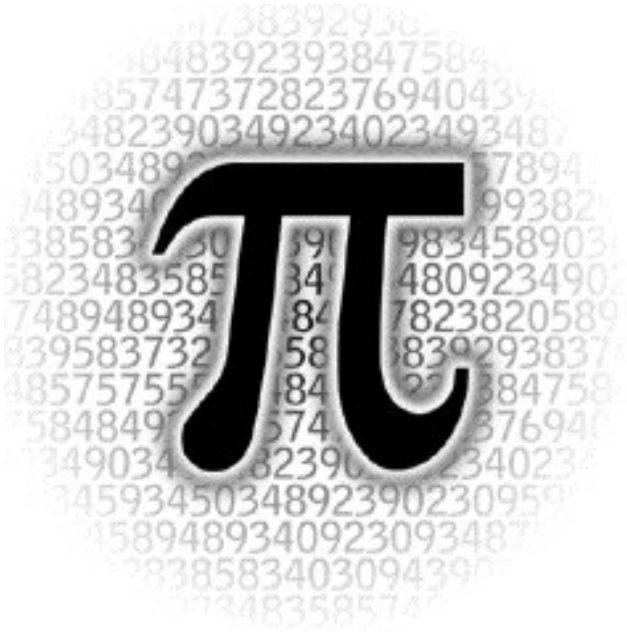
Ce document est distribué gratuitement par le site edudz.net

Exercices de maths

-- La dérivation 2AS --

Par Mr Moula



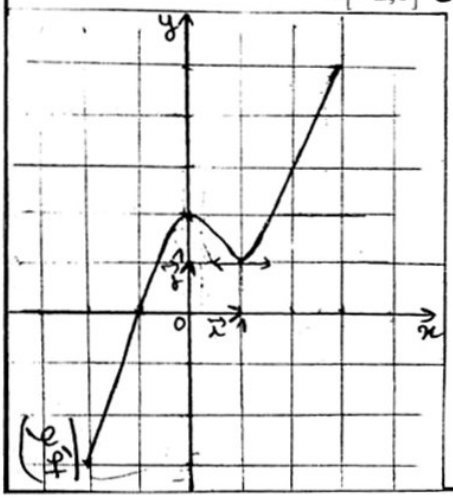
Scanné par Majda et amélioré par InSide de l'équipe eduDz ;-)

09 / 02 /2009

قســـم : 2AS	الإشتقاقية و تطبيقات الإشتقاقية	الأستاذ: MOULA

التمرين الأول

(C_f)هو التمثيل البياني للدالة f' مشتقة الدالة f المعرفة على المجال $[-2,3]$.



1) ناقش حسب قيم x إشارة $f'(x)$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f.

3) ناقش بيانيا حسب قيم m عدد

و إشارة حلول المعادلة : $f'(x)=m$

4) ليكن a و b عنصران من المجال $[-2,-1]$ بحيث : $a<b$

- قارن بين العددين $f(a)$ و $f(b)$.

التمرين الثاني

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $f(x)=x^3+3x^2-3x-2$

و (C_f) تمثيلها البياني في معلم $(o,\vec{i},\vec{j})$

1) أدرس تغيرات الدالة f.

2) أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $[-1,0]$.

3) أثبت أن للمنحنى (C_f) مماسين يوازيان المستقيم (Δ)ذو المعادلة : $y=-3x-2$

4) أدرس وضعية المنحنى (C_f)بالنسبة للمستقيم (Δ).

التمرين الثالث

- من بين الأجوبة المقترحة إختر الجواب الصحيح:

a) f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $f(x)=x^2-3$

① $f'(1)=0$ ② $f'(1)=-3$ ③ $f'(1)=2$

b) f دالة معرفة على $\mathbb{R}$: $h\in\mathbb{R}^*:f(x)=(x-1)^2$.....

① $\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=h^2+h+1$ ، ② $\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=h+2$ ، ③ $\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=-h$

c) $y=2x-3$ هي المعادلة مماس المنحنى (C) للدالة f عند النقطة $(1,-1)$ العدد :

① $f'(1)=6$ ، ② $f'(1)=2$ ③ $f'(1)=0$

التمرين الرابع

a) أوجد تعريف تآلفي للعبارة $(3+h)^2$ عندما ينتهي h إلى الصفر .

b) عين تقريب لكل من الأعداد التالية: $(3,02)^2, (2,98)^2, (3,001)^2$

c) ليكن (C) منحنى الدالة f يشمل النقطة $A(2,4)$ و (Δ) مستقيم معادلته : $y=3x+5$

- أكتب معادلة المماس للمنحنى (C) عند النقطة A و الذي يوازي المستقيم (Δ).

