

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
وزارة التربية الوطنية

مديرية التعليم الثانوي

المفتشية العامة للبيداغوجيا

الرياضيات – التعليم الثانوي

الترجمات السنوية لبناء التعلّات

جويلية 2017

## تقديم:

جاءت هذه التدرجات نتيجة لجهود السادة مفتشي التربية الوطنية والملاحظات الميدانية التي أفادوا بها المفتشية العامة خاصة ما تعلق منها بالتأخر المسجل في تنفيذ المنهاج، في بعض الشعب، خلال السنة الدراسية 2016/2017 وكذا الاختلالات التي برزت نتيجة لعوامل موضوعية منها ما تعلق بتوظيف الأساتذة الجدد.

إنّ أبرز ما جاءت به هذه التدرجات التي تدخل ضمن التعديل البيداغوجي، الجاري العمل به مع مطلع الفصل الثاني من السنة الدراسية 2016/2017، يتمحور حول ضبط التعلّمات من حيث تدرجها والوعاء الزمني المخصص لها مع مراعاة التوازن في توزيع كثافة المحتويات وإعطاء مكانة خاصة لميدان الإحصاء والاحتمالات على امتداد سنوات التعليم الثانوي. وتماشيا مع هذا التوجه نشير على سبيل المثال أنّه تم إدراج بعض المفاهيم في الإحصاء في السنة الأولى والتي كانت مدرجة في السنة الثانية كما تم تقديم تناول موضع الاحتمالات في السنتين الثانية والثالثة.

احتوت هذه الوثيقة على شروحات وافية عن كيفية تناول كل موضوع حسب كل شعبة مع اقتراح مقاربات وأمثلة عن ذلك. وعليه فالاطلاع الجيد على ما جاء في هذه الوثيقة يسمح للأستاذ خاصة الجدد منهم بفهم نيات المفتشية العامة في إحداث أرضية تربوية تساعد على الاستعداد للانطلاق في إصلاح التعليم الثانوي، كما تمكن الأستاذ من بالتزود بأدوات بيداغوجية تساعد على مواكبة الإصلاح المنتظر لمرحلة التعليم الثانوي.

نشير إلى أنّ كل تدرج تسبقه مجموعة من التوجيهات والإرشادات التي تساعد على إبراز المقاربة المتبناة من البرنامج عند تناول الموضوع المعني.

جويلية 2017  
المفتشية العامة للبيداغوجيا

# السنة الأولى جذع مشترك علوم وتكنولوجيا

## تمهيد :

لقد بيّنت الممارسة الميدانية في السنوات الأخيرة كثافة برنامج السنة الثانية في الشعب العلمية باعتبارها السنة التي يبني فيها التلميذ تعلّماته ويتعمق فيها. مما جعل معظم الأساتذة لا يهنون تدريسه وفي أحسن الأحوال يتخيرون المواضيع التي يركزون عليها في تدريسهم على حساب مواضيع أخرى، خاصة موضوعي الإحصاء والاحتمالات مع ما لهما من أهمية في تكوين التلميذ كالفرد في المجتمع الحديث، باعتبارهما يمدّانه بأدوات علمية بسيطة هو في أمس الحاجة لاستعمالها في تحليله للأشياء وفق منهج موضوعي وبناء لبني نظرة تقويمية ونقدية اتجاه محيطه بغرض البحث عن الأفضل. وبالمقابل نجد الحجم الزمني للسنة الأولى جذع مشترك علوم وتكنولوجيا يتسع لمضامين البرنامج ويتوفر على متسع من الوقت يسمح بتناول مواضيع إضافية، وعليه وبناء على استشارات ميدانية لأساتذة ومفتشين قامت بها المفتشية العامة للبيداغوجيا فقد تقرر توسيع تناول بعض المفاهيم في الإحصاء في برنامج السنة الأولى والتي لها امتداد في السنة الثانية لدى الشعب العلمية وهي مؤشرات النشآت وتلخيص سلسلة إحصائية بواسطة الثنائية (مؤشر موقع؛ مؤشر تشنّت) (الوسط الحسابي، الانحراف المعياري) وكذا مفهوم الربيعيات والانحراف الربيعي والتعمق في تمثيل سلسلة بمخطّط أو تمثيل بياني.

## الأعداد والحساب

- (1) نقبل أنّ مجموعة الأعداد الحقيقية هي مجموعة فواصل نقاط مستقيم مزود بمعلم.
- (2) نجد في إمكانية التطرق إلى الأعداد القابلة للإنشاء فرصة لتوظيف بعض المكتسبات في الهندسة كمبرهنتي فيثاغورث وطاليس.
- (3) الهدف من دراسة الأعداد الأولية هو تدعيم مكتسبات التلميذ حول الحساب قصد توسيع تعامله مع القوى الصحيحة والكسور والجذور التربيعية، لذا تدرج أنشطة إدماجية في اختزال وإجراء العمليات على الكسور تتضمن قوى صحيحة أو جذور تربيعية تسمح للتلميذ بتوظيف القاسم المشترك الأكبر والمضاعفات المشتركة لعددتين طبيعيتين أو أكثر وقواعد قابلية القسمة على 2، 3، 4، 5 و 9.
- (4) تدعيم المكتسبات المتعلقة بالقوى الصحيحة، الجذور التربيعية في تبسيط عبارة أو تطبيق مقام كسر أو الانتقال من الكتابة العشرية لعدد ناطق إلى الكتابة الكسرية له والعكس وفي الحساب الحرفي.
- (5) إنّ التعامل مع مُدَوَّر عدد والكتابة العلمية ورتبة مقدار عدد يتم في إطار معالجة القيم المقربة لعدد، ويكون من بين أهدافها تزويد التلميذ بأدوات تسمح له بتقدير نتيجة حساب والتأكد من معقوليته. غير أنّ هذه القيم لا يجب أن توظف في بناء براهين رياضياتية.
- (6) في مفهوم رتبة مقدار نعتمد التعريف: رتبة مقدار عدد عشري مكتوب في شكله العلمي  $k \times 10^n$  هي العدد  $10^n \times k$  حيث  $k$  هو المدور إلى الوحدة للعدد  $k$ .
- (7) تقترح أنشطة يتم فيها الحساب باليد أحيانا وتستعمل الحاسبة العلمية في أحيان أخرى تعالج العناصر التالية: التعود على الحاسبة، الكتابة العلمية، تحديد رتبة مقدار، القيمة المخزنة في ذاكرة الحاسبة، توضيح مزايا وحدود الحاسبة؛ ولا يكتفي في استخدام الحاسبة لإجراء حساب، بل نمُد ذلك إلى اختيار أنشطة يقوم فيها التلميذ بالتجريب والتخمين والتصديق على النتيجة...
- يمكن اقتراح أنشطة من النوع " البحث عن القيمة المقربة للعدد  $\pi$  المخزنة في ذاكرة الحاسبة " .
- (8) • تعالج أمثلة عددية نلاحظ من خلالها وجود عدة اختيارات لمقارنة عددين ناتجة من خواص تلاؤم العلاقة  $\geq$  مع + في  $\mathbb{R}$  ومع  $\times$  في  $\mathbb{R}_+^*$ ، وأخرى تكون حقا لتوظيف بعض البراهين كقصص الحالات مثلا.

- الدراسة النظرية لهذه الفقرة غير واردة في البرنامج وهذا لا يمنع من برهان بعض الخواص المتعلقة بقواعد الحصر.
- يمكن أن تستغل الحالة التي يكون فيها العددين  $a$  و  $b$  موجبان تماماً في معالجة برهان تكافؤ معياري الفرق  $a - b \geq 0$  النسبة  $\frac{a}{b} \geq 1$ .
- تمتد المقارنة إلى العددين  $a^2$  و  $b^2$  ثم  $\sqrt{a}$  و  $\sqrt{b}$  ( $a \geq 0$  و  $b \geq 0$ ) ثم  $\frac{1}{a}$  و  $\frac{1}{b}$  ( $a \neq 0$  و  $b \neq 0$ ) انطلاقاً من مقارنة العددين  $a$  و  $b$ .
- تختار أنشطة إدماجية تريض فيها الوضعيات بواسطة معادلات أو متراجحات من الدرجة الأولى ويتطلب حلها توظيف هذه المقارنات.
- تمتد النشاطات الخاصة بحصر مجموع أو جُداء عددين إلى حصر الفرق والنسبة والمقلوب والجذر التربيعي باعتبارها تطبيقات لمقارنة عددين وتمثل فرصة يبرهن فيها التلميذ الخواص المحصل عليها.
- (9) تُعرف المسافة بين عددين  $a$  و  $b$  على أنها المسافة بين النقطتين اللتين فاصلتهما  $a$  و  $b$  حيث لا تثار أية تعقيدات حول هذا المفهوم ونترك الفهم الحدسي يأخذ مجراه هنا بشكل طبيعي.
- تترجم  $|a - b|$  على أنها المسافة بين العددين  $a$  و  $b$ .
- نوضح في مجال: طوله ومركزه ونصف قطره.
- تعالج أنشطة إدماجية توظف فيها تقاطع واتحاد المجالات ودراسة إشارة ثنائي حد من الدرجة الأولى.
- يمكن التعبير عن قيمة عشرية  $d$  مقربة للعدد الحقيقي  $a$  بتقريب قدره  $10^{-n}$  بالعلاقة  $|a - d| \leq 10^{-n}$ .

## الدوال (عموميات)

- (10) يتم التطرق إلى مفهوم الدالة انطلاقاً من مكتسبات التلميذ في هذا الميدان كالتناسبية مثلاً ومن خلال دراسة وضعيات ملموسة من الواقع ومستمدة من مشكلات هندسية أو فيزيائية أو من الحياة العملية، تؤدي إلى توضيح مفهوم الدالة شيئاً فشيئاً ويمكن الاستعانة في ذلك باستعمال الآلة الحاسبة البيانية.
- لتبسيط مفهوم الدالة يمكن اقتراح أنشطة نقارب فيها هذا المفهوم انطلاقاً من جدول قيم (على مجموعة منتهية)، ثم يتواصل العمل بالتركيز على الصيغ الأخرى.
- يمكن الإشارة إلى أمثلة لدوال ذات متغيرين (مثل مساحة مستطيل بدلالة بعديه).
- الدوال التي يتم التطرق إليها هي على العموم، دوال عددية لمتغير حقيقي بمجموعة تعريف معطاة.
- خلال التقدم في الدراسة، نحرص على التمييز بين الرمز  $f$  و  $f(x)$  باعتبار  $f(x)$  عدداً و  $f$  الدالة التي ترفق بالعدد  $x$  العدد  $f(x)$ .
- (11) نشير إلى أن إظهار المنحنى على شاشة الحاسبة ضمن مجال لا يخلو من صعوبات حول ضبط متغيراتها حسب مقتضيات الوضعية المطروحة لذا يحرص الأستاذ على إعطاء التوجيهات اللازمة في هذا الباب والوقت الكاف لتطبيقها.
- (12) يلفت نظر التلميذ إلى أن دالة متزايدة تحافظ على الترتيب، في حين أن دالة متناقصة تعكس الترتيب، وانطلاقاً من هذه الملاحظة تعطى التعاريف المناسبة.
- عند التطرق إلى تغيرات دالة على مجال تختار أمثلة تعالج الحالات يتم فيها التمييز بين دالة رتيبة أو رتيبة تماماً على مجال.
- (13) يُعطى تعريف كل من الدالتين الفردية والزوجية انطلاقاً من تناظر منحنى الدالة بالنسبة إلى مبدأ المعلم أو محور الترتيب لمعلم متعامد.

- توظيف البرهان بمثال مضاد في حالة الدالة ليست فردية أو ليس زوجية.

### الحساب الشعاعي ومعادلة مستقيم

- (14) • يمكن اقتراح أنشطة من النوع: " إنشاء النقطة التي تقسم قطعة مستقيم وفق نسبة معطاة " .
- (15) • يمكن إدراج مسائل يتم فيها حساب إحداثيي نقطة في معلم، علم إحداثيها في معلم معطى.
- (16) • تعالج أمثلة يتم فيها استخدام الحاسبة البيانية لرسم المستقيمتين وتعيين نقطة تقاطع مستقيمتين.
- تعطى أنشطة يوظف فيها معامل التوجيه ويفسر بيانياً.
- (17) • يبرهن أنّ لكل مستقيم معادلة من الشكل:  $y = ax + b$  أو  $x = c$  ويتم الربط بين من هذين الشكلين والشكل  $ax + by + c = 0$  .
- (18) • التعرف على معامل التوجيه مستقيم انطلاقاً من معادلته المختصرة، الشكل العام لمعادلة له، شعاع توجيه له، تمثيله البياني.
- (19) • عند حل الجمل ذات معادلتين خطيتين لمجهولين، يُعتمد على مكتسبات التلاميذ ويُربط ذلك بالأوضاع النسبية لمستقيمتين.
- (20) • تُعالج مسائل إدماجية توظف فيها جملة معادلتين بمجهولين وتستعمل فيها الحاسبة البيانية.

### الدوال المرجعية

- (21) • تُميّز الدوال التآلفية بكون نسبة تزايدها ثابتة.
- تُقارب، من خلال أنشطة، المفاهيم المتعلقة بسلوك هذه الدوال وتمثيلها البياني من أجل قيم كبيرة أو قريبة من الصفر للمتغير وتقبل نتائجها.
- يمكن، من خلال مسائل، اكتشاف دوال أخرى من مثل:  $x \mapsto ax^2$  ؛  $x \mapsto \frac{a}{x}$  ؛  $x \mapsto |x|$  ؛  $x \mapsto \frac{a}{x+b}$  .
- $x \mapsto ax^2 + bx + c$  مع  $a \neq 0$  .
- (22) • يُعطى  $\cos(x)$  و  $\sin(x)$  كفاصلة وترتيب نقطة من الدائرة المثلثية؛ ويُعطى تعريف  $\tan(x)$  كنسبة العدد  $\sin(x)$  إلى العدد  $\cos(x)$  .
- البرنامج لا يتطرق إلى الزوايا الموجهة لذلك يشار من خلال أمثلة إلى العلاقة بين كل عدد حقيقي ونقطة من الدائرة المثلثية بالاستناد إلى "لف" المستقيم العددي على الدائرة المثلثية.
- (23) • يعتمد في تحديد اتجاه التغير والتمثيل البياني، على الدائرة المثلثية والحاسبة البيانية.

