

إختار احد الموضوعين الآتينالموضوع الأولالتمرين الأول (5نقط)

اجب عن الأسئلة الآتية المستقلة عن بعضها البعض

من اجل كل عدد طبيعي n بين ان $p \gcd(n+3;14) = p \gcd(n+3;(3n+2)(n+1))$

ثم عين قيم الاعداد الطبيعية n بحيث $p \gcd(n+3;(3n+2)(n+1)) = 7$

أحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

بسـط العدد $\sqrt[6]{5\sqrt{4\sqrt{3\sqrt{490}}}}$

$$2011u - 1432v = 31$$

باستعمال خوارزمية اقليدس عين الثنائية لصحيحة $(u;v)$ التي تحقق

التمرين الثاني (5نقط)

$$8x - 5y = 3 \quad (E)$$

عين مجموعة الثنائيات $(x; y)$ من الاعداد الصحيحة حلول المعادلة

ليكن m عددا صحيحا بحيث توجد الثنائية من الاعداد الصحيحة $(p; q)$ التي تحقق

$$m = 5q + 4; m = 8p + 1$$

بين ان الثنائية $(p; q)$ حل للمعادلة (E) واستنتج ان $m \equiv 9[40]$

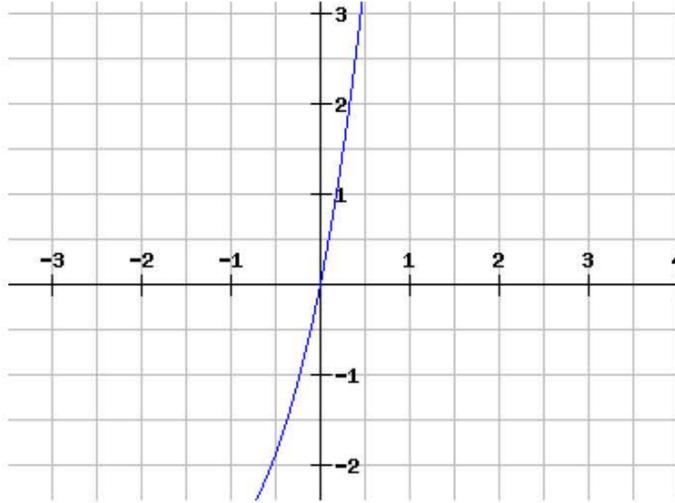
عين اصغر عدد صحيح m اكبر من 2000 ويحقق $m \equiv 9[40]$

التمرين الثالث (10نقط)الجزء الأول

$$\psi(x) = e^x (4+x) - 4$$

لتكن الدالة ψ المعرفة على \mathbb{R} كما يلي

ومنحنها البياني كما هو في الشكل ادناه



شكل جدول اشارة الدالة ψ

$$g(x) = e^x (x+2) - x(2x+1)$$

نعرف الدالة g على \mathbb{R} كما يلي

ادرس تغيرات الدالة g' وشكل جدول تغيراتها و جدول اشارتها (استعن بالسؤال الاول)

ادرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها (استعن بالسؤال الثاني)

بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد $\alpha \in \left] -1; -\frac{1}{2} \right[$ واستنتج جدول اشارة $g(x)$

الجزء الثاني

$$f(x) = \frac{-x^2 e^{2x}}{e^x - x}$$

لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي

$$f'(x) = \frac{-x e^{2x} g(x)}{(e^x - x)^2}$$

بين ان

ادرس تغيرات الدالة f موضحا مستقيمتها المقاربة

بين ان $f(\alpha) = \frac{-\alpha(2\alpha^2 + \alpha)^2}{(\alpha+2)^2(\alpha-1)}$ ثم انشئ (C_f) في معلم متعامد ومتجانس للمستوي

ناقش حسب قيم العدد الحقيقي m اشارة وعدد حلول المعادلة $-x^2 e^{2x} + 2x = e^x (m+2) - mx$