

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضياتالتمرين الأول: (07 نقط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

1 - مجموعة حلول المعادلة:  $e^{2|x+1} - 3e^{|x+1} + 2e = 0$  في  $\mathbb{R}$  هي:  $S = \{0, \ln 2\}$

2 - لدينا:  $e^{0.001} \approx 1.001$  و  $\ln(1.001) \approx 0.001$  (دون استعمال أي آلة حاسبة)

3 - من أجل  $n \in \mathbb{N}$  لدينا:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{e^x}{x^n} \right) = +\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{\ln x}{x^n} \right) = 0$

4 - نعتبر الدالة  $g: x \mapsto x^{2.3}$ . إذن من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $\mathbb{R}_+^*$  فإن:  $2.3g(x) - xg'(x) = 0$

5 - الدالة  $u: x \mapsto e^{-2x} - 2$  هي الحل الوحيد للمعادلة التفاضلية:  $y' + 2y + 4 = 0$  و الذي يحقق الشرط:  $y(0) = -1$

6 - الدالة  $v: x \mapsto \sqrt[3]{x^2 - 4}$  متناقصة تماما على المجال  $[2; +\infty[$

7 - الدالة  $w: x \mapsto x3^x$  تقبل على  $\mathbb{R}$  قيمة حدية صغرى عند  $-\frac{1}{\ln 3}$  هي  $-\frac{1}{e \ln 3}$

التمرين الثاني: (06 نقط)

من أجل  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان حيث:  $0 < a < b$  نعرف المتتاليتين العدديتين  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  و  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  كما يلي:

$$u_0 = a \quad \text{و من أجل كل عدد طبيعي } n, \quad u_{n+1} = \frac{2u_n v_n}{u_n + v_n}$$

$$v_0 = b \quad \text{و من أجل كل عدد طبيعي } n, \quad v_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2}$$

1 - تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن  $u_n > 0$  و  $v_n > 0$

2 - من أجل كل عدد طبيعي  $n$  نضع:  $w_n = v_n - u_n$ .

(أ) برهن أن:  $0 \leq w_{n+1} \leq \frac{1}{2} w_n$

(ب) باستعمال الاستدلال بالتراجع، أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن:  $0 \leq w_n \leq \frac{b-a}{2^n}$

3 - أثبت أن المتتالية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متزايدة تماما و أن المتتالية  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متناقصة تماما.

4 - ماذا نقول عن المتتاليتين  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  و  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  ؟

5 - استنتج  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  و  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$

$$\begin{cases} f(x) = \left(\frac{e}{x}\right) \times 3^{\frac{-1}{x^2e}} \\ f(0) = 0 \end{cases} \quad f \text{ دالة معرفة على } \mathbb{R} \text{ كما يلي:}$$

$(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي المزود بالمعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . الوحدة البيانية: 5cm

$$1 - \text{أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي } x \text{ غير معدوم فإن: } 3^{\frac{-1}{x^2e}} = e^{\frac{-\ln 3}{x^2e}}$$

$$2 - \text{أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي } x \text{ فإن: } f(-x) + f(x) = 0$$

ب) أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  عند الصفر بقيم أكبر.

$$\text{ج) أحسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

د) فسر النتائج السابقة هندسيا.

$$3 - \text{برهن أنه من أجل كل } x \text{ من } \mathbb{R}^* \text{ فإن: } f'(x) = \left(\frac{-x^2e + 2\ln 3}{x^4}\right) \times 3^{\frac{-1}{x^2e}} \text{ ثم أدرس إشارتها على المجال } ]0; +\infty[$$

$$4 - \text{شكل جدول تغيرات الدالة } f \text{ على المجال } ]0; +\infty[$$

$$5 - \text{أثبت أن المعادلة: } f(x) = 1 \text{ تقبل حلين مختلفين } \alpha \text{ و } \beta \text{ في المجال } ]0; +\infty[ \text{ حيث } 0,48 < \alpha < 0,49 \text{ و } 2,54 < \beta < 2,57$$

$$6 - \text{أ) أكتب معادلة المماس } (T_a) \text{ للمنحنى } (C_f) \text{ عند النقطة ذات الفاصلة } a \text{ حيث } a \in \mathbb{R}_+^*$$

ب) استنتج أنه توجد قيمة وحيدة للعدد الحقيقي الموجب تماما  $a$  و التي من أجلها يمر المماس  $(T_a)$  من مبدأ المعلم .

ج) من أجل قيمة  $a$  المحصل عليها، أكتب معادلة المماس  $(T_a)$  .

د) أنشئ  $(T_a)$  ثم أنشئ  $(C_f)$  في المجال  $]0; +\infty[$  .

هـ) أنشئ  $(C_f)$  في المجال  $]-\infty; 0]$  مستعينا بالسؤال 2- أ) ، مع التبرير.

$$7 - \text{ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي } m \text{ عدد و إشارة حلول المعادلة: } mx - e^{\frac{x^2e - \ln 3}{x^2e}} = 0 \text{ في } \mathbb{R}^*$$

ملاحظة هامة:

- يمنع استعمال الآلة الحاسبة البيانية .

- رسم المنحنى البياني يكون على الورقة المليمترية مع احترام الوحدة البيانية المعطاة .

- تنظيم ورقة الإجابة يؤخذ بعين الاعتبار .

الأستاذ: مراحي لزهري

باتنة في: 05 ديسمبر 2017