### العبارات الجبرية

- (24) • تتم معالجة عبارات جبرية ذات متغير واحد عموماً وذات متغيرين أحياناً، على أن يهدف النشاط فيها إلى تنمية استراتيجيات تعتمد الملاحظة والذكاء في الحساب، تجنباً للمبالغة في استعمال الآليات الحسابية.
- تعتبر الأنشطة المتعلقة بالعبارات الجبرية حقلاً خصباً لممارسة الحساب الحرفي ولربط الدوال بالعبارات الجبرية حيث يتعرّف التلميذ من خلال أمثلة على الدالة الموجودة ضمنياً وراء كل عبارة جبرية.
- (25) • لا تثار أية دراسة نظرية حول ثلاثي الحدود من الدرجة الثانية بل نكتفي بالتركيز على تقنيات توظيف المتطابقات الشهيرة لكتابة الشكل النموذجي أو تحليلها لحل معادلات من الدرجة الثانية.
- (26) • المقصود بتربيض المشكلات التعبير عنها بمعادلات أو مترجمات حيث تعالج أنشطة لها صلة بالدوال والمعادلات والمترجمات تساعد على إبراز أهمية العبارات الجبرية وتحت على البحث عن الكتابات الملائمة لها تستعمل فيها المتطابقات الشهيرة ويمكن التطرق إلى مشكلات توظف فيها مترجمات من الدرجة الثانية يؤول حلّها إلى مترجمات من الدرجة الأولى.

- نستعمل حل معادلة لتعيين سابقة عدد بدالة.
- (27) • نستفيد من منحنيات الدوال ومن أوضاعها النسبية في الحل البياني.
- يمكن إعطاء أمثلة لمسائل تتطلب حل معادلات لا يعرف التلميذ حلها جبريا أو تتطلب البحث عن حلول تقريبية لها، وتكون فرصة لاستخدام الحاسبة البيانية أو رسومات المنحنيات.

## الهندسة المستوية

- (28) • المقصود بالأشكال الهندسية المألوفة، الأشكال التي تطرق إليها التلميذ في مرحلة التعليم المتوسط وهي: متوازي الأضلاع، المثلثات الخاصة، المعين، المستطيل، المربع، المستقيمت الخاصة في المثلث.
- تختار المسائل حيث:
- تشغل المكتسبات حول المستقيمت والمثلثات والرباعيات والتحويلات النقطية والنسب المثلثية.
- تراعي وتشجع تنوع الآراء لدى التلاميذ في إطار نظري محدود.
- تسمح بمواصلة تعلم البرهان واستعمال مفردات المنطق (الاستلزام، الاستلزام العكسي، التكافؤ) دون استعمال الترميز الخاص بهم.
- (29) • يمكن استعمال برمجيات الهندسة الديناميكية للتجريب وللتخمين ولاستكشاف خواص الأشكال.
- يمكن استغلال برهان الخواص المشتركة للتحويلات النقطية ويعتبر ذلك بمثابة فرصة يمارس فيها التلميذ البرهان.

## الهندسة في الفضاء

- (30) • تقترح أنشطة: - لإنشاء تصميم (منشور لمجسم).
- لتمثيل أشكال هندسية في الفضاء اعتمادا على المنظور المتساوي القياس.
- لحساب أطوال ومساحات وحجوم في الأشكال الهندسية التالية: المكعب، متوازي المستطيلات، الهرم، المنشور، الأسطوانة القائمة، الكرة.
- (31) • تعالج أمثلة لتوظيف بديهيات الوقوع والترتيب والخواص المتعلقة بالتوازي والتعامد في الفضاء.

## الإحصاء

- (32) • تُقترح أنشطة من الواقع المدرسي أو الاجتماعي أو الاقتصادي للتلميذ.
- (33) • تُعالج أمثلة يتم من خلالها التطرق إلى القيم الشاذة لسلسلة إحصائية.
- (34) • فيما يخص المدرج التكراري، لا نكتفي بالحالة التي تكون فيها الفئات متساوية الطول، بل يمكن معالجة الحالة الأخرى لملاحظة تناسب المساحة المعبرة عن الفئة مع تكرارات هذه الفئة.
- (35) • يمكن حساب الوسط الحسابي انطلاقا من الأوساط الحسابية الجزئية أو من التواترات (التكرارات النسبية).
- يمكن برهان خواص خطية الوسط الحسابي.
- (36) • تُعالج أمثلة تسمح بإجراء مقارنة بين مؤشر وآخر قصد تفضيل أحدهما على آخر حسب طبيعة السلسلة محل الدراسة.
- (37) • يتعلم التلميذ إنشاء مخطط بالعلبة باستعمال الوسيط والربيعين الأعلى  $Q_3$  والأدنى  $Q_1$  (يمكن استعمال العشريين الأعلى  $D_9$  والأدنى  $D_1$ ).
- نستعمل حاسبة بيانية لإنشاء مخطط بالعلبة.

- يمكن مقارنة عدّة سلاسل إحصائية بواسطة مخططات بالعلب، حيث نعيّن الربعين  $Q_1$  و  $Q_3$  والوسيط  $M_e$  والقيمتين الكبرى والصغرى لكل سلسلة.
- (38) • يعرف الانحراف الربعي على أنه الفرق  $Q_3 - Q_1$ .
- نبيّن بواسطة أمثلة، تأثير عدد الفئات على الانحراف المعياري.
- (39) • من خلال أمثلة نختر إحدى الثنائيتين (الوسط الحسابي، الانحراف المعياري) و (الوسيط، الوسط الحسابي للانحرافات) التي تجيب عن السؤال المطروح في المثال.
- نبيّن بصفة خاصة كيف يمكن استنتاج مؤشرات التشتت للمتغير الإحصائي  $x$  ومؤشرات المتغير  $y$  حيث  $y = ax + b$  مع  $a$  و  $b$  عددين حقيقيين.
- نلاحظ تأثير القيم المتطرفة في سلسلة على الانحراف المعياري أو الانحراف بين الربيعيات.
- نلاحظ تذبذب الانحراف المعياري في سلاسل إحصائية مقاسها  $n$ ، ونستعمل جدولاً لمشاهدة هذا التذبذب.
- (40) • نُختار وضعيات تعليمية كمدخل لتوضيح مفهوم العينة ومقاسها ثم تأخذ عينات مختلفة المقاسات فتتغير التكرارات من عينة إلى أخرى وهذا ما يدعى بتذبذب العينات.
- نلفت النظر إلى أنّ اختيار الأنشطة المتعلقة بالحاكاة لا يقتصر على تلك التي تُوظف فيها الجدوليات أو الحاسبة العلمية (اللمسة RANDOM) أو البيانية فقط بل من المحبذ معالجة أنشطة تستغل فيها جداول الأرقام العشوائية (أرقام مرتبة عشوائياً).
- لإجراء محاكاة لتجارب عشوائية يمكن اختيار كأمثلة: سحب كرات، رمي قطعة نقدية أو زهرة النرد؛ ونشير هنا إلى أنها تقتصر على الحالة التي تكون فيها الحظوظ في الظهور متساوية.

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الأولى ثانوي		الشعبة: جذع مشترك علوم وتكنولوجيا	
الفصل الأول: 12 أسبوعاً	الأعداد والحساب	6 أسابيع	36 ساعة		
	الجدول (عموميات)	3 أسابيع ونصف	15 ساعة		
	الحساب الشعاعي ومعادلة مستقيم	أسبوعين	12 ساعة		
	المعالجة البيداغوجية والتقويم	أسبوع ونصف	9 ساعات		
	المجموع	12 الأسبوع	72 ساعة		

الأسبوع	المحور	رقم الدرس	العنوان	ح ساعي
1	الأعداد والحساب	1	تقويم تشخيصي ثم تدعيم المكتسبات الضرورية لفهم دروس الوحدة	4
		2	المجموعة $\mathbb{R}$ ومجموعاتها الجزئية: التمييز بين مختلف الأعداد. (1)	2
		3	الأعداد القابلة للإنشاء. (2)	2
2	الأعداد والحساب	4	توظيف البرهان بالخلف لإثبات أن عدداً ليس ناطقاً (مثلاً $\sqrt{2}$ )	1
		5	الأعداد الأولية: التعرّف على أولية عدد طبيعي.	1
3	الأعداد والحساب	6	تحليل عدد طبيعي إلى جُداء عوامل أولية واستعماله. (3)	2
		7	التحكم في الحساب على الكسور وعلى الجذور التربيعية والقوى الصحيحة، والدمج بينها والتعمق فيها (4)	3
		8	الكتابة العشرية لعدد: التحويل من وإلى الكتابة العشرية، الكتابة العلمية، الكتابة باستعمال القوى الصحيحة للعدد 10. - تدوير عدد عشري إلى $10^{-n}$ حيث $n \in \mathbb{N}$ . (5)	3

1	9	- تحديد رتبة مقدار عدد. (6)	4	
1	10	- التمييز بين عدد وإحدى قيمه المقربة.		
1	11	استخدام الحاسبة العلمية لتنظيم وإجراء الحساب. (7)		
3	12	<b>المتباينات والحصر:</b> اختيار معيار لمقارنة عددين. - إيجاد حصر لعدد حقيقي. (8)		
1	13	- حصر مجموع وجداء عددين حقيقيين، وتمدد إلى الفرق.		
3	14	- حصر عبارة تتضمن مقلوباً، وتمدد إلى النسبة. - حصر عبارة جبرية.		
2	15	<b>القيمة المطلقة والمجالات:</b> كتابة عبارة تشتمل رمز القيمة المطلقة على شكل عبارة مكافئة لها بدون رمز القيمة المطلقة. (9)		
2	16	التعبير عن جزء متصل من $\mathbb{R}$ بإحدى الصيغ الأربعة: بمجال أو بحصر أو بمسافة أو باستعمال القيمة المطلقة.		
3	17	معالجة أنشطة إدماجية توظف فيها تقاطع واتحاد مجالات وإشارة ثنائي حد من الدرجة الأولى وحل معادلات ومتراحات تتضمن قيمة مطلقة.		
1	18	توظيف البرهان بفصل الحالات في استعمال القيم المطلقة.		
2	19	<b>مفهوم الدالة:</b> تحديد دالة (متغيرها، مجموعة تعريفها، مجموعة قيمها). (10)		5
1	20	تعيين صورة عدد أو سابقة عدد وفق دالة معرفة بواسطة منحنى أو دستور.		
2	21	الربط بين دستور وجدول قيم وتمثيل بياني.		
1	22	<b>التمثيل البياني لدالة في معلم:</b> توظيف الحاسبة البيانية لإعطاء التمثيل البياني لدالة معطاة على مجال بواسطة دستور. (11)		
3	23	<b>اتجاه تغير دالة:</b> وصف سلوك دالة معرفة بمنحنى باستعمال التعبير الرياضي المناسب. (12)		
1	24	استنتاج جدول تغيرات دالة انطلاقاً من تمثيلها البياني.		
1	25	إرفاق جدول تغيرات معطى بتمثيل بياني ممكن.		
1	26	<b>القيم الحدية لدالة:</b> استعمال الحاسبة البيانية لإيجاد القيمة الحدية لدالة على مجال.		
1	27	توظيف تعريف القيمة الحدية لدالة على مجال (فرصة لتوظيف خواص المقارنة بين عددين)		
2	28	<b>شفعية دالة:</b> التعرف على شفعية دالة انطلاقاً من تمثيلها البياني أو بالاعتماد على التعبير الجبري للخاصية. - توظيف البرهان بمثال مضاد. (13)		
1	29	<b>الحساب الشعاعي:</b> التذكير بتساوي شعاعين، توازي شعاعين واستقامية ثلاث نقط.	6	
2	30	ضرب شعاع بعدد حقيقي وتطبيقات. (14)		
3	31	<b>المعلم في المستوي:</b> التعبير عن توازي شعاعين واستقامية ثلاث نقط في معلم؛ تغيير مبدأ المعلم. (15)		
2	32	<b>معادلة مستقيم:</b> إنشاء مستقيم علمت معادلة له. $(y = ax + b$ أو $x = c)$ (16)		
1	33	الربط بين $(y = ax + b$ أو $x = c)$ والشكل $ax + by + c = 0$ . (17)		
1	34	التعرف على معامل توجيه مستقيم. (18)		
1	35	إيجاد معادلة لمستقيم. (علمت نقطتين منه أو نقطة منه ومنحاه)		
1	36	<b>جملة معادلتين خطيتين لمجهولين:</b> حل جملة معادلتين خطيتين لمجهولين. (19)		
2	37	حل مسائل تؤدي إلى استخدام جملة معادلتين خطيتين لمجهولين. (20)		
<b>الدوال (عموميات)</b>				7
<b>الدوال (عموميات)</b>				
<b>الدوال (عموميات)</b>			8	
<b>الدوال (عموميات)</b>				
<b>الدوال (عموميات)</b>			9	
<b>الدوال (عموميات)</b>				
<b>الدوال (عموميات)</b>			10	
<b>الدوال (عموميات)</b>				
<b>الدوال (عموميات)</b>			11	
<b>الدوال (عموميات)</b>				

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الأولى ثانوي		الشعبة: جُدع مشترك علوم وتكنولوجيا	
الفصل الثاني: 10 أسابيع	الدوال المرجعية	أسبوعان	12 ساعة		
	العبارات الجبرية	أسبوعان ونصف	15 ساعة		
	الهندسة المستوية	3 أسابيع ونصف	21 ساعة		
	المعالجة البيداغوجية والتقويم	أسبوعان	12 ساعة		
	المجموع	10 أسابيع	60 ساعة		

