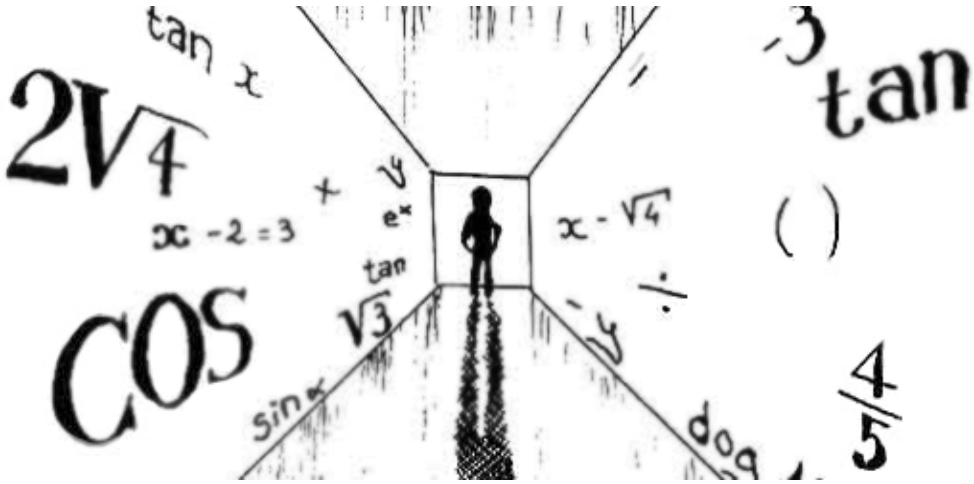
Ce document est distribué gratuitement par le site edudz.net

Exercices de maths

-- Produit scalaire, 2AS --

Par M. Moula



17 / 04 /2009

الأستـــاذ Moula	الجداء السلمي و تطبيقات عليه	Classe :2AS

التمرين الأول

أحسب $\vec{V}$و $\vec{U}$حيث:

1) $\|\vec{U}\|=2\sqrt{2}$ / $\|\vec{V}\|=\sqrt{2}$ / $\alpha=\frac{4\pi}{3}$ 2) $\|\vec{U}\|=4$ / $\|\vec{V}\|=2$ / $\alpha=\frac{3\pi}{2}$

3) $\|\vec{U}\|=1$ / $\|\vec{V}\|=\sqrt{2}$ / $\alpha=\frac{500\pi}{4}$

التمرين الثاني

$\vec{U}$و $\vec{V}$ شعاعان حيث: $\alpha=\frac{\pi}{3}$ / $\|\vec{V}\|=3$ / $\|\vec{U}\|=2$ 1)

I. عين mحيث :

1) $\left(2\vec{U}+3\vec{V}\right)\left(\vec{U}-m\vec{V}\right)=-2$ 2) $\left(2\vec{U}+3\vec{V}\right).\left(\vec{U}-m\vec{V}\right)=0$

3) $\left(m\vec{U}-\vec{V}\right).\vec{V}=0$ 4) $\left(2\vec{U}+m\vec{V}\right).\left(3\vec{U}-\vec{V}\right)=5$ 5) $\left(m\vec{U}-\vec{V}\right)^2=9$

II. عين β,α حيث:

$$\begin{cases}\left(\alpha\vec{U}+\beta\vec{V}\right).\vec{U}=0\\ \left(\alpha\vec{U}+\beta\vec{V}\right).\vec{V}=0\end{cases}$$

التمرين الثالث

لتكن النقط : $A(2,4),B(3,5),C(m,0)$

عين mحيث :

1) النقط C,B,A على استقامة واحدة.
2) $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{BC}$
3) $\frac{\pi}{4}$قيس للزاوية $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$.

التمرين الرابع

لتكن النقط $A(0,\alpha),B(-2,3),C(6,9)$

عين αحتى يكون ABC قائم في A .

التمرين الخامس

عين α,βحيث: $\vec{U}\begin{pmatrix}-1\\ \sqrt{2}\end{pmatrix},\vec{V}\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix}$ 1) $\|\vec{V}\|=1$ $\vec{U}//\vec{V}$ 2) $\|\vec{V}\|=2$ $\vec{U}\perp\vec{V}$ 3) $\|\vec{V}\|=12$ $\vec{U}.\vec{V}=3$

التمرين السادس

$\vec{U}$ و $\vec{V}$ شعاعان حيث: 1) $\vec{U}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ $\vec{V}\begin{pmatrix}2\sqrt{3}\\2\end{pmatrix}$ 2) $\vec{U}\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}$ $\vec{V}\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}$

- عين في كل حالة قيسا للزاوية $(\vec{U},\vec{V})$.

التمرين السابع

- تعطى النقط : $A(-1,2), B(-2,1), C(2,-1)$

1) بين أن المثلث ABC قائم.

2) أحسب أطوال الأضلاع المثلث ABC .

