

## اختبار الفصل الثاني في الرياضيات

التمرين الأول: (6 نقاط)

نعتبر كثير الحدود  $P(z) = z^3 - (3 + 2\sqrt{3})z^2 + (7 + 4\sqrt{3})z - (5 + 2\sqrt{3})$  المعرف بـ:

1. تحقق أن  $P(z) = (z - 1)Q(z)$ .

2. عين  $Q(z)$  ثم حل في المجموعة  $\mathbb{C}$  المعادلة  $P(z) = 0$ .

II. المستوى منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $C, B, A$  صور الأعداد  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  نعتبر النقط  $A, B, C$  على الترتيب.

اكتب  $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$  على الشكل المثلثي ثم استنتج طبيعة المثلث  $ABC$ .

2. نعتبر النقطة  $\omega$  صورة العدد  $1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}i$ ، بين أن  $\omega$  مركز الدائرة  $(C)$  المحاطة بالمثلث  $ABC$ .

3. حدد  $(E)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوى ذات اللاحقة  $z$  حيث  $\left| \frac{z_C - z}{z_B - z} \right| = 1$ .

4. عين  $(\Gamma')$  مجموعة النقط  $M$  من المستوى ذات اللاحقة  $Z$  التي تتحقق:

$$\arg\left(\frac{Z - 1}{Z - 1 - \sqrt{3} - i}\right) = \frac{\pi}{2} + \pi k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

التمرين الثاني: (6 نقاط)

$u_1$  صندوق يحتوي على 3 كرات حمراء و كرتين خضراوين و  $u_2$  صندوق آخر يحتوي على كرتين حمراوين و 3 كرات خضراء (الكرات لا تميز بينها عند اللمس).

نقوم بسحب كرة عشوائيا من الصندوق  $u_1$  و نضعها في الصندوق  $u_2$  ثم نسحب عشوائيا من الصندوق  $u_2$  كرتين في آن واحد.

نرمز بـ  $R_1$  للحادثة "سحب كرة حمراء من  $u_1$ " و بـ  $A$  للحادثة "سحب كرتين حمراوين من  $u_2$ ".

1) احسب  $P(R_1 \cap A)$ .

2) تحقق أن  $P(A) = \frac{11}{75}$ . هل الحادثان  $A$  و  $R_1$  مستقلتان؟

3) علما أن الكرتين المسحويتين من  $u_2$  حمراوان ما احتمال أن الكرة المسحوبة من  $u_1$  كانت حمراء.

(4)  $n$  عدد طبيعي غير معروف.

نضيف  $n$  كرة حمراء إلى الصندوق  $u_1$  و نعيد التجربة العشوائية السابقة .

يربح لاعب 5 دينار عند كل سحب لكرة خضراء من  $u_2$  و يخسر 10 دينار عند كل سحب لكرة حمراء من  $u_2$ . نسمى  $X$  المتغير العشوائي الذي يساوي مجموع أرباح اللاعب.

$$\text{أ) بين أن } P(X = -5) = \frac{9n + 43}{15(n + 5)}$$

ب) أعط بدلالة  $n$  قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  .

### التمرين الثالث: (8 نقاط)

$f$  دالة عدديّة معرفة على  $[-3, 6]$  حيث  $f(x) = -3 + \sqrt{x+3}$  و  $(C)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  حيث  $\|\vec{j}\| = 2\text{cm}$  و  $\|\vec{i}\| = 1\text{cm}$ .

نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  حيث  $u_0 = 6$  ومن أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $u_{n+1} = f(u_n)$  .

(1) بين أن  $f$  متزايدة على  $[-3, 6]$  .

(2) حل في المجال  $[-3, 6]$  المعادلة  $f(x) = x$  .

(3) ارسم المنحنى  $(C)$  .

(4) مثل دون حساب الحدود  $u_0, u_1, u_2, u_3$  على محور الفواصل ثم ضع تخمينا حول إتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  و تقاريها.

(5) برهن بالترابع إنه من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$  فإن :  $u_n > -2$  .

(6) بين ان المتتالية  $(u_n)$  متناقصة ثم استنتج أنها متقاربة.

(7) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  حيث  $v_n = \ln(u_n + 3)$  .

أ. بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها  $\frac{1}{2}$  يطلب تعين حدتها الأول.

ب. اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتاج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$  . احسب  $u_n$  .

ج.  $(w_n)$  المتتالية المعرفة على  $\mathbb{N}$  حيث  $w_n = u_n + 3$  .

- أحسب بدلالة  $n$  الجداء  $p_n$  حيث  $p_n = w_0 \times w_1 \times w_2 \times \dots \times w_n$