الأسبوع	المحور	رقم الدرس	العنوان	ح ساعي
	الدوال المرجعية	38	دراسة الدوال المرجعية: حساب نسبة التزايد، تحديد اتجاه التغير ثم التمثيل البياني لكل من الدوال: $x \mapsto ax + b$ ؛ $x \mapsto x^2$ ؛ $x \mapsto \sqrt{x}$ ؛ $x \mapsto \frac{1}{x}$ . (21)	3
		39	التمثيل البياني لدوال اعتمادا على دوال مرجعية	3
		40	الدائرة المثلثية: معرفة الراديان والتحويل من الدرجة إلى الراديان والعكس.	2
		41	تعريف $\cos(x)$ و $\sin(x)$ ، وكذلك $\tan(x)$ . (22)	2
		42	تحديد اتجاه تغير الدالتين جيب "sin" وجيب التمام "cos" على مجال معطى وتمثيلهما بيانيا. (23)	2
	العبارات الجبرية	43	العبارات الجبرية: التعرف على مختلف الصيغ لنفس العبارة الجبرية (صيغة مختصرة، صيغة محللة، ...). (24)	2
		44	تحويل كتابة عبارة (نشرها، تحليلها، اختصارها) واختيار الصيغة المناسبة تبعاً للهدف المنشود.	2
1		45	كتابة العبارة $ax^2 + bx + c$ ( $a \neq 0$ ) على الشكل النموذجي وتحليلها. (25)	2
		46	استعمال المميز لحل المعادلة: $ax^2 + bx + c = 0$ ( $a \neq 0$ ).	2
		47	تربيض المشكلات: توظيف المعادلات والمترجمات من الدرجة الأولى والمعادلات من الدرجة الثانية لحل المشكلات. (26)	2
		48	الحل الجبري: استعمال إشارة ثنائي لتعيين إشارة دالة أو لحل مترجمة.	2
3		49	الحل البياني: الحل البياني لمعادلات ومترجمات من الشكل: $f(x) = k$ ؛ $f(x) = g(x)$ ؛ $f(x) < k$ ؛ $f(x) < g(x)$ . (27)	3
4		50	الأشكال الهندسية المألوفة في المستوي: حل مشكلات توظف فيها خواص الأشكال الهندسية المألوفة. (28)	4
		51	توظيف مبرهنتي طاليس وفيثاغورث وعكس كل منهما لحل المشكلات.	3
		52	المثلثات المتقايسة: اختيار مقياس للتعرف على المثلثات المتقايسة (تختار أنشطة للتذكير).	3
5	53	المثلثات المتشابهة: اختيار مقياس للتعرف على المثلثات المتشابهة.	2	
	54	التحويلات النقطية: الدراسة الهندسية للتناظر المحوري، التناظر المركزي، الانسحاب، الدوران. (دون أية دراسة تحليلية)	3	
6	55	استعمال التحويلات النقطية وخواص الأشكال الهندسية المألوفة لحل مسائل. (المحافظة على استقامية نقط، التوازي، الأطوال، المساحات، أقياس الزوايا). (29)	3	
	56	حل مسائل حول محال هندسية وإنشاءات هندسية.	3	

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الأولى ثانوي		الشعبة: جُدع مشترك علوم وتكنولوجيا	
الفصل الثالث: 6 أسابيع	الهندسة في الفضاء	أسبوعان (2)	12 ساعة		
	الإحصاء	أسبوعان ونصف	16 ساعة		
	المعالجة البيداغوجية والتقويم	أسبوع ونصف	8 ساعة		
	المجموع	06 أسابيع	36 ساعة		

الأسبوع	المحور	رقم الدرس	العنوان	ح ساعي
1	الهندسة في الفضاء	57	الهندسة في الفضاء: التعرف على المجسمات. (إنشاء تصميم) (30)	2
		58	التمثيل بالمنظور المتساوي القياس.	2
59		حساب الأطوال والمساحات والحجوم. (المكعب، متوازي المستطيلات، الهرم، الموشور، الأسطوانة القائمة، الكرة.)	2	
60		المستقيم والمستوي: التعرف على الأوضاع النسبية لمستويين، لمستقيم ومستوي، لمستقيمين.	3	
61		التعامد والتوازي في الفضاء. (31)	3	
62		السلسلة الإحصائية: التمييز بين الميزتين الإحصائيتين: الكمية والنوعية. (32)	1	
2	الإحصاء	63	السلسلة الإحصائية: التمييز بين المتغيرين الإحصائيين: المتقطع والمستمر. (33)	1
		64	التمثيلات البيانية: إنجاز تمثيلات بيانية (مخطط بالأعمدة، مخطط دائري، مضع تكراري، مدرج تكراري.) قراءة التمثيلات البيانية وترجمتها حسب طبيعة المسألة المطروحة. (34)	2
		65	مؤشرات الموقع: تعيين الوسط الحسابي، المنوال والوسيط في الحالتين: المتغير المتقطع والمتغير المستمر.	2
66		معرفة خواص الخطية للوسط الحسابي وتوظيفها. (35)	1	
67		المدى: ترجمة المدى ومؤشرات الموقع والتعليق عليهما بقصد التعبير عن وضعية في دراسة إحصائية. (36)	1	
68		الربيعيات والمخططات بالعلبة: تلخيص سلسلة إحصائية بواسطة مخطط بالعلبة تفسير مخطط بالعلبة. (37)	2	
69		مؤشرات للتشتت: حساب الوسط الحسابي للانحرافات المطلقة، الانحراف المعياري، الانحراف الربعي. (38)	1	
70		تلخيص سلسلة إحصائية بواسطة الثنائية (الوسط الحسابي، الانحراف المعياري). (39)	1	
71		تلخيص سلسلة إحصائية بواسطة الثنائية (الوسيط، الوسط الحسابي للانحرافات).	1	
72		توظيف خواص الانحراف المعياري والانحراف الربعي في حل مسائل.	1	
73		تذبذب العينات وميلها نحو الاستقرار: محاكاة تجارب بسيطة. (40)	2	

# السنة الأولى جذع مشترك آداب

### الأعداد والحساب:

- (1) • في الأنشطة الحسابية المُقدّمة، يتم التركيز على التعامل مع الأعداد بمختلف أنواعها أكثر من التركيز على التعامل مع المجموعات العددية.
- (2) • يُستغل تحليل عدد في اختزال الكسور وتبسيط عبارات تتضمن جذوراً.
- (3) • يتم حساب القاسم المشترك الأكبر لعددين، بتوظيف خوارزمية إقليدس أو التحليل إلى جُداء عوامل أولية.
- يُستغل القاسم المشترك الأكبر والمضاعف المشترك الأصغر في حساب الكسور.
- (4) • تقترح وضعيات مناسبة يميّز فيها التلميذ بين عدد وإحدى قيمه المقربة.
- حساب هذه المقادير، يسمح للتلميذ، بتقدير نتائج حسابية ومراقبة معقوليتها.
- (5) • يتم استعمال الحاسبة العلمية فيم مختلف الأنشطة الحسابية المتعلقة بميدان الأعداد والحساب كما تعالج وضعيات تدل على محدودية أدائها.
- (6) • مقارنة العددين:  $a^2$  و  $b^2$ ؛  $\frac{1}{a}$  و  $\frac{1}{b}$  ( $a \neq 0$  و  $b \neq 0$ )؛  $\sqrt{a}$  و  $\sqrt{b}$  ( $a \geq 0$  و  $b \geq 0$ ) انطلاقاً من مقارنة  $a$  و  $b$ .
- (7) • يتم تفسير مفهوم القيمة المطلقة لعدد حقيقي باستعمال المسافة إلى الصفر.
- (8) • يمكن حل معادلات (مترجمات) يؤول حلها إلى حل معادلات (مترجمات) من الدرجة الأولى.
- يعطى مفهوم المعادلة ومفهوم المترجمة اعتماداً على وضعيات بسيطة ذات دلالة بالنسبة للتلميذ.

### الدوال

- (9) • يساعد مفهوم التناسب في تقريب مفهوم الدالة.
- تُعالج أمثلة متنوعة تسمح بإبراز العناصر الضرورية التي يُبنى بها مفهوم الدالة.
- (إِنَّ العنصر الأساسي الذي يعمل الأستاذ على إبرازه هو أنّ تغيير قيمة مرتبطة بتغيير قيمة أخرى).
- (10) • تُختار أنشطة تثبت المقارنات الأولية بين الأعداد، تمهيداً لتوظيفها عند دراسة اتجاه تعيّر دالة على مجال.
- (11) • تُعطى أمثلة تُبرز مفهومي القيمة الصغرى والقيمة الكبرى على مجال.
- (12) • تتم الدراسة النوعية لهذه الدوال كل على حدة.
- تستغل التمثيلات البيانية في حل بعض المعادلات والمترجمات.

### الهندسة

- (13) • تعتبر المعارف المُقدّمة في ميدان الهندسة بمثابة أرضية معرفية مساعدة للتلميذ على اكتساب المعارف المتعلقة بميدان الدوال والعبارات الجبرية وبميدان الإحصاء.

### الإحصاء

- (14) • تُعالج أمثلة تسمح بجدولة معطيات مُقدّمة في صورة خام.
- (15) • تُؤخذ السلسلة الإحصائية على أنّها تلخيص لمعطيات خام أو مجدولة.
- (16) • بالنسبة للمتغير المستمر نكتفي بالفئات المتساوية المدى.
- (17) • تُعالج أمثلة تُبدي ضرورة استعمال الحاسبة البيانية (أو العلمية) لحساب مؤشرات الموقع لسلسلة إحصائية أو لاستخراج تمثيلات بيانية أو مخططات خاصة بهذه السلسلة.

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الأولى ثانوي		الشعبة: جذع مشترك آداب	
الفصل الأول: 12 أسبوعا	الأعداد والحساب	10 أسابيع	30 ساعة		
	المعالجة البيداغوجية والتقويم	2 (أسبوعان)	06 ساعات		
	المجموع	12 الأسبوع	36 ساعة		

الأسبوع	المحور	رقم الدرس	العنوان	ح ساعي
1		1	تقويم تشخيصي ثم تدعيم المكتسبات الضرورية للمحور	3
2		2	الأعداد: معرفة مختلف مجموعات الأعداد واستعمال الترميز $\mathbb{N}$ ، $ID$ ، $\mathbb{Q}$ ، $\mathbb{R}$ . (1)	2
		3	التعرف على أولية عدد.	1
3		4	تحليل عدد طبيعي إلى جداء عوامل أولية. (2)	1
		5	حساب القاسم المشترك الأكبر والمضاعف المشترك الأصغر لعددین طبيعيين. (3)	2
4		6	تنظيم وإجراء حساب على أعداد ناطقة	2
		7	إنجاز حسابات على القوى.	1
5		8	إنجاز حسابات على القوى. (تابع)	1
		9	إنجاز حسابات على الجذور التربيعية.	2
6		10	تعيين قيمة مقربة أو مدور أو رتبة مقدار لعدد حقيقي. (4)	1
		11	تنظيم وإجراء حساب على أعداد ناطقة أو حقيقية باليد وبالحاسبة. (5)	2
7		12	الترتيب والقيمة المطلقة: مقارنة عددين حقيقيين. (6)	2
		13	حصر عدد حقيقي.	1
8		14	حصر عدد حقيقي. (تابع)	1
		15	التعبير عن مجال بحصر، والعكس.	1
9		16	حساب المسافة بين عددين.	1
		17	حساب القيمة المطلقة لعدد حقيقي. (7)	2
10		18	استغلال مفهوم القيمة المطلقة للتعبير عن مجال.	1
		19	المعادلات والمتراجحات: حل معادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد. (8)	1
		20	حل متراجحات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد.	2

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الأولى ثانوي		الشعبة: جذع مشترك آداب	
الفصل الثاني: 10 أسابيع	الدوال	05 أسابيع	15 ساعة		
	الهندسة المستوية	03 أسابيع	09 ساعات		
	المعالجة البيداغوجية والتقويم	02 (أسبوعان)	06 ساعات		
	المجموع	10 الأسبوع	30 ساعة		

ح ساعي	العنوان	رقم الدرس	المحور	الأسبوع	
1	مفهوم الدالة: تعريف مفهوم الدالة. (9)	19	الدوال	1	
1	- تعيين مجموعة التعريف لدالة. - تعريف التمثيل البياني لدالة.	20			
1	- تعريف دالة بواسطة منحني. - تعريف دالة بواسطة جدول قيم.	21			
1	تعريف دالة بواسطة دستور.	22			
2	تعيين صورة عدد أو سابقة عدد وفق دالة معرفة بواسطة دستور أو جدول أو منحني.	23			
2	اتجاه تغير دالة على مجال: وصف سلوك دالة معرفة بمنحن أو دستور أو جدول قيم باستعمال تعبير رياضي مناسب. (10)	24		2	
1	استنتاج جدول تغيرات دالة انطلاقاً من تمثيلها البياني والعكس.	25		3	
1	إرفاق جدول تغيرات دالة معطى بتمثيل بياني.	26		4	
2	القيم الحدية لدالة على مجال: التعرف على القيم الحدية لدالة على مجال. (11)	27		5	
3	الدراسة والتمثيل البياني للدوال المرجعية: دراسة الدوال المرجعية: $x \mapsto ax$ ، $x \mapsto \frac{1}{x}$ ، $x \mapsto x^2$ ، $x \mapsto ax + b$ (12)	28		6	
1	المعلم في المستوي: - التعرف على أنواع المعالم. - التعرف على إحداثيي نقطة. (13)	29		الهياكل	7
1	- التعرف على إحداثيي شعاع. - حساب إحداثيي مجموع شعاعين.	30			
1	- حساب إحداثيي جُداء شعاع بعدد حقيقي. - التعرف على توازي شعاعين.	31			
2	معادلة مستقيم: كتابة معادلة لمستقيم معرف بنقطة ومنحى أو معرف بنقطتين.	32			
1	- تعيين شعاع التوجيه لمستقيم. - حساب معامل توجيه مستقيم. التعرف على توازي مستقيمين.	33			
1	رسم مستقيم بمعرفة معادلة له.	34			
2	النسب المثلثية في مثلث قائم:	35			
2			8		

المادة: رياضيات	المستوى: السنة الأولى ثانوي	الشعبة: جذع مشترك آداب
الفصل الثالث: 6 أسابيع	الإحصاء	04 أسابيع
	المعالجة البيداغوجية والتقويم	02 (أسبوعان)
	المجموع	06 أسابيع
		12 ساعة
		06 ساعات
		18 ساعة

ح ساعي	العنوان	رقم الدرس	المحور	الأسبوع
1	السلاسل الإحصائية: التمييز بين الميزتين الإحصائيتين: الكمية والنوعية. (14)	36	الإحصاء	1
2	السلاسل الإحصائية: التمييز بين المتغيرين الإحصائيين: المتقطع والمستمر.	37		
1	السلاسل الإحصائية: تحديد السلسلة الإحصائية موضع الدراسة. (15)	38		2
2	التمثيلات البيانية: انجاز التمثيلات البيانية التالية: مخطط بالأعمدة، مضلع تكراري، مخطط دائري. (16)	39		
2	التمثيلات البيانية: انجاز التمثيلات البيانية التالية مخطط دائري، مدرج تكراري. (16)	40		3
1	مؤشرات الموقع: تعيين الوسط الحسابي في الحالتين: المتغير المتقطع والمتغير المستمر. (17)			4
3	مؤشرات الموقع: تعيين الوسط الحسابي والمنوال والوسيط في الحالتين: المتغير المتقطع والمتغير المستمر تابع. (17)			

# السنة الثانية آداب وفلسفة + لغات أجنبية

## السنة الثانية آداب وفلسفة + لغات أجنبية \_\_\_\_\_ توجيهات وتعاليق وأمثلة لأنشطة

### النسب المئوية والمؤشرات:

- (1) • يتم العمل حول النسب المئوية انطلاقاً من أنشطة مستقاة من محيط التلميذ (الحياة اليومية أو مواد دراسية أخرى).
- (2) • تُدرس وضعيات تعبر فيها النسب المئوية عن النسبة إلى الكل، إضافة إلى وضعيات أخرى تعبر فيها عن نسبة النمو.  
مثال: التعبير عن زيادة بـ 5% بالضرب في 1,05 وعن تخفيض (النقصان) بـ 7% بالضرب في 0,93.  
لحساب مؤشر لسنة معينة، نقارن القيمة المأخوذة في هذه السنة بالقيمة المأخوذة 100 في سنة ما والمختارة كأساس.

