ثانوية عبد الحق بن حمودة – سيرات – مستغانم السنة الدراسية: 2017/2018

المستوى: 2 ع.ت (2,1) المـدة: $\lim_{x \to 2} x$ سا

اختبار الفصل الثاني

التمرين الأول:

$x \in \mathbb{R}$: لتكن العبارة : $A(x) = cos(1962\pi + 2x) + sin(5\pi - 2x) - cos\left(\frac{1988\pi}{4} + 2x\right) + cos\left(\frac{2018}{4}\pi - 2x\right)$

1. أثبت أن : $A(x) = 2\,cos(2x)$.
2. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $[A(x)]^2 - 1 = 0$.
3. بين أن : $cos^4(x) - sin^4(x) = 1 - 2\,sin^2(x)$

التمرين الثاني:

يحتوي كيس على خمس كرات حمراء تحمل الأرقام: 3 ، 3، 2، 2 و1 وأربع كرات بيضاء تحمل الأرقام: 1،2،3 و3 غير متمايزة عند اللمس.

نسحب عشوائيا من هذا الكيس كرتين على التوالي مع إرجاع الكرة المسحوبة.

1) شكل شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه الوضعية في الحالتين الآتيتين:

أ) باعتماد ألوان الكرات. ب) باعتماد الأرقام المسجلة على الكرات.

2) أحسب احتمال كل من الحوادث التالية :

أ) A " الكرتان المسحوبتان بيضاوان ".

ب) B " إحدى الكرتين المسحوبتين فقط حمراء ".

ج) C " لا يظهر الرقم 1 ".

التمرين الثالث:

الجزء الأول : لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = \frac{\alpha x^2 + \beta x + 1}{x^2 + 1}$ حيث β, α أعداد حقيقية.

جد β, α إذا علمت أن (C_g) التمثيل البياني للدالة g :

يقبل مستقيم مقارب معادلته $y = 1$. يشمل النقطة $A(1;2)$.

الجزء الثاني : لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني.

1. أحسب $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
2. بين أن : $f'(x) = \frac{2(1 - x^2)}{(x^2 + 1)^2}$ ، أدرس إشارة المشتقة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
3. أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 1$.
4. بين أن $f(-x) = 2 - f(x)$ ،ماذا تستنتج؟
5. أنشئ (Δ) و (C_f) .
6. عين مجموعة الأعداد الحقيقية m التي من أجلها المعادلة: $(1 - m)x^2 + 2x + 1 - m = 0$ تقبل حلين موجبين.

تمنياتي لكم بالتوفيق و النجاح أستاذ المادة: قلوش

تصحيح اختبار الفصل الثاني

التمرين الأول :

1. إثبات أن : $A(x) = 2\cos(x)$.

لدينا:

$$A(x)=\cos\left(\cancel{1992\pi}^{0}+2x\right)+\sin\left(\cancel{4\pi}^{0}+\pi-2x\right)$$

$$-\cos(497\pi+2x)+\cos\left(\frac{2016\pi+2\pi}{4}+2x\right)$$

$$A(x)=\cos(2x)+\sin(\pi-2x)-\cos\left(\cancel{496\pi}^{0}+\pi+2x\right)$$

$$+\cos\left(\cancel{504\pi}^{0}+\frac{2\pi}{4}+2x\right)$$

$$A(x)=\cos(2x)+\sin(2x)-\cos(\pi+2x)+\cos\left(\frac{\pi}{2}+2x\right)$$

$$A(x)=\cos(2x)+\cancel{\sin(2x)}+\cos(2x)-\cancel{\sin(2x)}$$

$$A(x)=2\cos(2x)$$

2. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $[A(x)]^2-1=0$

$[A(x)]^2-1=0$ معناه $[2\cos(2x)-1][2\cos(2x)+1]=0$

معناه $\cos(2x)=\frac{-1}{2}$ أو $\cos(2x)=\frac{1}{2}$

$\frac{2\pi}{3}$

$\cos(2x)=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)$ أو $\cos(2x)=\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$

إذن: $S=\left\{\frac{\pi}{3}+k\pi;-\frac{\pi}{3}+k\pi\right\}U\left\{\frac{\pi}{6}+k\pi;-\frac{\pi}{6}+k\pi\right\}$ $/k\in Z$

3. بين أن: $\cos^4(x)-\sin^4(x)=1-2\sin^2(x)$

$$\cos^4(x)-\sin^4(x)=[\cos^2(x)]^2-[\sin^2(x)]^2$$

$$=[\cos^2(x)-\sin^2(x)]\left[\underbrace{\cos^2(x)+\sin^2(x)}_{1}\right]$$

$$=\cos^2(x)-\sin^2(x)+[\sin^2(x)-\sin^2(x)]$$

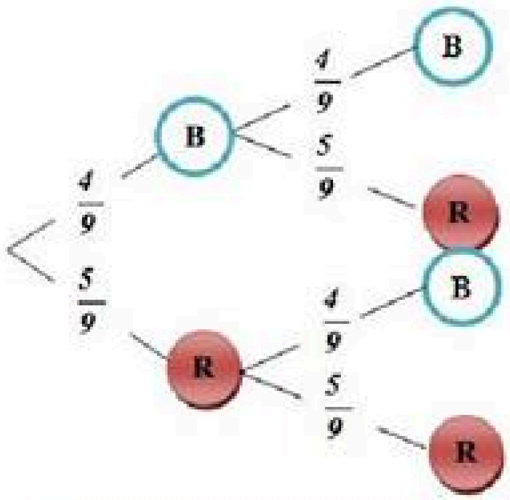
$$=\underbrace{\cos^2(x)+\sin^2(x)}_{1}-\sin^2(x)-\sin^2(x)$$