3) أوجد $\cos\hat{b}, \cos\hat{c}$.

- نفس الأسئلة مع النقط : $A(2,2), B(2,0), C(0,2)$

التمرين الثامن

ليكن $\vec{U}$ و $\vec{V}$ شعاعان غير معدومين. نضع : $\theta(\vec{U},\vec{V})$

1) عبر عن $(\vec{U},-\vec{V})$ بدلالة θ.

استنتج أن: $\vec{U}(-\vec{V}) = -(\vec{U}.\vec{V}) = (-\vec{U}).\vec{V}$

2) بين العلاقة : $\vec{U}.\vec{V} = \frac{1}{2}\left(\|\vec{U}\|^2 + \|\vec{V}\|^2 - \|\vec{U}-\vec{V}\|^2\right)$

3) تطبيق يعطي $AB = \sqrt{3}, AC = \frac{3}{2}$ و $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = -\frac{9}{4}$.

- عين الزاوية $\widehat{BAC}$ و الطول BC .

التمرين التاسع

في معلم متعامد و متجانس، النقط B, A و C إحداثياتها على الترتيب: $(0,1),(3,4),(5,2)$

1) أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.

2) أحسب الطولين AB و AC .

3) استنتج قيمة للزاوية $\widehat{BAC}$ مدورة إلى الوحدة.

التمرين العاشر :

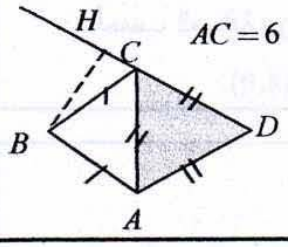
في معلم متعامد و متجانس، النقط B, A و C إحداثياتها على الترتيب: $(1,1),(3,4),(3-k,-1)$ حيث k عدد حقيقي.

1) عين العدد الحقيقي k حيث يكون المثلث ABC قائما في A .

2) برهن أن المثلث ABC متساوي الساقين في A .

التمرين الحادي عشر

ABC مثلث متساوي الساقين و قائم في B و ACD مثلث متقايس الأضلاع، علما أن : $AC=6$



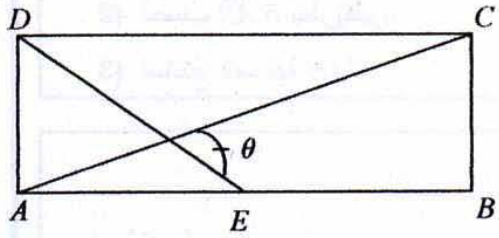
1) أحسب الجداءات السلمية التالية: $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DC}.\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{OC}.\overrightarrow{DA}$

2) أحسب DH حيث H هو المسقط العمودي لـ B على المستقيم (DC). رسم

3) أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{CB}$ و استنتج قيمة $\cos\widehat{DCB}$.

التمرين الثاني عشر

$ABCD$ مستطيل حيث $AD=3$ و $AB=5$ ، E منتصف $[AB]$. (انظر الشكل المقابل)



1) أحسب AC و DE.

2) عبر عن الشعاعين $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{DE}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AD}$.

- أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DE}$.

3) استنتج قيمة الزاوية $\theta=\left(\overrightarrow{DE},\overrightarrow{AC}\right)$ بالدرجات بتقريب $0,01$.

التمرين الثالث عشر

$ABCD$ مربع طول ضلعه4، نعرف النقطتان I و J كما يلي: $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{BJ}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$.

نضع: $\vec{u}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ و $\vec{v}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$.

1) بين أن المعلم $(A,\vec{u},\vec{v})$ متعامد متجانس و عين إحداثيي النقط D,C,B,A و J.

2) لتكن M نقطة ، المستقيم (CD) معرف بـ : $\overrightarrow{DM}=x\overrightarrow{DC}$

أ) عين إحداثيي النقطة M في المعلم $(A,\vec{u},\vec{v})$.

ب) عين وضعية النقطة M بحيث يكون المستقيم (BM) عمودي على المستقيم (IJ).

التمرين الرابع عشر

- أكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل $A(1,2)$ و يعامد المستقيم الذي معادلته $2x-3y+1=0$.

التمرين الخامس عشر

- أكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل $A(4,1)$ و يعامد $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}$.

التمرين السادس عشر

- أحسب المسافة بين النقطة M و المستقيم (Δ).

1) $(\Delta): 2x-y+3=0$, $M(0,1)$ /2) $(\Delta): x-5=0$, $M(5,1)/M(4,0)$

التمرين السابع عشر

لتكن النقط $A\left(-\frac{3}{2},-1\right), B(-1,3), C(5,-1)$، H إلى المسقط العمودي للنقطة A على (BC).

1) عين شعاعا $\vec{n}$ ناظميا على (BC).
2) أحسب $\vec{n}.\overrightarrow{AB}$ بطريقتين.
3) استنتج المسافة AH .