### الإحصاء:

- (3) • تقترح أمثلة لتجارب عشوائية مختارة بعناية منجزة فعلياً أو بالمحاكاة (مثل المجموع الناتج عند رمي حجري نرد)، حيث نقارن نتائج مختلفة العينات التي قياسها  $n$  والمتحصل عليها من إجراء التجربة العشوائية  $n$  مرة، وهو ما يسمح بتوضيح مفهوم تذبذب العينات. كما أنّ ضم مختلف العينات لبعضها البعض للحصول على عينة أكبر مقاساً، بما يسمح بملاحظة اقتراب تواترات من الاستقرار.  
• يمكن إجراء المحاكاة تجريبياً أو باستعمال جدول.
- (4) • نلاحظ أنّ مدى سلسلة إحصائية يتعلّق بالقيمتين الكبرى والصغرى فقط لهذه السلسلة، بينما انحرافها المعياري بكل قيم السلسلة؛ وأنّ القيم الشاذة لسلسلة تؤثر على انحرافها المعياري.  
• يمكن أن تختلف الانحرافات المعيارية في سلاسل إحصائية لها نفس المدى أو لها نفس التكرار الكلي.  
• إنّ استعمال جدول أو حاسبة يمكننا من ملاحظة وبفعالية تأثير تغيير المعطيات على الانحراف المعياري.  
• تقترح أمثلة لحساب الانحراف المعياري لسلاسل إحصائية قيمها مجمعة في فئات متساوية.
- (5) • يمكن مقارنة عدّة سلاسل إحصائية بواسطة مخططات بالعلب، حيث نعيّن الربعين  $Q_1$  و  $Q_3$  والوسيط  $M_e$  والقيمتين الكبرى والصغرى لكل سلسلة.  
• نعلق على المخططات بالعلب لقيم عددية متعلقة بسلاسل إحصائية لتفسير التشتت حول الوسيط (يمكن الحصول على هذه السلاسل بواسطة المحاكاة أو تكون معطاة).
- (6) • يُعرف الانحراف الربعي على أنّه الفرق  $Q_3 - Q_1$ .

### الاحتمالات:

- (7) • دراسة توزيع التواترات لعينة عشوائية (سلسلة إحصائية). إجراء محاكاة لبعض التجارب العشوائية والحصول على سلاسل إحصائية ودراسة استقرار تواتر هذه السلاسل حيث يتضح الربط بين الاحتمالات والتواترات.
- (8) • نعلم على ملاحظة توزيع تواترات مسجلة في تجارب منجزة أو محاكاة لإبراز قانون الاحتمال المرفق بكل تجربة.  
• لتكن مجموعة النتائج الممكنة في تجربة عشوائية  $\Omega = \{w_1; w_2; \dots; w_n\}$ . قانون احتمال على  $\Omega$  هو ربط كل نتيجة  $w_i$  بعدد حقيقي  $p_i$  موجب حيث يكون  $p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$ ؛ أي أنّ العدد  $p_i$  يدعى احتمال أن تكون النتيجة هي  $w_i$  أي  $p_i$  هو احتمال الحادثة البسيطة  $\{w_i\}$ .
- (9) • نبيّن بواسطة أمثلة بسيطة (حساب المجموع عند رمي حجري نرد)، كيفية تعيين قانون الاحتمال بالرجوع إلى حالة تساوي الاحتمالات.

### الدوال:

- (10) • تُستعمل جداول قيم (بحاسبة أو بمجدول) لمقاربة نهاية دالة عند قيمة، عند حساب العدد المشتق.  
• قاطع منحنى الدالة " مربع " في نقطة فاصلتها  $x_0$ .  
• الوضع النهائي.
- (11) • تشرح العلاقة بين المماس والعدد المشتق.

- (12) • يمكن الاستعانة بمبرمج يعطي معامل توجيه المماس عند كل نقطة فاصلتها  $x$  من منحنى دالة من المقرر السنة الأولى ثانوي.
- (13) • تقبل النتائج المتعلقة بحساب الدالة المشتقة لكل من: مجموع الدالتين، جُداء الدالتين، مقلوب دالة، الدالة "قوة".
- بالنسبة لمشتقة الدالة "قوة" يُعتمد في تفسيرها على مشتق جُداء الدالتين.
- (14) • يُعطى نص النظرية (بدون برهان) التي تسمح باستنتاج اتجاه تغيّر دالة على مجال اعتماداً على إشارة مشتقتها.
- (15) • يمكن استغلال الآلة الحاسبة البيانية لإظهار نقط تقاطع المنحنى ومحور الفواصل.
- (16) • يمكن استثمار كل شكل والانتقال من شكل إلى آخر في حل معادلة من الدرجة الثانية بمجهول واحد؛ وفي حل مترابحة من الدرجة الثانية بمجهول واحد.
- تقترح مسائل من الحياة العملية تتعلق بتعيين قيمة تحد من الأعلى (أو من الأدنى) مقداراً معيناً عبر دراسة تغيرات دالة وتحديد نهاياتها الحديثة. (مسائل الاستمثال optimisation). مثل تحديد أكبر مساحة لمستطيلات لها نفس المحيط.

#### المتاليات العددية:

- (17) • تقترح أمثلة " لتوليد " متاليات بأشكال مختلفة:
- متالية قيم  $f(n)$  لدالة.
- متالية معرفة بعلاقات من الشكل:  $u_{n+1} = f(u_n)$  والحد الأول  $u_0$ .
- (18) • متاليات حسابية معرفة بـ:  $u_{n+1} = u_n + a$  والحد الأول  $u_0$ .
- (19) • متاليات هندسية معرفة بـ:  $u_{n+1} = bu_n$  والحد الأول  $u_0$ .
- (20) • أمثلة تصف وضعيات بواسطة متالية. مثلاً: التزايد السكاني، تطور الإنتاج، ...

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الثانية ثانوي		الشعبة: آداب وفلسفة + لغات أجنبية	
الفصل الأول: 12 أسبوعاً	النسب المئوية والمؤشرات	8 ساعات	4 أسابيع		
	الإحصاء	4 ساعات	أسبوعان		
	الاحتمالات	5 ساعات	أسبوعان ونصف		
	الدوال	4 ساعات	أسبوعان		
	تقويم ومعالجة	3 ساعات	أسبوع ونصف		

الأسبوع	المحور	رقم الدرس	العنوان	ح ساعي
1	النسب المئوية والمؤشرات	1	تقويم تشخيصي ثم تدعيم المكتسبات الضرورية للفصل	2
2		2	النسب المئوية: معرفة حساب نسبة مئوية. (1)	1
3		2	التمييز بين التغير المطلق والتغير النسبي.	1
3		3	معرفة تحويل زيادة أو تخفيض نسبة مئوية إلى ضرب.	1
4		4	المؤشرات: معرفة حساب وتفسير مؤشر نمو ظاهرة (سعر، إنتاج، عدد السكان، ...).	1
4		5	التعبير عن زيادة أو تخفيض بنسبة مئوية.	1
5	الإحصاء	6	تحديد نسبة النمو (التطور) الإجمالي بمعرفة نسبي نمو متتابعين. (2)	1
6		7	محاكاة وضعيات بسيطة وملاحظة استقرار التواترات: إنجاز محاكاة تجارب عشوائية بسيطة. (3)	1
6		8	معرفة مفهوم تذبذب العينات.	1
6		9	مؤشرات التشتت: حساب التباين والانحراف المعياري لسلسلة إحصائية وتفسيره. (4)	1
6		10	الربيعيات والمخططات بالعلبة: معرفة تحديد وتفسير الربيعين الأدنى (الأول) والأعلى (الثالث) $Q_1$ و $Q_3$ . (5)	1
		11	الانحراف الربيعي: تعيين الانحراف الربيعي لسلسلة إحصائية، مخطط بالعلبة. (6)	

1	مجموعة الإمكانات: تعيين مجموعة النتائج الممكنة تجربة عشوائية. (7)	12	الاحتمالات	7
1	الحوادث والعمليات عليها: - حادثة بسيطة، حادثة مركبة. - التعرف على: اتحاد حادثتين، تقاطع حادثتين، الحادثة العكسية.	13		
1	قانون الاحتمال: معرفة قانون الاحتمال على مجموعة منتهية. (8)	14		
1	حالة تساوي الاحتمال: معرفة حساب احتمال حادثة (حالة تساوي الاحتمالات). (9)	15	الدوال	8
1	حساب احتمال الحادثة العكسية واتحاد حادثتين وتقاطع حادثتين.	16		
1	مقاربة مفهوم العدد المشتق (10)	17		
1	تعيين العدد المشتق لدالة مرجعية (من البرنامج). $x \mapsto ax + b$ ؛ $x \mapsto x^2$ ؛ $x \mapsto \frac{1}{x}$			
1	تعيين معادلة المماس لمنحنى الدالة "مربع" عند نقطة منه فاصلتها $x_0$ . (11)	18		
1	معرفة تعيين معادلة لمماس منحنى دالة مرجعية.	19	10	
1				11

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الثانية ثانوي		الشعبة: آداب وفلسفة + لغات أجنبية	
الفصل الثاني: 10 أسابيع	الدوال والجبر	12 ساعة	6 أسابيع		
	المتتاليات	4 ساعات	أسبوعان		
	تقويم ومعالجة	4 ساعات	أسبوعان		
	المجموع	20 ساعة	10 أسابيع		

ح ساعي	العنوان	رقم الدرس	المحور	الأسبوع
2	تعيين العدد المشتق لدالة $f$ عند $x_0$ . التعرف على قابلية اشتقاق دالة $f$ عند $x_0$ . (12)	20	الدوال	1
1	الدالة المشتقة لدالة: تعيين الدوال المشتقة للدوال المرجعية: $x \mapsto k$ ؛ $x \mapsto ax + b$ ؛ $x \mapsto \frac{1}{x}$ ؛ $x \mapsto x^2$	21		2
1	العمليات على المشتقات: معرفة مشتق مجموع دالتين، مشتق جداء دالتين، حساب مشتق الدالة "قوة": $x \mapsto x^n$ . (13)	22		3
1	مشتق مقلوب دالة، حساب مشتق حاصل قسمة دالتين.	23		4
1	الدالة المشتقة واتجاه التغير: إشارة المشتقة واتجاه تغير دالة على مجال. (14)	24		5
1	استعمال إشارة المشتقة لتعيين اتجاه تغير دالة على مجال. (تابع)	25		6
1	التمثيل البياني لثلاثي الحدود من الدرجة الثانية: إنشاء التمثيل البياني لدالة: $x \mapsto ax^2 + bx + c$ . (15)	26	المتتاليات العددية	7
2	تحديد جذور ثلاثي حدود من الدرجة الثانية وإشارته اعتماداً على: • التمثيل البياني. • الشكل النموذجي. • المميز. • العبارة المحللة. (16)	27		8
1	المعادلات من الدرجة الثانية: حل معادلة من الدرجة الثانية باستعمال التمثيل البياني للدالة: $x \mapsto ax^2 + bx + c$ . (17)	28		
1	حل معادلة من الدرجة الثانية جبرياً.	29		
1	توليد متتالية: التعرف على متتاليات من الشكل: $u_n = f(n)$ أو $u_{n+1} = f(u_n)$ و $u_0$ معلوم. (17)	30		
1	المتتاليات الحسابية: التعرف على متتالية حسابية. (18)	31		
1	التعرف على الحد العام لمتتالية حسابية.	32		
1	معرفة واستعمال خاصية ثلاثة حدود متتابعة من متتالية حسابية - الوسط الحسابي.	33		

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الثانية ثانوي		الشعبة: آداب وفلسفة + لغات أجنبية	
المتاليات		8 ساعات	4 أسابيع	الفصل الثالث: 6 أسابيع	
تقويم ومعالجة		4 ساعات	أسبوعان		
المجموع		12 ساعة	6 أسابيع		

ح ساعي	العنوان	رقم الدرس	المحور	الأسبوع ع
1	حساب مجموع $n$ حدا الأولى لمتتالية حسابية.	34		1
1	المتتاليات الهندسية: التعرف على متتالية هندسية. (19)	35		2
1	التعرف على الحد العام لمتتالية هندسية.	36		
1	معرفة واستعمال خاصية ثلاثة حدود متتابعة من متتالية هندسية - الوسط الهندسي.	37		3
1	حساب مجموع $n$ حدا الأولى لمتتالية هندسية.	38		
1	اتجاه تغيّر متتالية: تحديد اتجاه تغيّر متتالية حسابية أو هندسية.	39		
2	دراسة وضعيات يؤول حلها إلى دراسة متتاليات حسابية أو متتاليات هندسية. (20)	40		4

# السنة الثانية تسيير واقتصاد

## السنة الثانية تسيير واقتصاد \_\_\_\_\_ توجيهات وتعاليق وأمثلة لأنشطة

### النسب المئوية والمؤشرات:

- (1) • نتناول بالدراسة وضعيات أين تعبر النسبة المئوية على نسبة الجزء إلى الكل وأخرى على تطوّر (نسبة الولادة، نسبة البطالة...). مثلاً، تترجم زيادة قدرها 5% بالضرب في 1,05 ويترجم تخفيض قدره 7% بالضرب في 0,93.
- (2) • لحساب مؤشر لسنة معيّنة، نقارن القيمة المأخوذة في هذه السنة بالقيمة المأخوذة في سنة ما والمختارة كأساس 100.
- والفائدة من حساب مؤشر ظاهرة معيّنة تكمن في ترجمته مباشرة في شكل زيادة أو تخفيض.
- (3) • تقترح أنشطة تجعل التلميذ يلاحظ من خلالها بعض الأخطاء الشائعة عند حساب نسب مئوية متتالية، مثل اعتبار ارتفاع نسبة بمقدار ما يتبعه انخفاض بنفس المقدار هو رجوع إلى القيمة الابتدائية.

