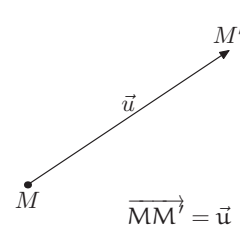
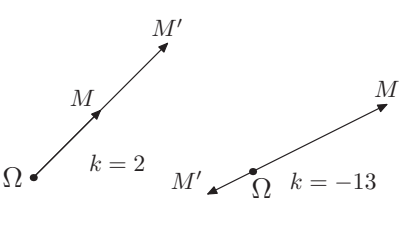
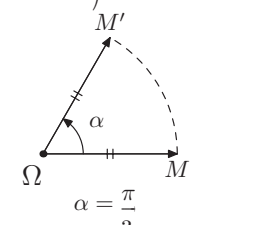
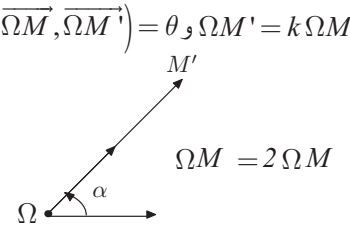


## ملخص التحويلات النقطية

### التحويلات النقطية المألوفة

(Translation) الانسحاب	(Homothétie) التحاكي	(Rotation) الدوران	(Similitude) التشابه المباشر
<p>الانسحاب الذي شعاعه <math>\vec{u}</math> هو التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة <math>M</math> من المستوي النقطية <math>M'</math> حيث: <math>\overrightarrow{MM'} = \vec{u}</math></p> 	<p><math>\Omega</math> نقطة ثابتة و <math>k</math> عدد حقيقي غير معدوم . التحاكي الذي مركزه <math>\Omega</math> ونسبته <math>k</math> هو التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة <math>M</math> من المستوي النقطية من المستوي النقطية <math>M'</math> حيث: <math>\overrightarrow{\Omega M'} = k \cdot \overrightarrow{\Omega M}</math> <math>k \in \mathbb{R}^* - \{1\}</math></p> 	<p>الدوران الذي مركزه <math>\Omega</math> و زاويته <math>\theta</math> هو التحويل النقطي الذي يرفق النقطة <math>\Omega</math> بنفسها و يرفق بكل نقطة <math>M</math> تختلف عن النقطة <math>M'</math> حيث: <math>(\overrightarrow{\Omega M}, \overrightarrow{\Omega M'}) = \theta</math> و <math>\Omega M' = \Omega M</math></p> 	<p>التشابه المباشر الذي مركزه <math>\Omega</math> ونسبته <math>k</math> (<math>k \in \mathbb{R}^* - \{1\}</math>) و زاويته <math>\theta</math> هو التحويل النقطي الذي يرفق النقطة <math>\Omega</math> بنفسها و يرفق بكل نقطة <math>M</math> عن النقطة <math>M'</math> حيث: <math>(\overrightarrow{\Omega M}, \overrightarrow{\Omega M'}) = \theta</math> و <math>\Omega M' = k \Omega M</math></p> 

### الأعداد المركبة و التحويلات النقطية

في كل ما يأتي المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{u}; \vec{v})$   $T$  تحويل نقطي من المستوي المركب الذي يرفق بكل نقطة  $M$  لاحقتها  $z$  النقطة  $M'$  ذات اللاحقة  $z'$  حيث  $z' = az + b$  مع  $a \in \mathbb{R}^*$  أو  $a \in \mathbb{C}^*$

#### نقطة صامدة ( مضاعفة ) بتحويل

$\Omega$  لاحقتها  $z_\Omega$  نقطة صامدة بالتحويل  $T$  يعني  $T(\Omega) = \Omega$  بما أن  $z_\Omega = a z_\Omega + b$  أي  $z_\Omega(1-a) = b$  و  $a \neq 1$  فإن  $z_\Omega = \frac{b}{1-a}$  و  $\Omega$  وحيدة .

