

التمرين الأول: 07 نقاط

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \sqrt{\frac{u_n^2 + 1}{2}} \end{cases}$$

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على \mathbb{N} كما يلي:

1/ أ- احسب الحدود u_1, u_2, u_3 ثم برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: u_n > 1$.

ب- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على \mathbb{N} .

ج- بين أن المتتالية (u_n) متقاربة، ثم استنتج نهايتها.

2/ نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على \mathbb{N} ب: $v_n = u_n^2 - 1$

أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: 2v_{n+1} = v_n$

ب- استنتج أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_0 .

ج- اكتب بدلالة n كلا من u_n و v_n ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

3/ احسب بدلالة n كلا من المجاميع التالية:

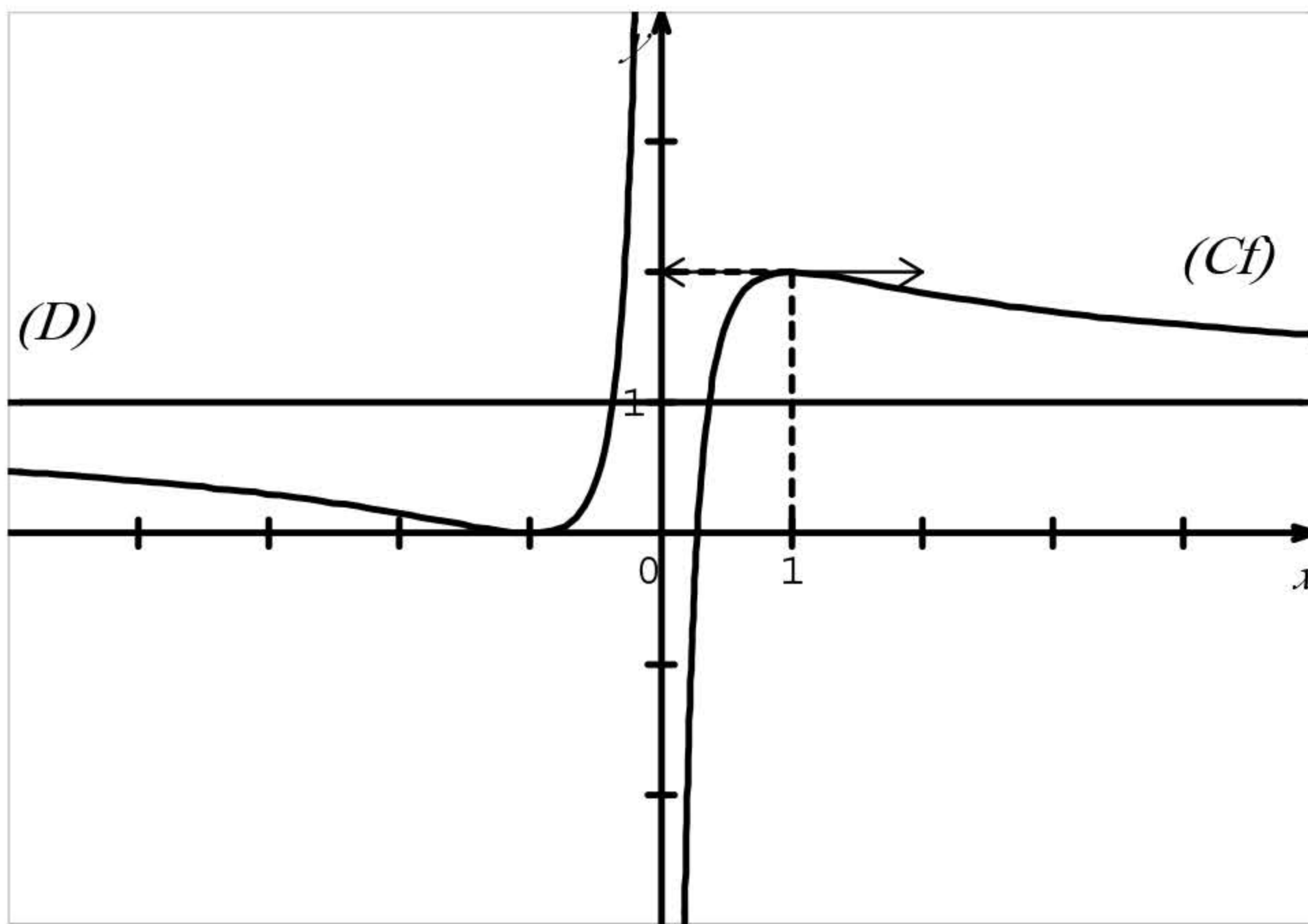
$$L_n = \ln v_0 + \ln v_1 + \dots + \ln v_n \quad \text{و} \quad T_n = v_0 + 2v_1 + \dots + 2^n v_n, \quad S_n = u_0^2 + u_1^2 + \dots + u_n^2$$