### الإحصاء:

- (4) • تُعطى أمثلة لسلاسل معطياتها: تكرارات، متوسطات، نسب مئوية، ... كما تقترح أمثلة لسلاسل زمنية (تطوّر مقدار خلال فترة زمنية معيّنة).
- (5) • تقترح أمثلة حول التلميس باستعمال الوسط الحسابي المتحرك. ( lissage par moyenne mobile ) أي تعويض قيمة بالوسط الحسابي بعض القيم المحيطة بها.
- تبرز أهمية التناسبية بين مساحة مستطيل يمثل فئة والتكرار الموافق لها.
- (6) • نبيّن من خلال أمثلة مختارة كيف يسمح التباين أو الانحراف المعياري بوصف التشتت حول المتوسط وتمييز سلاسل لها نفس المتوسط.

$$\bullet \text{ يُبرّر حساب التباين بالقاعدة: } V = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2 \text{ حيث } \bar{x} \text{ متوسط السلسلة.}$$

- يُدرب التلاميذ على استعمال الحاسبة لحجز معطيات السلسلة والحصول على ذلك على مختلف الوسائط.
- (7) • يُبيّن أنّ الانحراف بين ربعيين (interquartiles) يقيس التشتت حول الوسيط.
- (8) • من خلال مثال مختار لتجربة عشوائية منجزة أو محاكاة (كالمجموع المحصّل عليه عند رمي نرددين)، نسجل ونقارن نتائج مختلف السلاسل ذات  $n$  تجربة. نبرز هكذا تذبذب العينات وبتراكم مختلف السلاسل، يمكن ملاحظة استقرار معيّن لتواترات التكرارات.

### الاحتمالات:

- (9) • نستند على ملاحظة توزيع تواترات مسجلة في تجارب منجزة أو محاكاة لإبراز قانون الاحتمال المرفق بكل تجربة.
- (10) • نبيّن، من خلال أمثلة بسيطة (كمجموع نتيجة رمي نرددين)، كيف نعيّن قانون احتمال بالرجوع إلى حالة تساوي الاحتمال.

### الدوال:

- (11) • تكون دراسة الدالة "مكعب" مناسبة للتذكير بالمفاهيم الأساسية المتعلقة بالدوال (التعبير، التغيّرات، التمثيل البياني) المدروسة في السنة الأولى ثانوي.
- (12) • بالنسبة إلى مركّب دالتين، نكتفي بتناول أمثلة بسيطة.
- (13) • نعني بالدوال المرفقة، الدوال:  $x \mapsto f(x) + k$  ؛  $x \mapsto -f(x)$  ؛  $x \mapsto |f(x)|$  ؛  $x \mapsto f(-x)$  ؛  $x \mapsto f(x+k)$  حيث  $k$  عدد حقيقي ثابت و  $f$  دالة معطاة.

(14) • نركز على التمثيلات البيانية للدوال في معلم متعامد ومتجانس لتبرير النتيجة:

$$f(a) = f(2a-h) \text{ أو النتيجة: } \dots \frac{f(a+h)+f(a-h)}{2} = b \text{ و } f(a+h) = f(a-h) \text{ و } \frac{f(2a-h)+f(a)}{2} = b$$

### الدوال المشتقة:

(15) • نعلم المقاربة الحركية والمقاربة بواسطة الوضع النهائي للقاطع (AM) لمنحنى عندما تقترب M إلى A.

• لا يُعطى تعريف شكلي للنهاية. سنكتفي بمقاربة حدسية للحسابات المنجزة.

• يُعرف العدد المشتق كنهاية للدالة  $f(x_0+h)+f(x_0)$  عند  $h \rightarrow 0$  إلى  $h$ .

• العدد المشتق هو معامل التوجيه (أو الميل في معلم متعامد ومتجانس) للمماس.

(16) • يشار إلى الدوال غير قابلة للاشتقاق عند  $x_0$  مثل  $x \mapsto \sqrt{x}$  و  $x \mapsto |x|$  عند  $x=0$ .

• تقترح أمثلة يُطبق فيها العدد المشتق: - السرعة اللحظية لحركة مستقيمة لها معادلات زمنية بسيطة. - الكلفة الهامشية.

• تُقبل النتائج المتعلقة بحساب مشتق مجموع، جُداء، وحاصل قسمة دالتين قابلتين للاشتقاق.

(17) • يُذكر بالعلاقة بين منحنى مستقيم وإشارة معامل توجيهه وبين تغيّر دالة تآلفية ونسبة تزايدها.

(18) • يُشرح التقريب المحلي بين المنحنى والمماس العلاقة بين التغيّرات وإشارة المشتق ويسمح بقبول

النظرية التي تعطي اتجاه تغيّر دالة قابلة للاشتقاق على مجال تبعا لإشارة مشتقها على هذا المجال.

• المماس عند A فاصلتها a من منحنى (C<sub>f</sub>) هو التمثيل البياني لدالة تآلفية، نُقبل أنّ هذه الدالة التآلفية هي

أفضل تقريب تآلفي للدالة f عند a. (نكتفي بتقديم التعريف)

بعبارة أخرى، من أجل x قريب من a يكون:  $f(x) \approx f(a) + f'(a)(x-a)$ .

• نجعل التلميذ يلاحظ مثلاً، أنّ تطبيق زيادتين متتاليتين صغيرتين قدر كلّ منهما مثلاً 1% يكافئ تقريباً زيادة

قدرها 2% وهو ما يعود إلى اعتبار  $(1+x)^2$  مثل  $1+2x$  وأنّ  $y=1+2x$  هي معادلة المماس عند

النقطة ذات الإحداثيتين (0;1) للمنحنى الممثل للدالة  $(1+x)^2$ .

### السلوك التقاربي:

(19) • تُقبل النتائج وتُشرح بأمثلة مختارة وبحسابات مقربة وبالاستعانة بالتمثيل البياني للدوال.

• تُعتمد مقاربة حدسية لمفهوم النهاية.

(20) • يُوضّح المستقيم المقارب المائل انطلاقاً من أمثلة لدوال معطاة على الشكل:  $x \mapsto ax + b + \varphi(x)$

حيث  $\varphi(x)$  يُؤول إلى 0 عند  $+\infty$  و/أو عند  $-\infty$ .

### المعادلات والمترجمات:

(21) • نتناول حل معادلات ومترجمات من الدرجة الثانية من خلال مراجعة المفاهيم المدروسة سابقاً

والمتمثلة في استعمال المميز لحل معادلة من الدرجة 2 وذلك في سياق مرتبط بحل مشكلات.

• استعمال إشارة ثنائي حد لتعيين إشارة دالة أو حل مترجمة من الدرجة 2

(22) • نسمي "قطعاً مكافئاً" التمثيل البياني للدالة  $f(x) = ax^2 + bx + c$  (حيث  $a \neq 0$ ) حيث نبيّن المظهر

(الشكل). اتجاه التغيّر وكذلك إحداثيي الرأس S.

• تُعطى أمثلة لثلاثيات الحدود الخاصة ومظاهر تمثيلاتها البيانية.

(23) • عند دراسة ثلاثي الحدود من الدرجة الثانية وحل معادلة أو مترجمة من الدرجة الثانية، تُوضح العلاقة بين

التمثيل البياني للدالة  $f(x) = ax^2 + bx + c$  (حيث  $a \neq 0$ ) بالنسبة إلى محور الفواصل وإشارة المميز.

(24) • يُدكّر بحلّ جملة معادلتين خطيتين ذات مجهولين ويكون التركيز على وجهة اختيار طريقة الحلّ تبعاً للجملة المعطاة.

(25) • تقترح مشكلات من الحياة اليومية تؤدي إلى حل جملة معادلات.

• كما تقترح مشكلات "استمثال" بسيطة (Optimisation). في العديد من الوضعيات، يعود البحث عن أفضل حل إلى جعل مقداراً أعظماً أو أصغرياً وفق شروط معيّنة، وهو ما نسميه استمثالاً.  
مثال: تسعى مؤسسة إلى جعل تكاليف إنتاجها أصغرية وفوائدها أعظمية.

#### المتتاليات العددية:

(26) • الهدف هو ترسيخ المفاهيم الأساسية الضرورية (تعريف، الكتابة بأدلة، ...).

(27) • يتعلق الأمر بمتتالية معرفة بقاعدة ضمنية أو بمتتالية معرفة بعلاقة تراجعية وحدّها الأول.

• يسمح الجدول بمقارنة النتائج المحصّل عليها بقاعدة ضمنية أو بعلاقة تراجعية.

• إذا أعطيت المتتالية بالشكل:  $u_n = f(n)$  فالحساب يتم مباشرة، وإذا أعطيت المتتالية بعلاقة تراجعية نحسب الحدود حتى  $u_n$  باستعمال حاسبة مثلاً.

(28) • نجعل التلميذ يلاحظ، بهذه المناسبة، أنّه في التمثيل البياني لمتتالية حسابية ( $u_n$ ) تكون النقط ذات

الإحداثيات ( $n; u_n$ ) واقعة على المستقيم الذي معامل توجيهه يساوي أساس المتتالية والترتيب إلى المبدأ  $u_0$ .

(29) • بالنسبة إلى المتتاليات الهندسية نقصر على تناول المتتاليات ذات الحدود الموجبة فقط.

(30) • استثمار النتائج من خلال وضعيات ملموسة (فوائد بسيطة، مركّبة، ...).

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الثانية ثانوي		الشعبة: تسيير واقتصاد	
الفصل الأول: 12 أسبوعاً	النسب المئوية والمؤشرات	9 ساعات	3 أسابيع		
	الإحصاء	9 ساعات	3 أسابيع		
	الاحتمالات	6 ساعات	أسبوعان (2)		
	الدوال (عموميات)	6 ساعات	أسبوعان (2)		
	تقويم ومعالجة	6 ساعات	أسبوعان		
	المجموع	36 ساعة	12 اسبوعاً		

الأسبوع	المحور	رقم الدرس	العنوان	ح ساعي
1	النسب المئوية والمؤشرات	1	تقويم تشخيصي ثم تدعيم المكتسبات الضرورية للفصل	3
2		2	النسب المئوية: حساب نسبة مئوية.	1
		3	التغير المطلق والتغير النسبي: التمييز بين التغير المطلق والتغير النسبي.	1
3		4	إرجاع زيادة أو تخفيض إلى شكل ضرب. (1)	1
		5	نسبة تطوّر (تغير) نسبة مئوية، المؤشر: حساب وترجمة مؤشر تطوّر ظاهرة (سعر، إنتاج، عدد السكان، ...). (2)	1
		6	التعبير بنسبة مئوية على زيادة أو تخفيض.	1
		7	تعيين نسبة التطور الإجمالية بمعرفة نسبتين متتاليتين للتطور. (3)	1
4	الإحصاء	8	دراسة أمثلة لسلاسل معطيات: - طبيعة المعطيات - طرائق التمثيل (4)	1
		9	تمثيل سلسلة إحصائية منظمة في فئات مختلفة الأطوال بمدرج تكراري	2
		10	التمليس (lissage) بالأواسط المتحركة. (5)	2

1	التباين والانحراف المعياري: حساب الانحراف المعياري وترجمته. (6)	11	الاحتمالات	6
1	الربيعيات والعشريات: حساب الربعيين (Les quartiles) والعشريين (Les 1er et 9ème déciles) لسلسلة إحصائية. (7)	12		
1	المخطط بالعلبة: - تمثيل سلسلة إحصائية بمخطط بالعلبة وترجمته. - مقارنة مخططات بالعلبة لسلاسل إحصائية مختلفة.	13		
1	دراسة مثال لتجربة عشوائية منجزة أو محاكاة. (8)	14		
1	مصطلحات الاحتمالات: فضاء، حادثة، حادثة بسيطة، حادثة عكسية.	15		
1	قانون احتمال على مجموعة منتهية: تعريف نموذج ملائم لتجربة عشوائية في حالات بسيطة. (9)	16		
1	تعيين احتمال حادثة بسيطة انطلاقاً من قانون احتمال.	17		
2	حساب كل من احتمال الحادثة المضادة لحادثة واتحاد وتقاطع حدثين.	18		
1	حالة تساوي الاحتمال. (10)	19		
1	الدوال المرجعية: - معرفة تعبيرات الدالة "مكعب" $x \mapsto x^3$ . - تمثيل الدالة "مكعب". (11)	20	الدوال (عموميات)	9
2	العمليات على الدوال: تعريف مجموع، جُداء، حاصل قسمة ومركب دالتين عديتين. (12)	21		
2	المنحنيات والتحويلات النقطية البسيطة: استنتاج منحنيات دوال مرفقة انطلاقاً من منحنيات دوال معطاة. (13)	22		
1	- البرهان على أنّ نقطة هي مركز تناظر المنحنى الممثل لدالة. - البرهان على أنّ مستقيم هو محور تناظر المنحنى الممثل لدالة. (14)	23		
				10

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الثانية ثانوي		الشعبة: تسيير واقتصاد	
الفصل الثاني: 10 أسابيع	المشتقات	9 ساعات	3 أسابيع		
	السلوك التقاربي	6 ساعات	أسبوعان (2)		
	معادلات ومترجمات من الدرجة 2. جمل معادلات (مترجمات خطية)	9 ساعات	3 أسابيع		
	تقويم ومعالجة	6 ساعات	أسبوعان (2)		
	المجموع	30 ساعة	10 أسابيع		

الأسبوع	المحور	ر/الدرس	العنوان	ح ساعي
1	الدوال المشتقة	24	العدد المشتق: العدد المشتق (التعريف والتفسير الهندسي أي المماس) (15)	1
		25	معرفة العدد المشتق للدوال المرجعية المقررة من أجل قيمة معينة $x_0$ .	1
		26	الترجمة الهندسية للعدد المشتق: - ترجمة عدد مشتق بيانياً. - تعيين معادلة لمماس. إنشاء المماس عند نقطة A للمنحنى الممثل لدالة مرجعية مقررة.	1
2	الدوال المشتقة	27	الدوال المشتقة: تعريف الدالة المشتقة. حساب مشتق دالة كثير حدود، مجموع وجُداء وحاصل قسمة دالتين، الدالة من الشكل: $x \mapsto \frac{ax+b}{cx+d}$ . (16)	2
		28	المشتق واتجاه تغير دالة: الربط بين اتجاه تغير دالة وإشارة مشتقتها. (17)	1
3	الدوال المشتقة	28	الربط بين اتجاه تغير دالة وإشارة مشتقتها. (تابع)	1
		29	تعيين القيم الحدية لدالة قابلة للاشتقاق على مجال.	1
		30	التقريب التآلفي: نكتفي بإعطاء التعريف للتقريب التآلفي لدالة عند قيمة، يتبع بأمثلة على التقريب بالتطبيق المتتابع لنسبة مئوية. (18)	1

