الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الشعبة: علوم تجريبية | دورة: ماي 2016

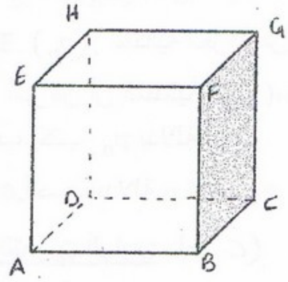
امتحان البكالوريا التجريبي

اختبار في مادة: الرياضيات | المدة: 03 ساعات و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4 ن)



نعتبر المكعب ABCDEFGH الذي طول ضلعه 1 " الشكل المقابل"

ننسب الفضاء إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(D;\overrightarrow{DA};\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DH})$

K مرجح الجملة $\{(F;2),(D;1)\}$

I) 1-بين أن إحداثيات النقطة K هي $\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$

2 -برهن أن المستقيمين (EK) و (DF) متعامدان .

II) نعتبر النقطة M من القطعة $[HG]$ ، نضع: $m = HM$ ، " $0 < m < 1$ "

1-برهن أنه ، من أجل كل عدد حقيقي m من المجال $]0;1[$ حجم رباعي الوجوه $EFMD$، يساوي $\frac{1}{6}$ بوحدة الحجم.

2-بين أن : $(-1+m)x+y-mz=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (MFD) .

3-نرمز إلى d_m إلى بعد النقطة E عن المستوي (MFD) .

أ-برهن أنه ،من أجل كل عدد حقيقي m من المجال $]0;1[$ ، $d_m = \frac{1}{\sqrt{2m^2-2m+2}}$.

ب- عين وضعية النقطة M التي من أجلها تكون d_m أكبر قيمة ممكنة .

ج-استنتج أنه لما تكون d_m أكبر ما يمكن تكون النقطة K هي المسقط العمودي ل E على المستوي (MFD) .

التمرين الثاني: (5 ن)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود $P(Z)$ حيث : $P(Z) = Z^3 - 7Z^2 + 25Z - 39$

1. أ-عيّن العددين الحقيقي a و b حيث ؛ من أجل كل عدد مركب Z: $P(Z) = (Z-3)(Z^2 + aZ + b)$

ب-حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول Z: $P(Z) = 0$

2. المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ نسمي A ، B ، C و D النقط التي لاحقاتها على الترتيب : $Z_A = i$ ، $Z_B = 3$ ، $Z_C = 2-3i$ و $Z_D = -1-2i$

-أحسب $\frac{Z_C - Z_B}{Z_A - Z_B}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

3. S التحويل النقطي الذي يرفق بكلّ نقطة M لاحقتها Z؛ النقطة M′ لاحقتها Z' حيث : $Z' = (1-i)Z - 1$

أ-عيّن طبيعة التحويل S وعناصره المميّزة.

ب- تحقق أنّ: $S(B) = C$ وعيّن لاحقة النقطة E علما أنّ : $S(E) = D$.

ج-بيّن أنّ النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى الدائرة التي مركزها E،يطلب تعيين نصف قطرها.

4. أ-عيّن Z_F لاحقة النقطة F صورة النقطة A بالدّوران الذي مركزه C و زاويته $-\frac{\pi}{2}$.

ب-تحقق أنّ النقط A ، B و F في استقامية.

5. عيّن المجموعة (T) للنقط $M(Z)$ من المستوي حيث: $Z = Z_A + \sqrt{10}\ e^{i\theta}$ و $\theta \in \mathbb{R}$.

التمرين الثالث: (4 ن)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة ب: $u_1 = e^2$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $u_{n+1} = e^{\frac{-1}{2}}\sqrt{u_n}$

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n > \frac{1}{e}$

2. أ-بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$

ب-استنتج أن (u_n) متناقصة تماما

ج- هل (u_n) متقاربة؟ إذا كانت متقاربة فما هي نهايتها

3. (v_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ب: $v_n = \frac{1}{2} + ln\sqrt{u_n}$

أ-برهن أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعين أساسها وحدها الأول

ب-أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n.

4. أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = \frac{1}{1+lnu_1} + \frac{1}{1+lnu_2} + \cdots + \frac{1}{1+lnu_n}$

التمرين الرابع: (7 ن)

I)- g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x) = (x-1)\ e^{-x} + 2$

1. أحسب نهايات الدالة g عند حدود مجموعة تعريفها.

2. أدرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها .

3. بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-0.38;-0.37[$.

4. استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II)- f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = 2x + 1 - x\ e^{-x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{I},\vec{J})$.

1. أ- أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها.

ب- بيّن أن المعادلة $f'(x) = g(x)$ استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

2. أ-بيّن أن المستقيم (d) ذي المعادلة $y = 2x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ب-أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (d)

3. بيّن أن $f(\alpha) = \frac{2\alpha^2+\alpha-1}{\alpha-1}$

4. أرسم (d) و (C_f) نأخذ $\alpha = -0.37$.

5. أحسب بالسنتيمتر المربع مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات ذات المعادلات

$y = 2x + 1$ ، $x = 0$ و $x = 2$.