التمرين الثاني: 13 نقطة

نعتبر الدالة f المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية غير المعدومة بـ:

$$f(x) = a + \frac{b}{x} + c \frac{\ln|x|}{x}$$

ونسمي (C_f) منحنيا البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم والمتجانس والأعداد a, b, c هي أعداد حقيقية غير معدومة



والمنحني المرسوم في المقابل هو تمثيلها البياني

والمستقيم (D) مستقيم مقارب للمنحني (C_f)

1. أ- احسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ ثم عند $+\infty$ واستنتج أن $a=1$

ب- برهن أن: $a+b=2$ و استنتج قيمة العدد b

ج- احسب f' الدالة المشتقة للدالة f ثم برهن أن $c=1$

2. المنحني (C_f) يقبل مركز تناظر عينه بيانيا ثم برهن على ذلك حسابيا

3. المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلان أحدهما x_0 سالب يطلب تعيينه

وآخر x_1 موجب يطلب تعيين حصر له في مجال سعته 10^{-1}

4. أكتب معادلة للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة $A(0,1)$ وميله m

(b) أكتب معادلة لمماس المنحني (C_f) في النقطة فاصلتها $\left(e^{-\frac{1}{2}}\right)$ ثم برهن أنه يمس المنحني في نقطة أخرى يطلب تعيينها

(c) ناقش بيانيا وحسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $mx^2 - \ln|x| - 1 = 0$

5. n عدد طبيعي حيث: $n \geq 1$ ، ولتكن الدالة f_n المعرفة على \mathbb{R}^* بـ: $f_n(x) = 1 + \frac{1}{x} + n \frac{\ln|x|}{x}$ و (C_{f_n}) منحنيا

البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.

- أكتب ($f_{n+1}(x)$) بدلالة ($f_n(x)$)، ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنيين (C_{f_n}) و ($C_{f_{n+1}}$).

6. نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = f(e^{-x})$ ونسمي (C_g) منحنيا البياني.

(a) بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 1$ وأحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ثم برهن أنه لأجل كل عدد حقيقي يكون: $g(x) = 1 + e^x(1-x)$

(b) بين أن الدالة المشتقة g' للدالة g هي $g'(x) = -xe^x$ ثم أكتب جدول تغيرات الدالة g

(c) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1,2 < \alpha < 1,3$ ، ثم استنتج إشارة ($g(x)$) على \mathbb{R} .

7. لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ: $h(x) = \frac{x}{e^x + 1} + 2$ وليكن (C_h) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس (O, i, j)

• بين أن لـ $h'(x)$ و $g(x)$ نفس الإشارة، ثم شكل جدول تغيرات الدالة h (نقبل أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$)

• بين أن المستقيم (d) ذو المعادلة: $y = x + 2$ مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_h)

• بين أنه يوجد عددين طبيعيين p و q بحيث: $h(\alpha) = p\alpha + q$ ثم استنتج حصر العدد $h(\alpha)$

• أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_h) والمستقيم (d) ثم أرسمهما.

تنبيه: يجب مراعاة تنظيم الورقة و الكتابة بخط واضح .

انتهى ...

😊 بالتوفيق 😊

إذا كان النجاح غايتك فلتكن الإرادة سلاحك