1	السلوك التقاربي: السلوك التقاربي للدوال المرجعية عند ما لانهاية وعند الصفر. (19)	31	السلوك التقاربي	4
1	المستقيمات المقاربة: تفسير وجود مستقيم مقارب يوازي أحد المحورين واستعماله في التمثيل البياني لدالة.	32		
1	نتائج العمليات على النهايات.	33		
1	نتائج العمليات على النهايات. (تابع)	33	السلوك التقاربي	5
2	تفسير وجود مستقيم مقارب مائل واستعماله في التمثيل البياني لدالة. (20)	34		
1	حل معادلات ومتراجحات من الدرجة الثانية. (21)	35	المعادلات والمتراجحات	6
2	ثلاثي الحدود من الدرجة الثانية: تمثيل دالة من الشكل: $x \mapsto ax^2 + bx + c$ مع $a \neq 0$ وإنشاء جدول تغيراتها. (22)	36		
1	المعادلات والمتراجحات من الدرجة الثانية: استعمال التمثيل البياني لثلاثي الحدود لاستنتاج وجود حلول المعادلة أو المتراجحة من الدرجة الثانية المرفقة. (23)	37		
2	جملة معادلات خطية ذات مجهولين أو ثلاثة مجاهيل: حل جملة ثلاث معادلات خطية ذات ثلاث مجاهيل. (24)	38		
1	الحل البياني لجملة متراجحتين خطيتين ذات مجهولين: ترجمة متراجحة خطية ذات مجهولين بتجزئة المستوي. - حل جملة متراجحتين خطيتين ذات مجهولين بيانياً.	39		
2	حل مشكلات تتدخل فيها ثلاثيات الحدود أو معادلات أو متراجحات من الدرجة الثانية. (25)	40		

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الثانية ثانوي		الشعبة: تسيير واقتصاد	
الفصل الثالث: 6 أسابيع	المتاليات	12 ساعة	3 أسابيع		
	تقويم ومعالجة	6 ساعات	أسبوعان (2)		
	المجموع	18 ساعة	6 أسابيع		

ح ساعي	العنوان	رقم الدرس	المحور	الأسبوع
1	عموميات: تعريف متتالية عددية واستعمال الكتابات المناسبة. (26)	41	المتتاليات العددية	1
1	طرق توليد متتالية: معرفة طرق توليد متتالية بقاعدة ضمنية أو بعلاقة تراجعية أي المتتاليات من الشكل: $u_n = f(n)$ أو $u_{n+1} = f(u_n)$ و $u_0$ معلوم. - حساب بعض الحدود لمتتالية. (27)	42		
1	المتتاليات الحسابية: تعريف متتالية حسابية والتعرف عليها تبعاً لطريقة توليدها ووصفها باستعمال التعبير المناسب. (28)	43		2
1	التعرف على الحد العام لمتتالية حسابية (حساب الحد من المرتبة $n$ لمتتالية حسابية بمعرفة حدها الأول وأساسها).	44		
1	معرفة واستعمال خاصية ثلاثة حدود متتابعة من متتالية حسابية - الوسط الحسابي.	45		
1	حساب مجموع $n$ حداً الأولى لمتتالية حسابية.	46		3
1	المتتاليات الهندسية: التعرف على متتالية هندسية والتعرف عليها تبعاً لطريقة توليدها ووصفها باستعمال التعبير المناسب. (29)	47		
1	التعرف على الحد العام لمتتالية هندسية (حساب الحد من المرتبة $n$ لمتتالية هندسية بمعرفة حدها الأول وأساسها).	48		
1	معرفة واستعمال خاصية ثلاثة حدود متتابعة من متتالية هندسية - الوسط الهندسي.	49		4
1	حساب مجموع $n$ حداً الأولى لمتتالية هندسية.	50		
1	اتجاه تغير متتالية: تحديد اتجاه تغير متتالية حسابية أو هندسية.	51		
1	دراسة وضعيات يؤول حلها إلى دراسة متتاليات حسابية أو متتاليات هندسية. (30)	52		

# السنة الثانية علوم تجريبية

- (1) • نطلق من الدوال المدروسة في السنة الأولى.
    - تقترح أنشطة تتطلب كتابة دالة تناظرية أو دالة كثير حدود من الدرجة الثانية على أشكال مختلفة حسب الهدف.
    - تعالج بعض الأمثلة قصد توضيح أهمية تعريف المجال  $I$  الذي تكون فيه الدالة  $g \circ f$  معرفة.
    - يمكن استعمال الترميز  $f(I)$  لنشير إلى مجموعة صور عناصر  $I$  بالدالة  $f$ .
  - (2) • نتطرق إلى دراسة أمثلة مضادة لدوال من الشكل  $f + g$  ،  $f \times g$  ، لا يمكن إعطاء قواعد حول اتجاه تغييرها.
    - فيما يتعلق بالدالة  $g \circ f$  نكتفي بالحالة التي يكون فيها كل من  $f$  و  $g$  رتيبتين.
  - (3) • نمثل بيانيا الدوال  $f + k$  ،  $\lambda.f$  ، ونوسع ذلك إلى الدوال  $|f|$  ،  $x \mapsto f(x + b)$  ،  $x \mapsto f(x + b) + k$  حيث التمثيل البياني للدالة  $f$  معلوم.
    - توظيف شفعية دالة أو دوريتها قصد استعمالها لاقتصار الدراسة أو لتبرير تناظر منحني.
  - (4) • نعمل على أن يصبح تحديد ثلاثي الحدود من الدرجة الثانية أليا عند التلميذ أثناء حلّ هذا النوع من المسائل.
    - يمثل هذا النوع من المسائل فرصة لتدريب التلاميذ على استعمال الحاسبة البيانية لحل معادلة من الدرجة الثانية.
- الاشتقاقية:**
- (5) • يمكن مقارنة العدد المشتق بعدة طرق، ونقترح كمثل على ذلك المرور من السرعة المتوسطة إلى السرعة اللحظية في الحركات المستقيمة حيث نبدأ بتلك التي معادلاتها الزمنية للحركة من الدرجة الثانية.
    - نعرف العدد المشتق للدالة  $f$  عند  $x_0$  بأنه النهاية المنتهية للدالة:  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$  .
    - نقول عندئذ إن  $f$  قابلة للاشتقاق عند  $x_0$  ونرمز للعدد المشتق للدالة  $f$  بالرمز  $f'(x_0)$ .
  - (6) • تُفسر قابلية الاشتقاق للدالة  $f$  عند  $x_0$  بوجود مُماس لتمثيلها البياني، معامل توجيهه هو  $f'(x_0)$  ثم يتم إجراء التقريب الخطي لهذه الدالة بجوار القيمة  $x_0$  بواسطة الدالة التآلفية:  $f(x) \approx f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$  أي  $f(x) \approx f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$  في الحاسبة البيانية: نستعمل اللمسة Zoom لتوضيح ذلك.
    - (7) • نجعل التلميذ يستعمل الرمز  $f'(x)$  و  $f'(x)$  ويميز بينهما.
  - نلاحظ أنّ مجموعة قابلية الاشتقاق مطابقة لمجموعة التعريف في كل أنواع الدوال المقررة في هذا المستوى ماعدا دالة الجذر التربيعي.
    - (8) • تُختار أمثلة ندرس فيها اتجاه تغيير دالة كثير حدود أو دالة ناطقة.
    - (9) • تُقترح أنشطة تهدف إلى استنتاج حصر دالة على مجال بثوابت أو دوال بسيطة.
    - (10) • تُعالج مسائل " الاستمثال " التي نبحث فيها عن القيم المُثلى التي تحقق المطلوب.

**الاحتمالات:**

- (11) • نُشير إلى أنّ المدخل إلى مفهوم الاحتمال يمرّ عبر نمذجة وضعيات من خلال المقاربة التواترية، ففي تجربة إلقاء قطعة نقدية عددا كبيرا من المرات، نلاحظ أنّ تواتر ظهور أحد الوجهين يقترب من تواتر ظهور الوجه الآخر، مما يسمح لنا بالقول أنّ تواتر ظهور كل منهما يؤول نحو الاستقرار حول القيمة  $\frac{1}{2}$ ؛ وبهذا نكون قد نمذجنا هذه التجربة (رمي قطعة نقدية مرة واحدة)، ثمّ أنّ القيمة  $\frac{1}{2}$  هي التي نسميها فيما بعد احتمال ظهور أحد الوجهين.

(12) • نقصد بوصف تجربة عشوائية تعيين مجموعة النتائج الممكنة  $\Omega$  حيث  $\Omega = \{\omega_1; \omega_2; \dots; \omega_n\}$ ، ثم إرفاق كل نتيجة  $\omega_i$  بعدد حقيقي  $p_i$  حيث يكون  $\sum p_i = 1$  و  $p_i \geq 0$  أي تعيين الثنائيات  $(\omega_i; p_i)$  حيث  $p_i$  هو احتمال الحادثة البسيطة  $\{\omega_i\}$ .

(13) • بعد اختيار نموذج لتجربة عشوائية، يمكن محاكاتها. ويتعلق الأمر بتجارب من النوع: (إلقاء قطعة نقدية، إلقاء النرد، السحب مع الإرجاع، ...).

• ندرج، من خلال أمثلة، المصطلحات: حادثة عكسية، اتحاد أو تقاطع حوادث، الحادثة الأكيدة، الحادثة المستحيلة، حادثتان منفصلتان.

(14) • في حالة تساوي الاحتمالات، نحسب احتمال حادثة  $A$  بالعلاقة: 
$$\frac{\text{عدد الحالات الملائمة (لتحقق الحادثة)}}{\text{عدد الحالات الممكنة (نتائج التجربة)}}$$

(15) • يمكن اقتراح كأول مثال للمتغير العشوائي: "الربح" الذي

نتحصل عليه في لعبة "الربح والخسارة" حيث نعبر عن الربح بعدد موجب وعن الخسارة بعدد سالب،

(16) • لا نكتفي بإعطاء العلاقة الرياضياتية التي يحسب بها الأمل الرياضي ولا بحسابه، بل نحرص على إعطاء معنى له من خلال ربطه بالوسط الحسابي أو بعلاقته بالوسط الحسابي المتزن.

**المُرَجَّح في المستوي:**

(17) • توظيف نظرية طاليس في إنشاء مُرَجَّح نقطتين.

• تتم دراسة المُرَجَّح في المستوي.

(18) • تقترح أمثلة يوظف فيها المُرَجَّح لدراسة مجموعات نقط وتعيينها وإنشائها.

**النهايات:**

(19) • نقترح في البداية أمثلة حول حساب النهايات عندما  $|x| \rightarrow +\infty$  ثم عندما  $x \rightarrow x_0$  ثم عندما  $x \rightarrow x_0$ .

(20) • يطلب تبرير قواعد حساب النهايات عند استعمال النظريات الأولية، مع الحرص على التطبيق السليم لها من قبل التلميذ، وتختار لذلك أمثلة لدوال كثيرة حدود ودوال تناظرية.

(21) • يمكن استعمال حاسبة بيانية لتخمين وجود مستقيم مقارب بالبحث المنكسر عن معادلته (التي تكون من الشكل  $y = ax + b$ ) ثم تبريرها فيما بعد بالحساب.

(22) • توضح حالات عدم التعيين بأمثلة مُختارة، ونذكر هنا بأن التركيز على تقنيات الحساب الجبري في تحويل عبارة أمر يساعد التلميذ على تجاوز الصعوبات التي يمكن أن تعترضه في إزالة حالات عدم التعيين.

(23) • من خواص النهايات يمكن الرجوع إلى قواعد حساب مشتقات الدوال نجد في استخراجها فرصة يمارس فيها التلميذ البرهان كما يمكن إدراج الدوال غير قابلة للاشتقاق واستخراج أنصاف المماسات مائلة أو موازية لحامل محور الترتيب.

**الزوايا الموجهة:**

(24) • نبرهن نظرية الزاوية المحيطية.

(25) • نتطرق في هذه الفقرة إلى الزاوية الموجهة لشعاعين غير معدومين وإلى خواصها دون أي توسع نظري. ثم نتطرق إلى أقياس زاوية موجهة، خاصة القيس الرئيسي الذي يكون محصوراً ضمن المجال  $]-\pi; \pi]$ .

• الوحدة التي نستعملها لقياس الزوايا هي الراديان. ونلفت انتباه التلاميذ إلى قبول التعبير المجازي الذي نعبر به على الزاوية وقياسها في نفس الوقت كقولنا "الزاوية ... تساوي  $\frac{\pi}{3}$ ".

(26) • توظيف العلاقات المدروسة في السنة الأولى الخاصة بالعدد  $x$  والأعداد الحقيقية المرفقة له وهي:

$$-x \quad ; \quad \pi + x \quad ; \quad \pi - x \quad ; \quad \text{ثم نمدها إلى الأعداد: } \frac{\pi}{2} - x \quad \text{و} \quad \frac{\pi}{2} + x$$

(27) • نتحقق عند استعمال الدائرة المثلثية من تحكّم التلميذ في تحديد أرباعها وصور القيم  $\frac{\pi}{6}$ ،  $\frac{\pi}{3}$ ،  $\frac{\pi}{4}$ ؛

ومن تمثيل الأعداد  $\frac{1}{2}$ ،  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  و  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ؛ ثم ربط ذلك بالجيب وجيب تمام. كما نوجه التلميذ، كلما كان ذلك ممكناً لاستخدام التناظرات التي توفرها الدائرة المثلثية في حساب جيب وجيب تمام الزوايا الشهيرة في بقية الأرباع.

(28) • نقتصر هنا على المتراجحات من النوع:  $\cos x < a$ ،  $\sin x < a$ ، ...

فيما يخص المتراجحات، نكتفي بحلها على مجال طوله  $2\pi$  على الأكثر ونمثّل مجموعة الحلول على الدائرة المثلثية.

### التحويلات النقطية في المستوي:

(29) • لا تخصّص دروس للتحويلات النقطية التي درست سابقاً (التناظر المركزي، التناظر المحوري،

الانسحاب، الدوران)، بل تتم معالجتها من خلال بعض المسائل بتوظيف الخواص التالية:

\* الحفاظ على الاستقامة، المرجح، الزوايا الموجهة، الأطوال، المساحات.

\* الخواص المتعلقة بـ صور بعض الأشكال الهندسية (المستقيم، قطعة مستقيم، دائرة).