أمثلة	نوعية التحويل	قيم $a$
$z' = z + 2 + i$	$T$ هو الانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}$ ذو اللاحقة $b$ .	$a = 1$
$z' = -3z + 2 + 4i$	$T$ هو التحاكي مركزه $\Omega$ لاحقتها $\frac{b}{1-a}$ و نسبته $a$	$a \neq 1$
$z' = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right)z - i\sqrt{3}$	$T$ هو الدوران مركزه $\Omega$ لاحقتها $\frac{b}{1-a}$ و زاويته $\arg(a)$	$ a  = 1$
$z' = (1-i)z - 2i$	$T$ التشابه المباشر مركزه $\Omega$ لاحقتها $\frac{b}{1-a}$ و زاويته $\arg(a)$ و نسبته $ a $	$ a  \neq 1$

$$z' = k(\cos(\theta) + i \sin(\theta))z + b \quad \text{أو} \quad z' = ke^{i\theta}z + b$$

#### صيغ أخرى للتحويلات النقطية

### التمرين 0

نوعية التحويل	الكتابة المركبة	نوعية التحويل	الكتابة المركبة
$ a  =  1+i  = \sqrt{2}$ $T$ تشابه مباشر نسبته $\sqrt{2}$	$z' = (1+i)z + i$	$ i  = 1$ $T$ دوران زاويته $\frac{\pi}{2}$	$z' = iz + 1 - i$
$a = 1$ $T$ انسحاب شعاعه $\vec{u}(-1; 5)$	$z' = z - 1 + 5i$	$a = 3$ عدد حقيقي $T$ تحاكي نسبته 3	$z' = 3z - 5i$
$ a  =  1-i  = \sqrt{2}$ $T$ تشابه مباشر نسبته $\sqrt{2}$	$z' = (1-i)z + i - 3$	$T$ دوران زاويته $-\frac{\pi}{3}$ $\left \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right  = 1$	$z' = \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z - 1$

فيما يلي المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O, \vec{u}, \vec{v})$

**التمرين 1** الانسحاب الذي شعاعه  $\vec{u}(-2;1)$  (1 عين العبارة المركبة للانسحاب  $t_{\vec{u}}$  (2 A النقطه التي لاحقتها  $3-i$

، عين لاحقة النقطه  $A'$  صورة A بالانسحاب  $t_{\vec{u}}$

**الحل 1** (1 لتكن M نقطه من المستوي لاحقتها z و  $M'$  لاحقتها  $z'$  صورتها بالانسحاب  $t_{\vec{u}}$   $M' = t_{\vec{u}}(M)$  يعني  $z' = z - 2 + i$

$$(2) \quad z_{A'} = 3 - i - 2 + i = 1 \quad \text{و} \quad z_A = z_{A'} - 2 + i \quad \text{يعني} \quad t_{\vec{u}}(A) = A'$$

**التمرين 2** h التحاكي الذي مركزه A ذات اللاحقة  $-1+2i$  و نسبته 3 (1 عين العبارة المركبة للتحاكي h.

(2 B النقطه التي لاحقتها  $-3-2i$  ، عين لاحقة النقطه  $B'$  صورة B بالتحاكي h

**الحل 2** (1 M نقطه من المستوي لاحقتها z و  $M'$  لاحقتها  $z'$  صورتها بالتحاكي h  $h(M) = M'$  يعني  $z' = 3z + b$  . بما أن مركز التحاكي فإن

$$h(A) = A \quad \text{و} \quad z_A = 3z_A + b \quad \text{و} \quad z' = 3z + 2 - 4i \quad \text{و} \quad \text{إذن} \quad z_A = 3z_A + b$$

$$(2) \quad h(B) = B' \quad \text{يعني} \quad z_{B'} = 3z_B + 2 - 4i \quad \text{و} \quad z_{B'} = 3(-3 - 2i) + 2 - 4i = -7 - 10i$$

**التمرين 3** الدوران r الذي مركزه A ذات اللاحقة  $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$  و زاويته  $\theta$  حيث  $\frac{\pi}{3}$  أحد أقياسها (1 عين العبارة المركبة للدوران r.

(2 B النقطه التي لاحقتها  $1-i\sqrt{3}$  ، عين لاحقة النقطه  $B'$  صورة B بالدوران r.

