

المدة: 03 ساعات و 30 د

اختبار في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:
الموضوع الأول

التمرين الأول:

يمثل الجدول الآتي إنتاج حصول البطاطا بالمليون طن ما بين السنوات 2011-2015

السنة	2011	2012	2013	2014	2015
رتبة السنة	1	2	3	4	5
المنتج بالمليون طن	1	1.1	1.2	1.4	1.5

1. مثل سحابة القطة $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد .
- (على محور الفواصل $1cm$ يمثل سنة واحدة وعلى محور التراتيب $3cm$ يمثل 1 مليون طن)
2. عين إحداثيي نقطة المتوسطة G .
3. بين أن المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالربعات الدنيا لهذه السحابة تكتب على الشكل $y = 0.13x + 0.85$.
4. أ) ارسم المستقيم في المعلم السابق .
- ب) ما هو الإنتاج المتوقع سنة 2020 ؟
- ج) ابتداء من أي سنة يتجاوز المنتج 3 ملايين طن ؟

التمرين الثاني:

- (u_n) المتالية المعرفة بـ: $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = u_n + 2n + 2$.
1. احسب u_1 ، u_2 ، u_3 و u_4 .
2. بين أن المتالية (u_n) متزايدة تماما .
3. نعتبر المتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = u_{n+1} - u_n$.
 - أ) عين عبارة الحد العام u_n بدلالة n ، ثم استنتج طبيعة المتالية (v_n) .
 - ب) هل العدد 2016 حد من حدود المتالية (v_n) ؟ .

4. من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$.

أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = (n+1)(n+2)$.

ب) بين أن من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = u_{n+1} - u_0$.

ج) استنتج عبارة u_n بدلالة n .

التمرين الثالث:

I-نعتبر الدالة g المعرفة على $\{3\} - R$ بـ :
$$g(x) = ax + b - \frac{1}{x-3}$$

حيث a و b عددين حقيقيين و ليكن (C) تمثيلها البياني .

1) عين كل من a و b علماً أن :

(C) يمر بالقطة $(1; A)$ ويقبل في هذه القطة مما معايا لحاصل محور الفواصل.

2) بين أن القطة $(3; I)$ مركز تناظر للمنحنى (C) .

II-نعتبر الدالة f المعرفة على $\{3\} - R$ بـ :
$$f(x) = \frac{-x^2 + 5x - 7}{x-3}$$

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعمد ومتجانس $(\vec{j}; \vec{i}; O)$.

1) بين أنه من أجل كل x من $\{3\} - R$ ، $f(x) = g(x)$.

2) أدرس تغيرات الدالة f .

3) احسب $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - (-x + 2)]$ ماذا تستنتج ؟

4) أدرس الوضع النسبي (C_f) والمستقيم المقارب المائل (Δ)

5) ارسم المستقيم (Δ) و المحنى (C_f) .

6) بين أن المحنى (C_f) يقبل ماسين معامل توجيه كل منها 3 .

7) باستعمال المحنى (C_f) حدد حسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة : $f(x) = 3x + m$

الموضوع الثاني

التمرين الأول:

نعتبر المتالية العددية (u_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ :

$$u_0 = 0 \quad u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1, \quad n \in \mathbb{N}$$

1. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 3$. مازا تستنتج ؟

2. نعتبر المتالية العددية (v_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ :

$$v_n = u_{n+1} - u_n \quad v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n : n$$

ب) استنتاج طبيعة المتالية (v_n) يطلب تعين أساسها وحدتها الأول v_0 .

3. أ) احسب v_n بدلالة n ثم عبر عن v_n بدلالة u_n .

$$u_n = -3\left(\frac{2}{3}\right)^n + 3, \quad n \in \mathbb{N}$$

ج) عين اتجاه تغير المتالية (u_n) ، استنتاج أن (u_n) متالية متقاربة ثم حدد نهايتها.

التمرين الثاني:

نعتبر السلسلة الإحصائية ذات متغيرين التالية حيث α تعارض إحدى المعطيات الممحية .

تحصلنا على معادلة مستقيم الانحدار وهي :

1. ما هو الوسط الحسابي \bar{x} للقيم x_i ؟

2. عبر عن الوسط الحسابي \bar{y} للقيم y_i بدلالة α .

3. بما أن القطة المتوسطة تسمى إلى مستقيم الانحدار أكتب العلاقة بين \bar{x} و \bar{y} .

4. احسب قيمة α .

التمرين الثالث:

I - نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0; +\infty)$ بـ :

1. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$.

2. احسب $(x)'g$ عبارة الدالة المشقة للدالة g ثم ادرس إشارتها .

3. استنتاج اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

4. احسب $(1)g$ ثم استنتاج إشارة $(x)g$ على المجال $[0; +\infty)$.

II - الدالة العددية المعرفة على المجال $[0; +\infty)$ بـ $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني

في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$.

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

3. عين إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

4. ٠. بين أن المستقيم (d) ذي المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحني (C_f) بجوار $+\infty$.

٠. ثم ادرس الوضعيّة النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة للمستقيّم (d) . احسب $f(3)$ ثم ارسم (d) و (C_f) .

5. نعتبر الدالة H المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $H(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2$

أ) بين أن الدالة H هي دالة أصلية للدالة h حيث $h(x) = \frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0; +\infty[$.

ب) احسب بـ cm^2 المساحة للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيّم (d) والمستقيّمين $x=1$ و $x=e$.