### الجداء السلمي في المستوي:

(30) • تقدّم التعاريف المختلفة للجداء السلمي ويبرهن على تكافؤها.

• تبرز المساويات:  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}^2 = AB^2 = \|\overrightarrow{AB}\|^2$ . الترميز " $\overrightarrow{AB}^2$ " يُقرأ: "المربع السلمي

للشعاع  $\overrightarrow{AB}$ ".

(31) • تُدرج العلاقات المترية المألوفة (مبرهنة الكاشي،  $MA^2 + MB^2$ ،  $MA^2 - MB^2$ ) التي

نستعملها لحساب المسافات والزوايا.

### المتتاليات العددية:

(32) • ندرج الترميز بالدليل  $u_n$  ونُسجل أنّ الإشارة إلى الترميز الدالي  $u(n)$  (المستخدم في الحاسبات

البيانية) وتوظيفه بعض الأحيان يساعد التلميذ على استخدام هذه الحاسبات، حيث تظهر عندئذ المتتالية كدالة من  $\mathbb{N}$  نحو  $\mathbb{R}$  ونوضح الفرق بين المتتالية  $u$  والحد  $u_n$  الذي دليله  $n$ .

• نقترح أنشطة حول ظواهر متقطعة يُؤدي إلى علاقات من النوع  $u_n = f(n)$  أو  $u_{n+1} = f(u_n)$ .

• نحسب حدود متتالية بواسطة جدول أو حاسبة بيانية.

• نقترح توضيحات بيانية مختلفة، بواسطة النقط  $M_n(n; u_n)$  أو بواسطة النقط  $M_n(u_n; u_{n+1})$  في حالة

متتالية تراجعية، باليد أو بالحاسبة البيانية أو باستعمال البرمجيات.

• تُدرج أمثلة لمتتالية غير رتيبة.

(33) • نعلم في دراسة اتجاه تغيّر متتالية على: - إشارة الفرق  $u_{n+1} - u_n$ . - أو اتجاه تغيّر الدالة  $f$

حيث  $u_n = f(n)$ . - أو على المقارنة بين  $\frac{u_{n+1}}{u_n}$  و 1 (في حالة ما إذا كانت المتتالية ذات إشارة ثابتة).

(34) • نعرّف متتالية حسابية (أو هندسية) بواسطة حدّها الأول وعدد حقيقي  $r$  (أو  $q$ ) يسمى أساس المتتالية.

• يمكن اقتراح تطبيقات من الحياة العملية لتنمية قدرة التلميذ على نمذجة الوضعيات.

(35) • تخمين نهاية متتالية عددية حدّها العام يؤوّل إلى ما لانهاية. يمكن أن نختار كمثال على ذلك نهاية

متتالية هندسية أساسها أكبر من 1.

• نختار أمثلة بسيطة يقود حساب الحدود المتتابعة لها إلى هذا التخمين.

### الهندسة في الفضاء:

(36) • نُمدّد العمليات المألوفة على الأشعة في المستوي إلى الفضاء، بتوظيف خواص الجمع الشعاعي

وضرب شعاع بعدد حقيقي ونتجنب كل دراسة نظرية لبنية الفضاء الشعاعي.

(37) • تهدف هذه الفقرة إلى تمكين التلاميذ من التعليم في الفضاء.

- (38) • يُحبذ البدء في معالجة حالات خاصة يكون فيها المستوي موازيا لأحد مستويات الإحداثيات ثم التوسع بعد ذلك.
- نستعمل الترميز  $P(O; \vec{i}, \vec{j})$  مثلا للدلالة على مستوي الإحداثيات المنسوب إلى المعلم  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  ونعيّن معادلته، مما يساعد على استخراج معادلات المستويات المطلوبة.
- (39) • تستعمل مبرهنة فيثاغورث لإيجاد هذا الدستور، ثم يُوظف في التطبيقات للحصول على معادلة سطح الكرة التي مركزها مبدأ المعلم.

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الثانية ثانوي		الشعبة: علوم تجريبية	
الفصل الأول: 12 أسبوعا	الدوال	3 أسابيع	15 ساعة		
	الاشتقاقية	أسبوعان ونصف	12 ساعة		
	الاحتمالات	3 أسابيع	15 ساعة		
	المرجح	أسبوع ونصف	8 ساعات		
	تقويم ومعالجة	أسبوعان	10 ساعات		
	المجموع	12 أسبوعا	60 ساعة		

ح ساعي	العنوان	رقم الدرس	المحور	الأسبوع
2	تقويم تشخيصي ثم تدعيم المكتسبات الضرورية للوحدة	1	الدوال	1
1	عموميات: العمليات على الدوال: $f + g$ ؛ $\lambda.f$ ؛ $f \times g$ ؛ $\frac{f}{g}$ ؛ $f \circ g$ . (1)	2		
1	العمليات على الدوال: (تابع)			
1	تفكيك دالة باستعمال الدوال المرجعية.	3		
2	دراسة اتجاه تغيير دالة باستعمال الدوال المرجعية.	4		
1	اتجاه التغيير والتمثيل البياني للدوال من الشكل: $f + k$ ؛ $\lambda.f$ و $f \circ g$ . (2)	5		
2	اتجاه التغيير والتمثيل البياني للدوال من الشكل: $f + k$ ؛ $\lambda.f$ و $f \circ g$ . (تابع)			
2	تمثيل دالة بيانيا باستعمال الدوال المرجعية عندما يكون ذلك ممكنا. (3)	6		
1	التطرق إلى محور ومركز تناظر منحنى			
1	حل مسائل تستخدم فيها معادلات و/أو مترجمات من الدرجة الثانية و/أو الثالثة باستعمال التحليل إلى جداء عوامل.	7		
2	حل مسائل تستخدم فيها معادلات و/أو مترجمات من الدرجة الثانية و/أو الثالثة باستعمال التحليل إلى جداء عوامل. تابع	8		
1	العدد المشتق: مقارنة المفهوم والتعريف. (5)	9	الاشتقاقية	4
1	حساب العدد المشتق لدالة عند عدد حقيقي $x_0$ .	10		
2	التفسير الهندسي للعدد المشتق: تعيين معادلة المماس وتطبيقات. (6)	11		
1	حساب مشتقات الدوال المألوفة: $x \mapsto \sqrt{x}$ ؛ $x \mapsto x^n$ ؛ $x \mapsto \frac{1}{x}$	12		
1	حساب مشتقات الدوال المألوفة: $x \mapsto \sin x$ ؛ $x \mapsto \cos x$ . (7)			
2	قواعد حساب مشتقات الدوال: $f + g$ ؛ $f \times g$ ؛ $\frac{1}{g}$ ؛ $\frac{f}{g}$ و $f(ax + b)$ .	13		
1	المشتق واتجاه التغيير: تعيين اتجاه تغيير دالة. (8)	14		
1	استعمال المشتقة لتعيين القيم الحدية لدالة. (9)	15		
2	حل مسائل تستخدم فيها دوال ناطقة. (10)	16		

2	تذكير بمحاكاة تجربة عشوائية: محاكاة تجربة عشوائية بسيطة. إبراز مفهوم ميل التواترات نحو الاستقرار من خلال أمثلة متنوعة (13)	17	الاحتمالات	6
1	قانون الاحتمال: استمثال التواترات (التمييز بين التواتر التجريبي والتواتر النظري كمدخل لمفهوم الاحتمال)	18		
1	وصف تجربة عشوائية بسيطة، عدد النتائج الممكنة فيها منته. (12)	19		
1	قانون الاحتمال: نمذجة بعض الوضعيات البسيطة. (11)	20		
1	حساب احتمال حادثة في تجربة عشوائية بسيطة	21		
1	حساب الأمل الرياضي، الانحراف المعياري (والتباين) لقانون الاحتمال.	22		
1	الاحتمالات المتساوية: حساب احتمال حادثة بسيطة وحادثة مركبة. (14)	23		7
1	حساب احتمال حادثة بسيطة وحادثة مركبة. (تابع)	24		
2	استعمال خواص الاحتمال في حساب احتمالات بعض الحوادث المركبة.	25		
1	المتغير العشوائي: تعيين قانون الاحتمال لمتغير عشوائي. (15)	26		
1	حساب الأمل الرياضي والتباين والانحراف المعياري لمتغير عشوائي. (16)	27		
2	حل مسائل في الاحتمالات	28		
2	إنشاء مُرَجِّح نقطتين، مُرَجِّح ثلاث نقط. (17)	29		9
1	استعمال خاصية التجميع في إنشاء مُرَجِّح ثلاث نقط	30		
1	حساب إحداثيي المُرَجِّح.	31		
1	استعمال المُرَجِّح لإثبات استقامية نقط وتلاقي مستقيمت.	32		
1	استعمال المُرَجِّح لإثبات استقامية نقط وتلاقي مستقيمت. (تابع)	33		
2	توظيف المُرَجِّح في دراسة مجموعات نقطية وتعيينها وإنشائها. (18)	34		
			المرجّح	10

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الثانية ثانوي		الشعبة: علوم تجريبية	
الفصل الثاني: 10 أسابيع	النهايات	أسبوعان ونصف	12 ساعات		
	الزوايا الموجهة	أسبوع ونصف	08 ساعات		
	التحويلات النقطية	أسبوع ونصف	07 ساعات		
	الجداء السلمي	أسبوعان ونصف	13 ساعة		
	التقويم والمعالجة	أسبوعان	10 ساعات		
	المجموع	10 أسابيع	50 ساعة		

الأسبوع	المحور	الدرس	العنوان	ح ساعي
1	النهايات	33	النهايات والسلوك التقاربي لمنحنى دالة: حساب نهاية دالة لما يؤول $x$ إلى $+\infty$ أو $-\infty$ معرفة شرط وجود مستقيم مقارب للمنحنى يوازي محور الفواصل. (19)	2
		34	حساب نهاية دالة ناطقة عندما يؤول $x$ إلى $a$ ، حيث $a$ حد لمجموعة تعريف هذه الدالة. التفسير البياني لنهاية غير منتهية لدالة عندما يؤول $x$ إلى $x_0$ .	1
		35	حساب النهايات باستعمال مبرهنات المجموع؛ الجداء؛ المقلوب؛ حاصل القسمة. (20)	2
		36	تبرير أن مستقيماً معلوماً هو مستقيم مقارب مائل. - (21)	2
		37	حساب نهايات بإزالة حالة عدم التعيين. (22)	2
		38	حل مسائل (23)	1
2	الزوايا الموجهة	39	الزوايا الموجهة لشعاعين: استعمال خواص الزوايا الموجهة لإثبات تقايس الزوايا. (24)	1
		40	أقياس الزاوية الموجهة: تعيين أقياس زاوية موجهة لشعاعين. (25)	2
		41	حساب المثلثات: توظيف دساتير التحويل المتعلقة بجيب التمام وبالحيب في حل مسائل مثلثية (26)	2
		42	معادلات ومترجمات مثلثية: حل المعادلات المثلثية الأساسية. (27)	2
		43	حل مترجمات مثلثية بسيطة. (28)	1

2	توظيف التناظر المركزي، التناظر المحوري، الانسحاب، الدوران في حل مسائل هندسية (29)	44	التحويلات النقطية	5
1	توظيف التحويلات النقطية المدروسة سابقا (تابع)	45		
2	التحاكي: تعريف وخواص.	46		
2	استعمال خواص التحاكي لإثبات استقامية نقط.	47	الجاء السلمي	6
3	تعريف الجداء السلمي وخواصه: حساب الجداء السلمي لشعاعين. (30)	48		
3	استعمال خواص الجداء السلمي لإثبات علاقات تتعلق بالتعامد	49		
3	تطبيقات الجداء السلمي: كتابة معادلة مستقيم عُلم شعاع ناظمي له ونقطة منه باستعمال الجداء السلمي. استعمال خواص الجداء السلمي لتعيين معادلة دائرة.	50		
2	استعمال خواص الجداء السلمي و/أو عبارته التحليلية لحساب مسافات وأقياس زوايا.	51		
2	إدراج العلاقات المترية المألوفة لحساب المسافات أو الزوايا. (31)			7
2	توظيف الجداء السلمي لإثبات دساتير الجمع المتعلقة بجيب التمام وجيب عبارتي $\sin 2a$ و $\cos 2a$ التي تستنتج منها.			8

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الثانية ثانوي		الشعبة: علوم تجريبية	
الفصل الثالث: 6 أسابيع	المتتاليات	أسبوعان	10 ساعات		
	الهندسة في الفضاء	أسبوعان	10 ساعات		
	التقويم والمعالجة	أسبوعان	10 ساعات		
	المجموع	6 أسابيع	30 ساعة		

الأسبو ع	المحور	رقم الدرس	العنوان	ح ساعي
1	المتتاليات العددية	52	توليد متتالية عددية: وصف ظاهرة بواسطة متتالية. (32)	1
		53	اتجاه تغير متتالية: التعرف على اتجاه تغير متتالية $(u_n)$ ابتداءً من رتبة معينة. (33)	2
		54	المتتاليات الحسابية: التعرف على متتالية حسابية. (34)	1
		55	حساب الحد العام لمتتالية حسابية بدلالة $n$ .	1
		56	حساب مجموع $p$ حداً متعاقباً من متتالية حسابية.	1
		57	المتتاليات الهندسية: التعرف على متتالية هندسية.	1
2	المتتاليات العددية	58	حساب الحد العام لمتتالية هندسية بدلالة $n$ .	1
		59	حساب مجموع $p$ حداً متعاقباً من متتالية هندسية.	1
		60	نهاية متتالية: - حساب نهاية متتالية عددية. - المتتاليات المتقاربة. (35)	1
3	الهندسة في الفضاء	61	الحساب الشعاعي في الفضاء: ممارسة الحساب الشعاعي في الفضاء. (36)	1
		62	استعمال الأشعة لإثبات توازي شعاعين واستقامية ثلاث نقط.	2
		63	التعليم في الفضاء: تعليم نقطة أعطيت إحداثياتها. (37)	1
		64	تعيين معادلة لمستوي مواز لأحد مستويات الإحداثيات. (38)	1
		65	تعيين معادلات مستقيم معرف بنقطة وشعاع توجيه له.	1
		66	إثبات أن أشعة معطاة تنتمي إلى نفس المستوي.	2
		67	المسافة بين نقطتين: استعمال مبرهنة فيثاغورث لإيجاد المسافة بين نقطتين. (39)	1
		68	استعمال دستور المسافة بين نقطتين لتعيين معادلة سطح كرة.	1

# السنة الثانية تقني رياضي

- (1) • نطلق من الدوال المدروسة في السنة الأولى.
  - تقترح أنشطة تتطلب كتابة الدالة التناظرية أو دالة كثير حدود من الدرجة الثانية على أشكال مختلفة حسب الهدف.
  - تعالج بعض الأمثلة قصد توضيح أهمية تعريف المجال  $I$  الذي تكون فيه الدالة  $g \circ f$  معرفة.
  - يمكن استعمال الترميز  $f(I)$  لنشير إلى مجموعة صور عناصر  $I$  بالدالة  $f$ .
- (2) • نتطرق إلى دراسة أمثلة مضادة لدوال من الشكل  $f + g$  ،  $f \times g$  ، لا يمكن إعطاء قواعد حول اتجاه تغييرها.
  - فيما يتعلق بالدالة  $g \circ f$  نكتفي بالحالة التي يكون فيها كل من  $f$  و  $g$  رتيبتين.
- (3) • نمثل بيانيا الدوال  $f + k$  ،  $\lambda.f$  ونوسع ذلك إلى الدوال  $|f|$  ،  $x \mapsto f(x + b)$  ،  $x \mapsto f(x + b) + k$  حيث التمثيل البياني للدالة  $f$  معلوم.
  - توظيف شفعية دالة أو دوريتها قصد استعمالها لاقتصار الدراسة أو لتبرير تناظر منحنى.
- (4) • نعمل على أن يصبح تحديد ثلاثي الحدود من الدرجة الثانية أليا عند التلميذ أثناء حلّ هذا النوع من المسائل.
  - يمثّل هذا النوع من المسائل فرصة لتدريب التلاميذ على استعمال الحاسبة البيانية لحل معادلة من الدرجة الثانية.

