

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (5 نقاط)

(1) حل في \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - 4\sqrt{3}z + 16 = 0$

(2) نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعمد متجانس (O, \vec{u}, \vec{v}) النقطتين A و B لا حقا هما

$$z_B = \overline{z_A}, z_A = 2\sqrt{3} - 2i$$

- أكتب على الشكل الأسني كل من z_B, z_A و $\frac{z_B}{z_A}$. إستنتج طبيعة المثلث OAB .

(3) النقطة ذات اللاحقة $-8i$ صورة C بالدوران R الذي مركزه المبدأ O و

$$\text{زاوته } \frac{2\pi}{3}$$

(أ) بين أن لاحقة D هي $z_D = 4\sqrt{3} + 4i$

(ب) بين أن D هي صورة B بالتحاكي h الذي مركزه المبدأ يطلب تعين نسبة . ثم بين أن D, C, A في إستقامة

(4) بين أن العبارة المركبة للتحويل المركب $S = h \circ R \circ h$ هي

إستنتاج طبيعة و عناصر S

(5) لتكن (E) مجموعة النقط M من المستوى ذات اللاحقة z حيث $z = 4e^{i\theta}$ مع θ تمسح \mathbb{R}

(أ) عين طبيعة و عناصر المجموعة (E)

(ب) عين طبيعة و عناصر (E') صورة (E) بالتحويل S

التمرين الثاني : (4 نقاط)

الفضاء المنسوب إلى معلم متعمد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

نعتبر النقط : $D(-7; 0; 4), A(-1; 2; 2), B(-3; 2; 0)$ و $C(1; 3; 6)$

(1) أ) بين أن النقط C, B, A تعيّن مستوى (P) و تمثيله الوسيطي يعطى بـ :

$$\begin{cases} x = -2\alpha + 2\beta - 1 \\ y = \beta + 2 \\ z = -2\alpha + 2\beta + 2 \end{cases}$$

ب) تحقق أن المعادلة الديكارتية للمستوى (P) هي $x + 2y - z - 1 = 0$

(2) أ) بين أن المسافة بين النقطة D والمستوى (P) : $2\sqrt{6}$

ب) هل يمكن أن تكون D مرحاً للنقط C, B, A ؟

(3) أ) عين احداثيات النقطة H ، المسقط العمودي للنقطة D على (P) .

- ب) استنتاج المسافة بين النقطة D و المستوى (P) بطريقة ثانية .
- (4) لتكن (S) مجموعة النقط (x, y, z) من الفضاء المعرفة بـ :
- $$x^2 + y^2 + z^2 + 14x - 2mz + 29 = 0$$
- أ) بين أنه من أجل $m \in \mathbb{R}$ ، (S) سطح كرة يطلب تعين مركزها و نصف قطرها
- ب) بوضع $m = 4$ بين أن النقطة D هي مركز (S) و نصف قطرها 6 ثم تأكيد أن B تنتمي إلى (S) .
- ج) بين أن تقاطع (S) و (P) هي دائرة (C) . يطلب تحديد مركزها و نصف قطرها

التمرين الثالث : (4 نقاط)

- 1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n باقي قسمة العدد الطبيعي 4^n على 7
- 2) هل العدد $(2 - 1439^{2018})^{1438} - 2017^{1438}$ يقبل القسمة على 7
- 3) عين حسب قيم العدد الطبيعي n باقي قسمة العدد $(1999^{3n} + 1999^{2n} + 1999^n)$ على 7
- 4) نعتبر العدد الطبيعي $A = \overline{2a032a1} = \overline{2a} \cdot 10^4 + \overline{032a1} \cdot 10^0$ المكتوب في النظام ذي الأساس 4
عين قيمة العدد الطبيعي a التي من أجلها A يقبل القسمة على 7 ثم اكتب A في النظام العشري

تمرين الرابع : (7 نقاط)

- I) الدالة g المعرفة على $[0; +\infty]$ بـ :
- $$g(x) = x^2 + 2 - 2\ln x$$
- 1) أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .
- 2) إستنتاج حسب قيم x إشارة $(g(x))$

- II) : نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0; +\infty]$ بـ :
- $$f(x) = x + \frac{2\ln x}{x}$$

ولتكن (C_f) تمثيلها البياني في مسند منسوب الى معلم متعمد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة $2cm$)

- 1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- 2) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و إستنتاج تفسيرا هندسيا
- ج) بين أن المنحني (C_f) يقبل المستقيم (D) ذو المعادلة $x = y$ مقاربا مائلا له عند $+\infty$
ثم حدد وضعية (C_f) بالنسبة لـ (D)

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2} :]0; +\infty[$$

ب) يستنتج اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها

3) بين أنه يوجد مماس وحيد (T) للمنحي (C_f) موازياً لمستقيم (D) ثم أكتب معادلته

4) بين أن المنحي (C_f) يقطع حامل محور الفواصل (x') في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث

$$\frac{1}{2} < \alpha < 1$$

5) أنشئ المستقيمين (D) ، المنحي (C_f) والمنحي (T)

ب) ناقش بيانياً حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة $mx - 2\ln x = 0$

6) أحسب بالرسم A مساحة الحيز المستوى المحدد بالمنحي (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $y = x$ و $x = e$