

ملاحظة

كما تُمنح نقطة واحدة على تنظيم ورقة الإجابة

السؤال النظري: (نقطة واحدة)

1 دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي  $f(x) = 2x + 3$

برر لماذا:  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5$

2 دالة عددية معرفة وقابلة للاشتقاق على المجموعة  $D$ .

إذا كانت  $f$  ثابتة على  $D$  فإن المشتقة للدالة  $f$  تنعدم من أجل كل قيمة من  $D$ .

أثبت أن العكس ليس دائما صحيح.

التمرين الأول: (07 نقاط): أجب بـ: صح أو خطأ مع التبرير.

(1) إذا كان:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$  فإن  $f(x) = g(x)$ . (يمكن التبرير بمثال واحد فقط).

(2)  $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} [f(x) + 2x + 1] = \frac{3}{2}$  تكافئ أن: المستقيم ذو المعادلة  $y = -2x + \frac{1}{2}$  مقارب مائل لمنحنى الدالة  $f$ .

(3) من أجل كل عددين حقيقيين سالبان تماما:  $a$  و  $b$ :  $\ln(a \times b) = \ln(-a) + \ln|b|$ .

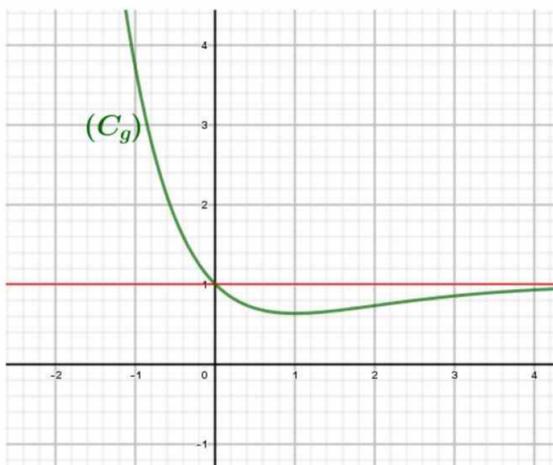
$$3 \ln\left(\sqrt[3]{3 + 2\sqrt{2}}\right) + 12 \ln\left(\sqrt[6]{\sqrt[5]{4\sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^{10}}}}\right) = 0$$

(5) المعادلة  $(x)^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x$  تقبل حلين مختلفين في  $\mathbb{R}_+^*$ .

$$1 + 3^{\frac{1}{2}} + 3^{\frac{2}{2}} + 3^{\frac{3}{2}} + \dots + 3^{\frac{n}{2}} = -\frac{1}{2} \left(1 - (\sqrt{3})^{n+1}\right) (1 + \sqrt{3})$$

(7) دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}$  و في الشكل 01 جدول تغيراتها.

و دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}$  و في الشكل 02 تمثيلها البياني.



الشكل 02

$X$	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	4	2	$+\infty$

الشكل 01

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f \circ g)(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (g \circ f)(x) = 2$$

## التمرين الثاني: (03 نقاط)

$f$  و  $g$  دالتان عدديتان معرفتان و قابلتان للإشتقاق عند العدد الحقيقي  $x_0$ .

بحيث:  $f(x_0) = g(x_0) = 0$  و  $g'(x_0) \neq 0$ .

(1) هل الدالتان  $f$  و  $g$  مستمرتان عند القيمة  $x_0$ ? برّر إجابتك.

(2) بين أنّ:  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}$ .

(3) استنتج:  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin(x) + \cos(x) - 1}{x^2 - x} \right)$ .

## التمرين الثالث: (08 نقاط)

$f$  دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}_+^*$  بـ:  $f(x) = e \ln(x) - x$

$C_f$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس  $(0; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أحسب نهاية الدالة  $f$  عند أطراف مجال التعريف.

(2) أدرس إتجاه تغير الدالة  $f$  و شكل جدول تغيراتها. ثم استنتج إشارة الدالة  $f$  على  $\mathbb{R}_+^*$ .

(3) قارن بين العددين:  $e^\pi$  و  $\pi^e$ .

(4) عين معادلة لـ  $T$  مماس المنحنى  $C_f$  في النقطة  $A$  ذات الفاصلة  $x_0 = 1$ .

بين أنّ المعادلة  $e \ln x = x - 3$  تقبل حلين فقط  $\alpha$  و  $\beta$  حيث  $\alpha \in ]0; 1[$  و  $\beta \in ]8.9; 9[$ .

استعمل الجدول أدناه من أجل استنتاج أحسن حصر للعدد  $\alpha$  سعته  $10^{-1}$ .

$x$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$f(x)$	-6,36	-4,57	-3,57	-2,89	-2,38	-1,99	-1,67	-1,41	-1,19	-1

(5) أنشئ  $C_f$  على المجال  $]0; \beta[$  في المعلم السابق.

(6) ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد و إشارة حلول المعادلة  $f(x) = m + 1$ .

(7) نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $]-1; +\infty[$  بـ:  $g(x) = e \ln(x+1) - x$ .

تحقق أنّه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $]-1; +\infty[$  فإنّ  $g(x) = f(x+1) + 1$ .

اشرح - دون رسم - كيفية إنشاء  $C_g$  انطلاقاً من  $C_f$ .

(8)  $h$  دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}_+^*$  بـ:  $h(x) = x \left( e(\ln(x) - 1) - \frac{1}{2}x \right)$ .

بين أنّه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $\mathbb{R}_+^*$  فإنّ:  $h'(x) = a \ln x + bx + c$  حيث  $a, b, c$  أعداد حقيقية يُطلب

تعينها.

أحسب نهاية الدالة  $h$  عند أطراف مجال التعريف.

استنتج إتجاه تغير الدالة  $h$ .

الأستاذ: زبدة يتمنى النجاج للجميع

من رام العلى من غيرك \* أضع العسرى طلب المحال

بقدر الكد تكتسب المعالي \* ومن أراد العلى سهر الليالي