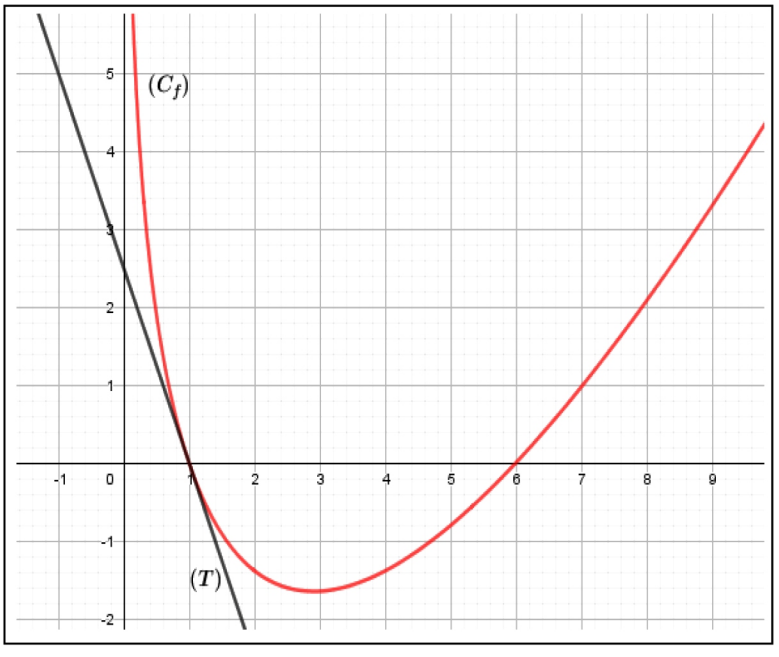
الإختبار الأول في مادة : الرياضيات — المدة :ساعتان

التمرين الأول: (12 نقطة)



الجزء الأول :

في الشكل المقابل (C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=(ax+b)\ln x$.

المستقيم (T) ذا المعادلة : $5x+2y-5=0$ مماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

1) بقراءة بيانية عين كلا من : $f'(1)$ و $f(6)$.

2) باستعمال ماسبق . بين أن : $\begin{cases} 6a+b=0 \\ a+b=-\dfrac{5}{2} \end{cases}$ ، ثم استنتج أن : $f(x)=\left(\dfrac{1}{2}x-3\right)\ln x$.

3) حل جبريا و في المجال $]0,+\infty[$ المتراجحة : $f(x)\geq 0$

4) الدالة f تقبل قيمة حدية صغرى عند α .

- برهن أن $f(\alpha)=-\dfrac{(\alpha-6)^2}{2\alpha}$

الجزء الثاني :

نعرف على المجال $]0;+\infty[$ الدالة g كما يلي : $g(x)=-\dfrac{1}{8}x^2+3x+\left(\dfrac{1}{4}x^2-3x\right)\ln x$.

(C_g) المنحنى الممثل للدالة g في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب كلا من : $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ فإن : $g'(x)=f(x)$ ، ثم استنتج إتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها

3) بين أن المنحنى (C_g) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما x_0 و x_1 حيث: $3.2<x_0<3.4$ و $8.2<x_1<8.4$

4) احسب $g(10)$ ثم مثل المنحنى (C_g) .

5) الدالة h معرفة على $]-\infty;0[$ حيث : $h(x)+g(-x)=0$.

أ- اشرح كيف يتم تمثيل منحنى الدالة h إنطلاقا من المنحنى (C_g) .

ب- مثل منحنى الدالة h في نفس المعلم السابق .

التمرين الثاني: (08 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n - 4}{u_n + 5} \end{cases}$

1. عين العددين الحقيقين a و b بحيث من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = a + \dfrac{b}{u_n + 5}$
2. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > -2$
3. ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).
4. برر أن المتتالية (u_n) متقاربة .
5. نعرف على $\mathbb{N}$ المتتالية (v_n) كمايلي : $v_n = \dfrac{1}{u_n + 2}$
   - أ- بين أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_0
   - ب- عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n.
   - ج- احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$
   - د- احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 v_0 + u_1 v_1 + ... + u_n v_n$
6. نعرف على $\mathbb{N}$ المتتالية (w_n) كمايلي : $w_n = e^{V_n}$
   - أ- بين أن المتتالية (w_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول w_0
   - ب- احسب بدلالة n الجداء P_n حيث : $P_n = w_0 \times w_1 \times ..... \times w_n$

إنتهى

بالتوفيق : أساتذة المادة

elbassair.net