$$=\boxed{1-2\sin^2(x)}$$

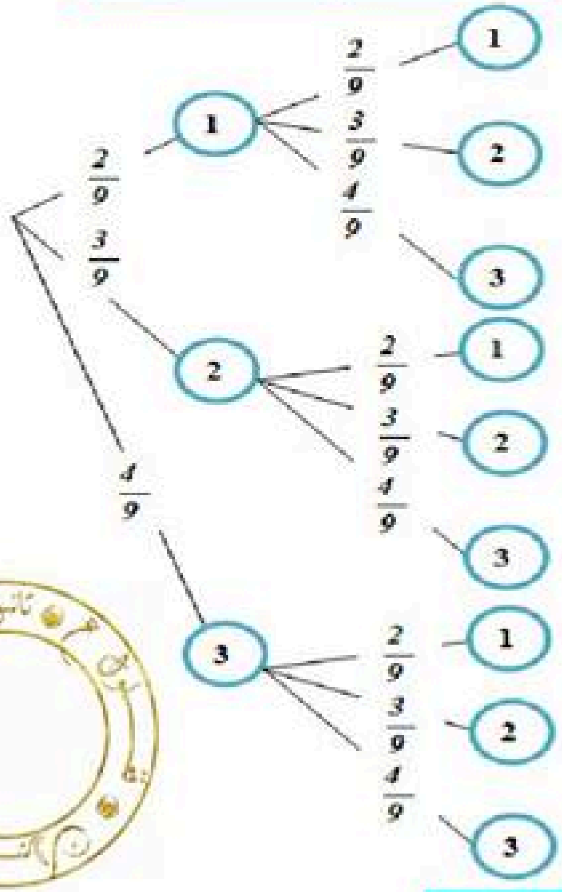
التمرين الثاني:

1) تشكيل شجرة الاحتمالات

أ) باعتماد ألوان الكرات



ب) باعتماد الأرقام المسجلة على الكرات



2) حساب احتمال:

أ) A " الكرتان المسحوبتان بيضاوان "

$$P(A)=\frac{4}{9}\times\frac{4}{9}=\boxed{\frac{16}{81}}$$

ب) B " إحدى الكرتين المسحوبتين فقط حمراء "

$$P(B)=\frac{4}{9}\times\frac{5}{9}+\frac{5}{9}\times\frac{4}{9}=\boxed{\frac{40}{81}}$$

ج) " C " لا يظهر الرقم 1"

$$P(C)=\frac{3}{9}\times\frac{3}{9}+\frac{3}{9}\times\frac{4}{9}+\frac{4}{9}\times\frac{3}{9}+\frac{4}{9}\times\frac{4}{9}=\boxed{\frac{49}{81}}$$

التمرين الثالث:

الجزء الأول: إيجاد β,α :

يقبل مستقيم مقارب معادلته $y=1$

$$\begin{cases}\lim\limits_{|x|\to+\infty} g(x)=1\\ \lim\limits_{|x|\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{|x|\to+\infty}\frac{\alpha \cancel{x^2}}{\cancel{x^2}}=\alpha\end{cases}\Rightarrow \boxed{\alpha=1}$$

يشمل النقطة $A(1;2)$

نعلم أن $(\alpha=1)$:

$$g(x)=\frac{x^2+\beta x+1}{x^2+1}$$

$$g(1)=\frac{(1)^2+\beta(1)+1}{(1)^2+1}=2\Rightarrow\boxed{\beta=2}$$

الجزء الثاني:

1. حساب النهايات:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2}{x^2}=1$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{x^2}=1$$

التفسير الهندسي:

المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب موازي لمحور الفواصل معادلته $y=1$.

2. تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\frac{2(1-x^2)}{(x^2+1)^2}$

$$f'(x)=\frac{(2x+2)(x^2+1)-2x(x^2+2x+1)}{(x^2+1)^2}$$

$$=\frac{\cancel{2x^3}\cancel{+2x}+2x^2+2\cancel{-2x^3}-4x^2\cancel{-2x}}{(x^2+1)^2}$$

$$=\boxed{\frac{2(1-x^2)}{(x^2+1)^2}}$$

دراسة إشارة المشتقة $f'(x)$ ثم تشكيل جدول تغيراتها:

إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة البسط $2(1-x^2)$ ثلاثي حدود من الدرجة الثانية يقبل جذرين $x'=1$ و $x''=-1$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	

الدالة f متزايدة تماما على $[-1;1]$ ومتناقصة تماما على المجالين $]-\infty,-1]$ و $[1,+\infty[$.