**الحل 3** (1 M نقطه لاحقتها z و  $M'$  لاحقتها  $z'$  صورتها بالدوران r  $r(M) = M'$  يعني  $z' = az + b$  حيث  $|a| = 1$  و  $\arg(a) = \frac{\pi}{3}$

$$a = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = e^{i\frac{\pi}{3}} \quad \text{و} \quad z_A = e^{i\frac{\pi}{3}} z_A + b \quad \text{و} \quad h(A) = A \quad \text{فإن} \quad \text{مركز الدوران} \quad \text{هي} \quad A$$

$$(2) \quad r(B) = B' \quad \text{يعني} \quad z_{B'} = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) z_B - 1 \quad \text{أي} \quad z_{B'} = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) z_B - 1 \quad \text{و} \quad z_{B'} = 1 \quad \text{أي} \quad b = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i - \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i = -1$$

**التمرين 4** ليكن S التشابه المباشر الذي بكل نقطه M لاحقتها z يرفق النقطه  $M'$  لاحقتها  $z' = (1+i)z - 2i$

(1 عين  $A'$  صورة النقطه  $A(1,-1)$  (2 عين  $B'$  صورة النقطه  $B(0,1)$  (3 عين k نسبة التحويل S

**الحل 4** (1  $S(A) = A'$  و منه  $z_{A'} = (1+i)(1-i) - 2i = 2 - 2i$  أي  $z_{A'} = (1+i)(1-i) - 2i = 2 - 2i$

(2  $S(B) = B'$  و منه  $z_{B'} = (1+i)(i) - 2i = -1 - i$  أي  $z_{B'} = (1+i)(i) - 2i = -1 - i$

$$(3) \quad \text{التشابه المباشر يحافظ على نسب المسافات و منه} \quad \frac{A'B'}{AB} = \frac{|z_{B'} - z_{A'}|}{|z_B - z_A|} = k \quad \text{و} \quad \frac{A'B'}{AB} = \frac{|-1 - i - 2 + 2i|}{|-1 + 2i|} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = \sqrt{2} \quad \text{و} \quad \frac{|-1 - i - 2 + 2i|}{|-1 + 2i|} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = \sqrt{2}$$

**التمرين 5** لتكن النقط  $A, B, C, D$  التي لواحقها  $z_A = 1, z_B = -3 - 5i, z_C = -4 + 5i, z_D = -3$  على الترتيب .

عين التشابه المباشر الذي يحول A إلى B و يحول C إلى D . ثم عين عناصره المميزة

**الحل 5** الكتابة المركبة للتحويل S حيث  $z' = az + b$  عدد مركب غير معدوم و b عدد مركب

$$a = \frac{z_B - z_D}{z_A - z_C} = \frac{-3 - 5i - (-3)}{1 - (-4 + 5i)} = \frac{-5i}{-1 + 5i} = \frac{i(-1 - i)}{-1 + 5i} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i \quad \text{و} \quad a = \frac{z_B - z_D}{z_A - z_C} = \frac{-3 - 5i - (-3)}{1 - (-4 + 5i)} = \frac{-5i}{-1 + 5i} = \frac{i(-1 - i)}{-1 + 5i} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$$

$$b = -3 - 5i - a = -3 - 5i - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right) = -\frac{7}{2} - \frac{9}{2}i \quad \text{و} \quad \text{بالتالي} \quad z' = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right)z - \frac{7}{2} - \frac{9}{2}i$$

$$S(M) = M' \quad \text{يعني} \quad z' = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right)z - \frac{7}{2} - \frac{9}{2}i \quad \text{و} \quad z_{\Omega} = \frac{b}{1-a} = -8 - i \quad \text{أي} \quad \Omega(-8, -1) \quad \text{نسبة} \quad S \quad \text{هي} \quad |a| = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{و} \quad \arg(a) = -\frac{\pi}{4}$$

**التمرين 6** لتكن النقط  $A, B, C$  التي لواحقها  $z_A = i, z_B = -2 + 3i, z_C = -4 + 5i$  على الترتيب

عين التشابه المباشر الذي مركزه A و يحول C إلى B .

$$\text{الحل 6} \quad \text{الكتابة المركبة للتحويل} \quad S \quad \text{هي} \quad z' = az + b \quad \text{و} \quad \begin{cases} z_A = az_A + b \\ z_B = az_B + b \end{cases} \quad \text{بالطرح طرفا من طرف} \quad a = \frac{z_A - z_B}{z_A - z_C}$$

$$a = \frac{z_A - z_B}{z_A - z_C} = \frac{i - (-2 + 3i)}{i - (-4 + 5i)} = \frac{2 - 2i}{4 - 4i} = \frac{1}{2} \quad \text{و} \quad \text{بالتالي} \quad z' = \frac{1}{2}z + \frac{1}{2}i \quad \text{يعني} \quad S(M) = M' \quad \text{و} \quad \text{منه} \quad S \quad \text{تحاك}$$