التمرين الخامس

1) باستعمال النظريات على المشتقات أحسب الدالة المشتقة للدالة ..في كل من الحالات التالية محددا مجال قابلية الإشتقاق لها .

$$1) f(x)=\frac{x^2+x-2}{x^2-4} \qquad 2) f(x)=\sqrt{-x+2}$$

2) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـــ : $f(x)=\frac{x-1}{2x+2}$

و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

a) أحسب الدالة المشتقة للدالة f .

b) هل توجد مماسات للمنحنى (C) للدالة f معامل توجيهها $\frac{1}{4}$.

التمرين السادس

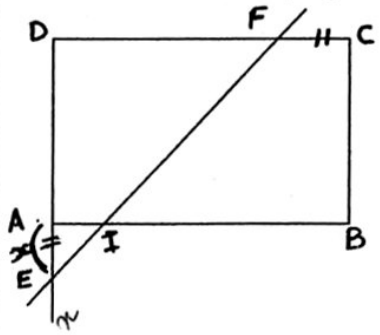
$ABCD$ مربع طول ضلعه 1.

F, E نقطتان من نصف المستقيم $[Ax)$ و القطعة $[DC]$ حيث : $CF=AE$ ، I نقطة تقاطع المستقيمين (AB) و (EF)

- نضع : $AE=x$

أ) أثبت أن : $AI=\frac{x-x^2}{x+1}$

ب) لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\frac{x-x^2}{x+1}$ و (C) تمثيلها البياني في م ـ م متعامد ومتجانس.



1. عين D_f مجموعة تعريف الدالة f .
2. أحسب $f'(x)$ و أدرس إشارتها.
3. أنشيء جدول تغيرات الدالة f .
4. أكتب معادلة المماس للمنحنى (C) في النقطة التي فاصلتها $x_0=1$.
5. استنتج حصرا للعدد في المجال $\left[-\frac{5}{2},-\frac{3}{2}\right]$.
6. استنتج قيمة x التي تكون من أجلها المسافة AI أكبر ما يمكن، أحسب في هذه الحالة مساحة المثلث AIE .

التمرين السابع

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

g,f دالتان معرفتان كما يلي : $f(x)=\dfrac{-x+1}{x+3}$ $\quad g(x)=x^3+3x-2$

1) عين مجموعة تعريف لكل من f و g.
2) أدرس قابلية الإشتقاق للدالة g عند 0 .
3) أدرس اتجاه تغيرات لكل من f و g ثم شكل جدول تغيراتها.
4) اكتب معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(-1,1)$.
5) بين أنه يوجد عدد حقيقي c من المجال $[-3,-1]$ بحيث : $g(c)=0$
6) عين حصرا للعدد $f\left(\dfrac{3}{16}\right)$ على المجال $\left[-1,\dfrac{1}{2}\right]$
وحصرا للعدد $g\left(\dfrac{1}{4}\right)$ على المجال $[0,1]$.

التمرين الثامن

❶ أوجد المشتقات الآتية : $x\mapsto f(x)$

1) $f(x)=x^3-2x^2+x-3$ $\quad$ 2) $f(x)=2x^4-3x^3+x^2+3$ $\quad$ $f(x)=\dfrac{4x-1}{2x-1}$ $\quad$ 4) $f(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$

5) $f(x)=\dfrac{x}{x^2-1}$ $\quad$ 6) $f(x)=-x+\dfrac{1}{x-1}$ $\quad$ 7) $f(x)=2x+1+\dfrac{3}{x-2}$ $\quad$ 8) $f(x)=\dfrac{x^2-2x+1}{x^2+x-1}$ $\quad$ 9) $fx=\dfrac{x^2+x-1}{x^2+x+1}$

10) $f(x)=\sqrt{-x-1}-3$ $\quad$ 11) $f(x)=\sqrt{2x+5}+1$ $\quad$ 12) $f(x)=\cos x-2\sin x$ $\quad$ 13) $f(x)=\sin^2 x$ $\quad$ 14) $f(x)=\tan\left(\dfrac{3\pi x}{4}\right)$

15) $f(x)=\dfrac{x+\sin x}{2+\cos x}$

التمرين التاسع

أ) تحقق أن $\dfrac{1}{2}$ هو جدر لكثير الحدود f المعرف كما يلي: $f(x)=2x^3+x^2+x-1$

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة كثير الحدود g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل : $g(x)=\dfrac{1}{2}x^4+\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{1}{2}x^2-x+1$

التمرين العاشر

أ) تحقق أن : $\dfrac{3}{2}$ هو جدر لكثير الحدود f المعرف كما يلي: $f(x)=2x^3-x^2-5x+3$

ب)ادرس اتجاه تغير الدالة كثير الحدود g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل : $g(x)=\dfrac{1}{2}x^4-\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{5}{2}x^2+3x+1$

التمرين الحادي عشر

أ) من أجل أية قيم للعدد الحقيقي a يكون الدالة f المعرفة على R بالشكل :

$f(x)=x^3+ax^2+x+1$ متزايدة تماما على R.