III)- (Δ_m) مستقيم معادلته $y = 2x + m$ حيث m عدد حقيقي .

1. عيّن m حتى يكون (Δ_m) مماسا للمنحنى (C_f) عند نقطة يطلب تعيين إحداثياتها.

2. أكتب معادلة للمماس (Δ_m) في هذه الحالة.

3. ناقش بيانيا ، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد و إشارة حلول المعادلة: $1 - \frac{x}{e^x} - m = 0$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

وضعت أسئلة إمتحان شفوي في علبتين متماثلتين A و B. العلبة A تحتوي على4 أسئلة في الثقافة العامة،و 6 أسئلة في مادة الإختصاص، والعلبة B تحتوي على 3 أسئلة في الثقافة العامة و 7 أسئلة في مادة الإختصاص .

ظروف المسابقة(عمليات سحب الأسئلة وإختيار إحدى العلبتين متساوية الإحتمال)

1. شكل شجرة الإحتمالات المتوازنة
2. ما هو إحتمال سحب المترشح لسؤال في مادة الإختصاص من العلبة A؟
3. ما هو إحتمال سحب المترشح لسؤال في مادة الإختصاص من العلبة B ؟
4. ما هو إحتمال سحب المترشح سؤال في مادة الإختصاص؟
5. علما أن المترشح سحب سؤالا في الثقافة العامة ،ما إحتمال أن يكون من العلبة B؟
6. مترشح أخر يسحب عشوائيا سؤالا واحدا من العلبة A وسؤالا واحدا من العلبة B بين أن إحتمال سحب سؤالين في مادة الإختصاص هو 0.42

التمرين الثاني:(05 نقاط)

I) حل في مجموعة الاعداد المركبة المعادلة $(z+2)(z^2+z+1)=0$

II) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B ، C ، D ، E ذات اللواحق

$$z_A=\frac{-1+\sqrt{3}i}{2} \quad ، \quad z_B=\overline{z_A} \quad ، \quad z_C=-2 \quad ، \quad z_D=2(-1+\sqrt{3}i) \quad ، \quad z_E=\overline{z_D}$$

1. اكتب $(-z_A)$ على الشكل الاسي ثم علم النقط A ، B ، C ، D ، E
2. ليكن R التحويل النقطي الذي يحول $M(z)$ الى $M'(z')$ حيث : $\frac{z'+2}{z+2}=-z_A$

أ- ما طبيعة التحويل R و حدد عناصره المميزة

ب- لتكن النقطة F حيث : $R(D)=F$ ، بين أن $z_F=1+\sqrt{3}i$

ج- اكتب العدد $\frac{z_E-z_F}{z_D-z_F}$ على الشكل الجبري ثم استنتج ان المستقيمين (FD) و (EF) متعامدان

3. لتكن G مرجح الجملة $\{(A,|z_A|);(B,|z_B|);(C,|z_C|)\}$

أ- عين z_G لاحقة G

ب- عين مجموعة النقط M حيث : $\overrightarrow{MG}=\lambda\overrightarrow{AB}$ لما يمسح λ مجموعة الاعداد الحقيقية

ج- اكتب معادلة ديكارتية لهذه المجموعة

التمرين الثالث: (10 نقاط)

I. نعتبر الدالة g ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:

$$g(x) = x^2 - 1 + \ln x$$

1. أدرس اتجاه تغيرات الدالة g .
2. احسب $g(1)$ ، استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II. لتكن f الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:
$f(x) = x - \frac{\ln x}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس.

1. أ- أحسب $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ ، فسر هذه النتيجة بيانيا،
ب- أحسب $\lim_{x\to +\infty} f(x)$.
2. أ- بين أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ لدينا: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.
ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f و أنشئ جدول تغيراتها.
3. أ- ليكن (D) مستقيم معادلته $y = x$.أحسب $\lim_{x\to +\infty}[f(x) - x]$ ثم فسر النتيجة بيانيا.
ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (D).
4. بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيتها.
5. أرسم (D) و (C_f) .
6. أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و ومحور الفواصل والمستقيمان اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = e$.
7. ناقش بيانيا، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و إشارة حلول المعادلة:

$$x^2 - mx - \ln x = 0$$

III. نعتبر الدالة h ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على R كما يلي: $h(x) = f(e^x)$.

1. بين أنه من أجل كل x من R لدينا: $h(x) = \frac{e^{2x} - x}{e^x}$
2. استنتج جدول تغيرات الدالة h .

IV. لتكن $(u_n)_{n\in N}$ المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = e$ و $u_{n+1} = f(u_n)$.

1. بإستعمال رسم (D) و (C_f) مثّل الحدود u_0، u_1، u_2 و u_3 على محور الفواصل دون حسابها.
2. باستعمال البرهان بالتراجع بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $1 \le u_n \le e$.
3. بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما.
4. هل المتتالية (u_n) متقاربة؟ برر.
5. أحسب $\lim_{n\to +\infty} u_n$.

- بالتوفيق -