التمرين الثامن عشر

لتكن $A\left(0,\frac{9}{2}\right)$ و (D) المستقيم الذي معادلته : $4x+3y-1=0$

1) عين معادلة المستقيم (Δ) العمودي على (D) و الذي يشمل A .
2) عين إحداثيي نقطة تقاطع (Δ) و (D).
3) استنتج المسافة بين A و (D).

التمرين التاسع عشر

نعتبر النقط $A(-2,0), B(2), C(-3,3)$.

1) عين معادلة الإرتفاع المار بـ A في المثلث ABC .
2) عين معادلة لمحور القطعة $[BC]$.

التمرين العشرون

عين معادلة ديكارتية للمستقيم (D) في كل حالة من الحالات التالية:

1) (D) يشمل $A(2,-1)$ و $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ شعاع ناظمي له.
2) (D) يشمل $A\left(-\sqrt{2},1\right)$ و عمودي على المستقيم (BC) حيث $B(-2,1)$ و $C(5,2)$.
3) (D) يشمل 0 و عمودي عل المستقيم الذي معادلته: $2x+3y-6=0$.

التمرين الحادي و العشرون

D_1 و D_2 مستقيمان معادلتهما على الترتيب: $y=2x+1$ و $y=-\frac{1x+3}{2}$.

1) عين شعاعا ناظميا $\vec{n}_1$ لـ D_1 و شعاعا ناظميا $\vec{n}_2$ لـ D_2 .

2) أحسب $\vec{n}_1$ و $\vec{n}_2$.

3) ماذا تستنتج بالنسبة للمستقيمين ؟

التمرين الثاني و العشرون

ABC مثلث حيث: $B(2,-1), A(5,-2)$ و $B(2,-1), A(5,-2)$.

1) عين معادلة للإرتفاع المار بـ A .

2) عين معادلة للإرتفاع المار بـ B .

3) عين إحداثيي نقطة تقاطع الإرتفاعات.

التمرين الثالث و العشرون

A و B نقطتان إحداثييهما على الترتيب $(3,1),(-1,1)$

1) ما هي مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB}=0$ ؟

2) عين معادلة لهذه المجموعة .

التمرين الرابع و العشرون

لتكن النقط $B(3,0), A(1,3)$ و $C(-5,-1)$.

1) بين أن المثلث ABC قائم.

2) عين معادلة للدائرة المحاطة بالمثلث ABC .

3) عين معادلة لمماس هذه الدائرة في A .

التمرين الخامس و العشرون

لتكن $\Omega(3,-2)$ و (D) المستقيم الذي معادلته: $x-3y+1=0$.

1) عين المسافة بين Ω و (D).

2) استنتج معادلة للدائرة التي مركزها Ω و التي تمس (D).

التمرين السادس و العشرون

أكتب معادلة للدائرة (C)التي تشمل النقط c,b,a حيث:

1) $A(0,1),B(1,0),C(1,1)$ 2) $A(1,-1),B(4,1),C(2,3)$

التمرين السابع و العشرون

تعرف على المجموعات التالية:

1) $x^2+y^2+2x-4y=0$ 2) $2x^2+2y^2+6x+8y-1=0$ 3) $\frac{1}{3}x^2+\frac{1}{3}y^2-y-2=0$

4) $y^3+x^2y-4xy+5y^2=0$ 5) $x^2+y^2+5y-6x+20=0$

التمرين الثامن و العشرون

عين تقاطع (C) مع (Δ) في كل حالة :

1) $\begin{cases}(C):x^2+y^2-\frac{9}{2}x-7y=0\\(\Delta):4x-2y+3=0\end{cases}$ 2) $\begin{cases}(C):x^2-2x+y^2-2y=2\\(\Delta):y=x-1\end{cases}$

التمرين التاسع و العشرون

(C_m)مجموعة النقط $M(x,y)$حيث : $x^2+y^2-4mx-2my+10(m-1)=0$ مع $m\in\mathbb{R}$

1) أثبت أن (C_n)دائرة.

2) أنشئ الدوائر $(C_M),(C_1),(C_0)$.

3) لتكن (ω_m) مركز الدائرة (C_M) عين مجموعة النقط (ω_m)عندما يتغير m في $\mathbb{R}$.

4) أثبت أن (C_m)تشمل نقطتين B,A يطلب تعيينهما.

التمرين الثلاثون

(C_m)مجموعة النقط $M(x,y)$حيث : $(C_m):x^2+y^2-2mx-2(1+m)y+6m+1=0$.

1) عين مجموعة قيم mحتى تكون (C_m) دائرة ثم عين مركزها ω_mو نصف قطرها α_m.

2) عين مجموعة النقط ω_mعندما يتغير في $\mathbb{R}$.

3) نعتبر النقط: $A(0,1),B(2,3)$ أثبت أن: $\overrightarrow{\omega_mA}.\overrightarrow{\omega_mB}=\alpha_m^2$ حيث نصف قطر الدائرة (C_m).