ب) من أجل أية قيم للعدد الحقيقي a تقبل الدالة f قيمة حدية محلية على R ؟

التمرين الثاني عشر

b عدد حقيقي ، f دالة ناطقة معرفة بالشكل : $x \mapsto f(x)=\dfrac{x^2+bx+1}{x^2+x+1}$

أ- عين قيم العدد الحقيقي b لكي تقبل الدالة f قيمة حدية محلية صغرى و قيمة حدية محلية عظمى.

ب- عين قيم العدد الحقيقي b لكي لا تقبل f أية قيمة حدية.

التمرين الثالث عشر

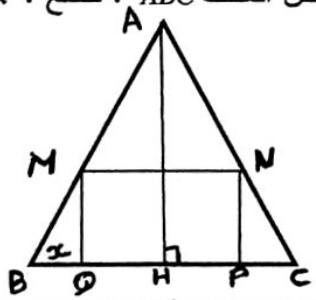
- m عدد حقيقي و f الدالة المعرفة على $\mathrm{R}-\{1\}$ بالشكل : $x \mapsto f(x)=\dfrac{-x^2+mx+3}{x-1}$

أ- كيف يمكن إختيار m لكي لا تقبل الدالة f أية قيمة حدية؟

ب- عين عندئذ m من أجل أن يقبل التمثيل البياني للدالة f عند النقطة ذات الفاصلة 2+مماسا موازيا للمستقيم ذو المعادلة: $2x+2y-3=0$

التمرين الرابع عشر

ABC مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه a، $MNPQ$ مستطيل داخل المثلث ABC : نضع : $BQ=x$

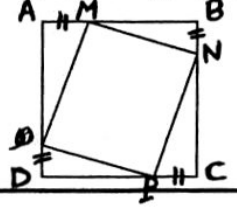


أ- احسب مساحة المستطيل $MNPQ$ بدلالة x.

ب- استنتج وضعية النقطة Q من أجل أن تكون مساحة المستطيل $MNPQ$ أكبر ما يمكن.

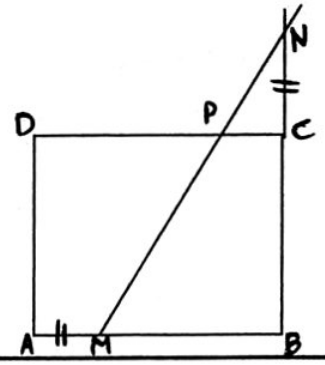
التمرين الخامس عشر

$ABCD$ مربع طول ضلعه a، من أجل كل x من $[0,a]$ لدينا النقط الأربعة Q,P,N,M كما هو موضح على الشكل : $AM=BN=CP=DQ=x$



بين أن : $MNPQ$ مربع، هل يوجد مربع تكون مساحته أصغر ما يمكن؟

التمرين السادس عشر



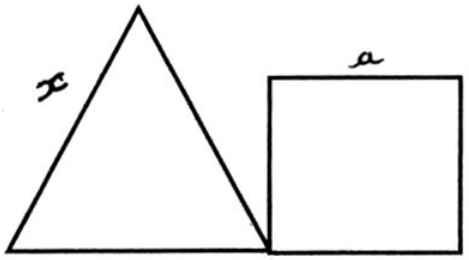
$ABCD$ مربع طول ضلعه1، M نقطة من القطعة $[AB]$، على نصف المستقيم (BC) (من النقطة C) نعين النقطة N بحيث : $CN = AM$ ، المستقيم (MN) يقطع المستقيم (DC) في P .

- علم النقطة M بحيث تكون المسافة PC أكبر ما يمكن.

التمرين السابع عشر

خيط طوله معلوم ℓ ، نرسم بهذا الخيط مثلثا متقايس الأضلاع طول ضلعه x و مربعا طول ضلعه a .

يرمز S لمجموع مساحتي المثلث و المربع



أ. أثبت أن : $S = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + \frac{(\ell - 3x)^2}{16}$

ب. من أجل أية قيمة لـــ x تكون المساحة S أصغر ما يمكن؟

ج. في هذه الحالة عين قيمة $\frac{x}{a}$.

التمرين الثالث عشر

على الساعة التاسعة ، الباخرة B توجد على بعد $104km$ شرق الباخرة A .

الباخرة B تسير غربا بسرعة $16km/h$ و الباخرة A تسير جنوبا بسرعة $24km/h$.

- إذا سارت كل باخرة في مسارها ، متى تكون الباخرتان قريبتان من بعضهما البعض؟
- عين المسافة التي تفصلهما .