جدول التغيرات

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	1	↘	0	↗	2	↘	1

3- دراسة الوضعية النسبية لـ (C_f) و (Δ)

ندرس إشارة الفرق: $f(x)-1=\frac{2x}{x^2+1}$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)-y$		-	0	+	
		(C_f) تحت (Δ)		(C_f) فوق (Δ)	

(C_f) يقطع (Δ) عند النقطة $A(0;1)$

4. بين أن $f(-x)=2-f(x)$، ماذا تستنتج؟

$$f(-x)+f(x)=\frac{(-x)^2+2(-x)+1}{(-x)^2+1}+\frac{x^2+2x+1}{x^2+1}$$

$$=\frac{x^2-2x+1+x^2+2x+1}{x^2+1}$$

$$=\frac{2x^2+2}{x^2+1}$$

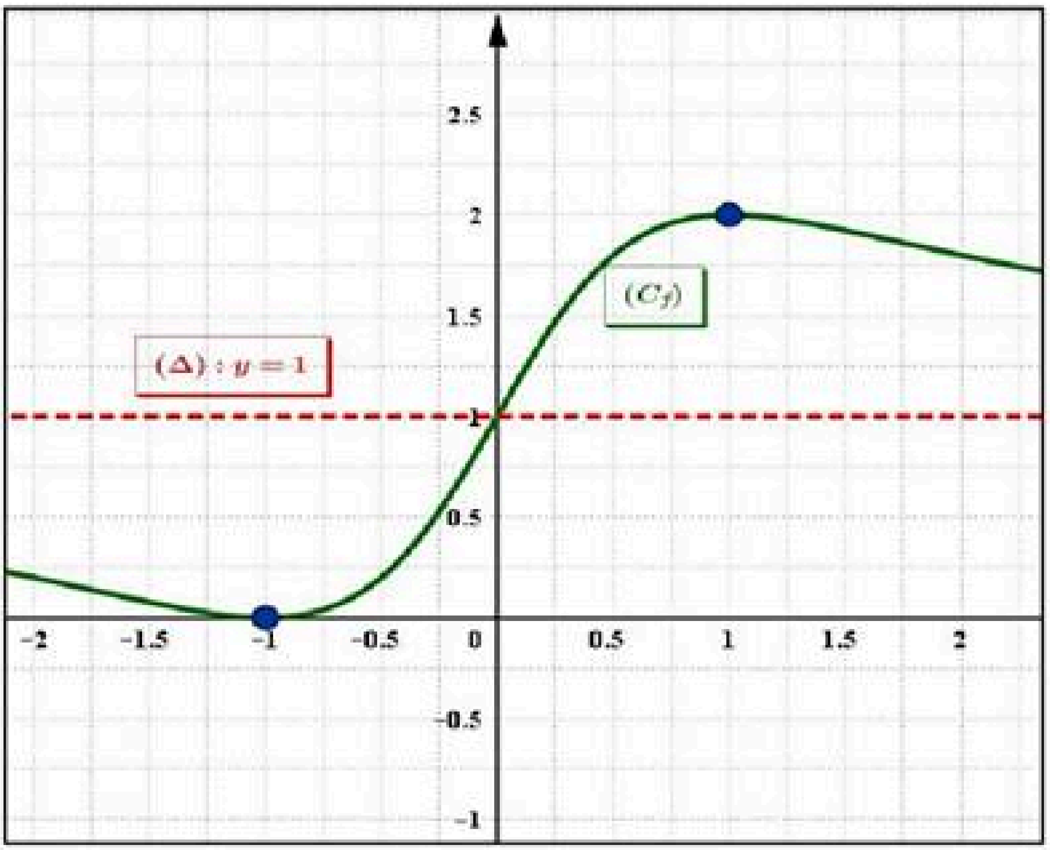
$$=\frac{2\cancel{(x^2+1)}}{\cancel{x^2+1}}$$

$$=\boxed{2}$$

نلاحظ أن :
$f(2(a)-x)+f(x)=2\times b$
$f(2(0)-x)+f(x)=2\times 1$

ومنه نستنتج أن النقطة $\Omega(0;1)$ مركز تناظر المنحنى (C_f).

6. إنشاء (Δ) و (C_f)



7. تعيين مجموعة الأعداد الحقيقية m التي من أجلها المعادلة: $(1-m)x^2+2x+1-m=0$ تقبل حلين موجبين.

$$(1-m)x^2+2x+1-m=0$$
$$x^2-mx^2+2x+1-m=0$$
$$x^2+2x+1=m\left(x^2+1\right)$$
$$\frac{x^2+2x+1}{x^2+1}=m$$
$$f(x)=m$$

الحلول البيانية للمعادلة $f(x)=m$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f)

مع المستقيم ذي المعادلة $y=m$.

لما $m\in\left]1;2\right[$ المعادلة تقبل حلين موجبين.