المستوى لاحقتها Z تتحقق: $z + 1 = 2\sqrt{3} \cdot k \cdot e^{\frac{\pi i}{6}}$ حيث k يمسح المجال $[0; +\infty]$. عين قيساً للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{AB}; \bar{u})$ ، ثم استنتاج مجموعتهن النقاط (Γ) .

(5) أ) عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث يكون: $-\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB} + \alpha \overrightarrow{CD} = \vec{0}$.

ب) عين (E) مجموعتهن النقاط M من المستوى حيث: $\|-\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BM} - 3\overrightarrow{DM}\| = 2\|\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{CM}\|$.

التمرين الرابع: (7 نقاط)

(1) $g(x) = x^2 e^x$: عين الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[0; +\infty]$.
أ) أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $[0; +\infty]$.

ب) استنتاج أنه: إذا كان $1 < x < 0$ فإن $g(x) < g\left(\frac{1}{x}\right)$ و إذا كان $1 > x > 0$ فإن $g(x) > g\left(\frac{1}{x}\right)$.

(2) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[0; +\infty]$ كما يلي:

$$f(x) = (x^2 - 2x + 2)e^x + e^{\frac{1}{x}} - 3e$$

تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعادم متجانس (C_f) .

دالة عددية معرفة على المجال $[0; +\infty]$: $h(x) = e^{\frac{1}{x}} - 3e$ (تمثيلها البياني انظر الملحق)

أ) أحسب $f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب) بين أنه من أجل كل x من المجال $[0; +\infty]$ ، $f'(x) < 0$ ، ثم احسب $f'(1)$.

ج) شكل جدول تغيرات الدالة f على المجال $[0; +\infty]$.

(3) أ) بين أن المعادلة: $(x^2 - 2x + 2)e^x = -h(x)$ تقبل حلين α و β حيث: $1.5 < \beta < 1.6$ و $0.5 < \alpha < 0.6$ ، ثم استنتاج أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين.

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمنحنى (C_h) .

ج) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماساً (T) في النقطة التي فاصلتها 1 يطلب كتابة معادلته.

(5)

(4) أرسم (C_f) و (T) . الملحق يعاد مع ورقة الإجابة

ب) m عدد حقيقي موجب تماماً، أوجد قيمة m حتى

$$(E) \dots f(x) = (m^2 - 2m + 2)e^m + h(m)$$

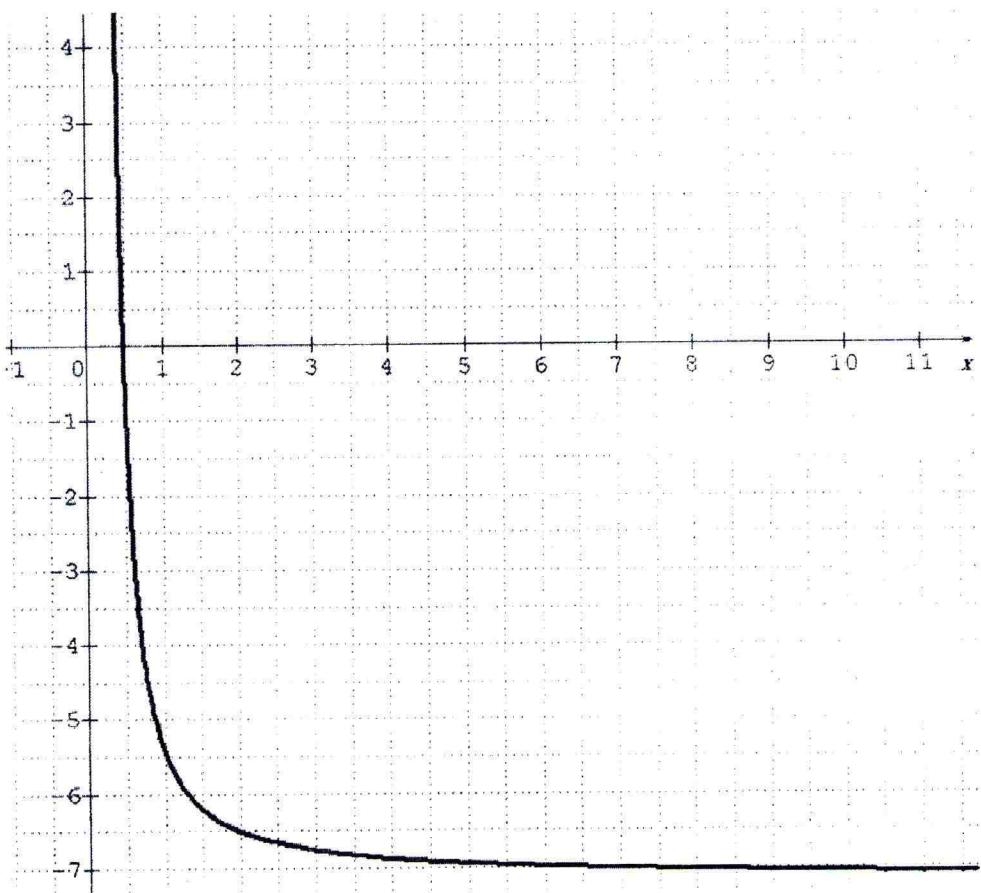
$$\int^x [f(t) - h(t)] dt = (x^2 - 4x + 6)e^x - 3e :]0; +\infty[\text{ من المجال } (5)$$

ب) ليكن العدد a من المجال $[1; 0]$

(λ) مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_f) و (C_h) المستقيمين اللذين معادلتها معاً :

$$\therefore x = 1, x = \lambda$$

استنتج $A(\lambda)$ (مقدمة بوحدة المساحة)، ثم احسب



الملحق:

لَا سَمْ

اللقب :

القسم : :

انڈھی

بالتوفيق

(6)