### الاشتقاقية:

- (5) • يمكن مقارنة العدد المشتق بعدة طرق، ونقترح كمثال على ذلك المرور من السرعة المتوسطة إلى السرعة اللحظية في الحركات المستقيمة حيث نبدأ بتلك التي معادلاتها الزمنية للحركة من الدرجة الثانية.
  - تثار مسألة وجود العدد المشتق.
- نعرّف العدد المشتق للدالة  $f$  عند  $x_0$  بأنه النهاية المنتهية للدالة:  $\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$  لَمَا يُؤوَل  $h$  إلى 0. نقول عندئذ إنّ  $f$  قابلة للاشتقاق عند  $x_0$  ونرمز للعدد المشتق للدالة  $f$  بالرمز  $f'(x_0)$ .
- (6) • تُفسّر قابلية الاشتقاق للدالة  $f$  عند  $x_0$  بوجود مُماس لتمثيلها البياني، معامل توجيهه هو  $f'(x_0)$  ثمّ يتم إجراء التقريب الخطي لهذه الدالة بجوار القيمة  $x_0$  بواسطة الدالة التآلفية:  $f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$  أي  $x \mapsto f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0) \approx f(x)$  في الحاسبة البيانية: نستعمل اللمسة Zoom لتوضيح ذلك.
- (7) • نجعل التلميذ يستعمل الرمز  $f'$  و  $f'(x)$  ويميّز بينهما.
  - نلاحظ أنّ مجموعة قابلية الاشتقاق مطابقة لمجموعة التعريف في كل أنواع الدوال المقررة في هذا المستوى ماعدا دالة الجذر التربيعي.
- (8) • تُختار أمثلة ندرس فيها اتجاه تغيير دالة كثير حدود أو دالة ناطقة.
- (9) • تُقترح أنشطة تهدف إلى استنتاج حصر دالة على مجال بثوابت أو دوال بسيطة.
- (10) • تُعالج مسائل " الاستمثال " التي نبحث فيها عن القيم المثلى التي تحقّق المطلوب.

### الاحتمالات:

- (11) • نُشير إلى أنّ المدخل إلى مفهوم الاحتمال يمرّ عبر نمذجة وضعيات من خلال المقاربة التواترية، ففي تجربة إلقاء قطعة نقدية عددا كبيرا من المرات، نلاحظ أنّ تواتر ظهور أحد الوجهين يقترب من تواتر ظهور الوجه الآخر، مما يسمح لنا بالقول أنّ تواتر ظهور كل منهما يؤوَل نحو الاستقرار حول القيمة  $\frac{1}{2}$ ؛ وبهذا نكون قد نمذجنا هذه التجربة (رمي قطعة نقدية مرة واحدة)، ثمّ أنّ القيمة  $\frac{1}{2}$  هي التي نسميها فيما بعد احتمال ظهور أحد الوجهين.

(12) • نقصد بوصف تجربة عشوائية تعيين مجموعة النتائج الممكنة  $\Omega$  حيث  $\Omega = \{\omega_1; \omega_2; \dots; \omega_n\}$ ، ثم إرفاق كل نتيجة  $\omega_i$  بعدد حقيقي  $p_i$  حيث يكون  $\sum p_i = 1$  و  $p_i \geq 0$  أي تعيين الثنائيات  $(\omega_i; p_i)$  حيث  $p_i$  هو احتمال الحادثة البسيطة  $\{\omega_i\}$ .

(13) • بعد اختيار نموذج لتجربة عشوائية، يمكن محاكاتها. ويتعلق الأمر بتجارب من النوع: (إلقاء قطعة نقدية، إلقاء النرد، السحب مع الإرجاع، ...).

• ندرج، من خلال أمثلة، المصطلحات: حادثة عكسية، اتحاد أو تقاطع حوادث، الحادثة الأكيدة، الحادثة المستحيلة، حادثتان منفصلتان. عدد الحالات الملائمة (لتحقق الحادثة)

(14) • في حالة تساوي الاحتمالات، نحسب احتمال حادثة  $A$  بالعلاقة:  $\frac{\text{عدد الحالات الممكنة (نتائج التجربة)}}{\text{عدد الحالات الملائمة (لتحقق الحادثة)}}$

(15) • يمكن اقتراح كأول مثال للمتغير العشوائي: "الربح" الذي نتحصل عليه في لعبة "الربح والخسارة" حيث نعبر عن الربح بعدد موجب وعن الخسارة بعدد سالب

(16) • لا نكتفي بإعطاء العلاقة الرياضياتية التي يحسب بها الأمل الرياضياتي ولا بحسابه، بل نحرص على إعطاء معنى له من خلال ربطه بالوسط الحسابي أو بعلاقته بالوسط الحسابي المتزن.

### المُرَجَّح في المستوي:

(17) • توظيف نظرية طاليس في إنشاء مُرَجَّح نقطتين.

• تتم دراسة المُرَجَّح في المستوي.

(18) • يمكن استعمال خاصية التجميع في إنشاء مُرَجَّح ثلاث نقط أو أكثر.

(19) • تقترح أمثلة يوظف فيها المُرَجَّح لدراسة مجموعات نقط وتعيينها وإنشائها.

### النهايات:

(20) • يُقتصر تطبيق تعريف النهاية، باستعمال المجالات، على أمثلة للدوال المرجعية كتفسير للمقاربة

التجريبية والحدسية للمفهوم.  $x \mapsto \sqrt{x}$  ،  $x \mapsto \frac{1}{x}$  ،  $x \mapsto x^2$  ،  $x \mapsto ax + b$

(21) • نقترح في البداية أمثلة حول حساب النهايات عندما  $|x| \rightarrow +\infty$  ثم عندما  $x \rightarrow x_0$  ثم عندما  $x \rightarrow x_0$

(22) • يطلب تبرير قواعد حساب النهايات عند استعمال النظريات الأولية، مع الحرص على التطبيق السليم لها من قبل التلميذ، وتختار لذلك أمثلة لدوال كثيرة حدود ودوال تناظرية ودوال ناطقة أخرى.

(23) • يمكن استعمال حاسبة بيانية لتخمين وجود مستقيم مقارب بالبحث المتكرر عن معادلته (التي تكون من الشكل  $y = ax + b$ ) ثم تبريرها فيما بعد بالحساب.

(24) • تُوضح حالات عدم التعيين بأمثلة مُختارة، ونذكر هنا بأن التركيز على تقنيات الحساب الجبري في تحويل عبارة أمر يساعد التلميذ على تجاوز الصعوبات التي يمكن أن تعترضه في إزالة حالات عدم التعيين.

(25) • من خواص النهايات يمكن الرجوع إلى قواعد حساب مشتقات الدوال نجد في استخراجها فرصة يمارس فيها التلميذ البرهان كما يمكن إدراج الدوال غير قابلة للاشتقاق واستخراج أنصاف المماسات مائلة أو موازية لحامل محور الترتيب.

### الزوايا الموجهة:

(26) • نبرهن نظرية الزاوية المحيطية.

(27) • نتطرق في هذه الفقرة إلى الزاوية الموجهة لشعاعين غير معدومين وإلى خواصها دون أي توسع نظري. ثم نتطرق إلى أقياس زاوية موجهة، خاصة القيس الرئيسي الذي يكون محصوراً ضمن المجال  $]-\pi; \pi]$ .

• الوحدة التي نستعملها لقياس الزوايا هي الراديان. وولفت انتباه التلاميذ إلى قبول التعبير المجازي الذي نعبر به على الزاوية وقياسها في نفس الوقت كقولنا " الزاوية ... تساوي  $\frac{\pi}{3}$  ".

(28) • توظيف العلاقات المدروسة في السنة الأولى الخاصة بالعدد  $x$  والأعداد الحقيقية المرفقة له وهي:

$$-x ؛ \pi + x ؛ \pi - x ؛ \frac{\pi}{2} - x و \frac{\pi}{2} + x .$$

(29) • نتحقق عند استعمال الدائرة المثلثية من تحكّم التلميذ في تحديد أرباعها وصور القيم  $\frac{\pi}{4}$  ،  $\frac{\pi}{3}$  و  $\frac{\pi}{6}$  ؛

ومن تمثيل الأعداد  $\frac{1}{2}$  ،  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  و  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  ؛ ثم ربط ذلك بالجيب وجيب تمام. كما نوجه التلميذ، كلما كان ذلك

ممكناً لاستخدام التناظرات التي توفرها الدائرة المثلثية في حساب جيب وجيب تمام الزوايا الشهيرة في بقية الأرباع.

(30) • نقتصر هنا على المترجمات من النوع:  $\cos x < a$  ،  $\sin x < a$  ، ...

فيما يخص المترجمات، نكتفي بحلها على مجال طولها  $2\pi$  على الأكثر ونمثل مجموعة الحلول على الدائرة المثلثية.

### التحويلات النقطية في المستوي:

(31) • لا تخصصّ دروس للتحويلات النقطية التي درست سابقاً (التناظر المركزي، التناظر المحوري،

الانسحاب، الدوران)، بل تتم معالجتها من خلال بعض المسائل بتوظيف الخواص التالية:

\* الحفاظ على الاستقامية، المرجح، الزوايا الموجهة، الأطوال، المساحات.

\* الخواص المتعلقة بـ صور بعض الأشكال الهندسية (المستقيم، قطعة مستقيم، دائرة).

• نقترح أنشطة حول إنشاء صور أشكال هندسية بتركيب تحاكين لهما نفس المركز. تجدر الملاحظة إلى أنّ كل تحاك نسبته سالبة هو مركب تحاك نسبته موجبة وتناظر مركزي.

(32) • نُذكر بأنّ البحث عن محل هندسي يجبرنا في أغلب الأحيان إلى إثبات الاحتواء في المرحلة الأولى ثمّ

إثبات الاحتواء العكسي في المرحلة الثانية، بينما يمكننا استعمال تحويل نقطي من تجاوز ذلك بالوصول إلى استنتاجات مباشرة.

• نقترح مسائل يبرز فيها التفكير المنطقي في اختيار وإيجاد عدّة طرق للحل (هندسة شعاعية، هندسة تحليلية،

توظيف التحويلات النقطية، ...). عند البحث في هذه المسائل نستعمل ونثمن مراحل التجريب والتخمين التي

يقوم بها التلميذ، بل ونشجعه على ذلك. كما يمكن الاستعانة ببرمجيات الهندسة الديناميكية.

• في أغلب الحالات يكون من الأنجع استعمال دساتير تربط النسب المثلثية للزوايا والأضلاع ومساحة المثلث.

### الجُداء السُّلمي في المستوي:

(33) • تقدّم التعاريف المختلفة للجُداء السُّلمي ويبرهن على تكافؤها.

• تبرز المساويات:  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}^2 = AB^2 = \|\overrightarrow{AB}\|^2$ . الترميز "  $\overrightarrow{AB}^2$  " يُقرأ: " المربع السُّلمي

للشعاع  $\overrightarrow{AB}$  ".

(34) • تُدرج العلاقات المترية المألوفة (مبرهنة الكاشي،  $MA^2 + MB^2$  ،  $MA^2 - MB^2$ ) التي

نستعملها لحساب المسافات والزوايا أو في البحث عن مجموعات نقط.

المتتاليات العددية:

(35) • نُدرج الترميز بالدليل  $u_n$  ونُسجل أنّ الإشارة إلى الترميز الدالي  $u(n)$  (المستخدم في الحاسبات

البيانية) وتوظيفه بعض الأحيان يساعد التلميذ على استخدام هذه الحاسبات، حيث تظهر عندئذٍ المتتالية كدالة

من  $\mathbb{N}$  نحو  $\mathbb{R}$  ونوضح الفرق بين المتتالية  $u$  والحد  $u_n$  الذي دليله  $n$ .

• نقترح أنشطة حول ظواهر متقطعة يُؤدي إلى علاقات من النوع  $u_n = f(n)$  أو  $u_{n+1} = f(u_n)$ .

• نحسب حدود متتالية بواسطة جدول أو حاسبة بيانية.

• نقترح توضيحات بيانية مختلفة، بواسطة النقط  $M_n(n; u_n)$  أو بواسطة النقط  $M_n(u_n; u_{n+1})$  في حالة متتالية تراجعية، باليد أو بالحاسبة البيانية أو باستعمال البرمجيات.

• تُدرج أمثلة لمتتالية غير رتيبة.

(36) • نعلم في دراسة اتجاه تغيّر متتالية على: - إشارة الفرق  $u_{n+1} - u_n$ . - أو اتجاه تغيّر الدالة  $f$  حيث  $u_n = f(n)$ . - أو على المقارنة بين  $\frac{u_{n+1}}{u_n}$  و 1 (في حالة ما إذا كانت المتتالية ذات إشارة ثابتة).

(37) • نعرّف متتالية حسابية (أو هندسية) بواسطة حدّها الأول وعدد حقيقي  $r$  (أو  $q$ ) يسمى أساس المتتالية.

• يمكن اقتراح تطبيقات من الحياة العملية لتنمية قدرة التلميذ على نمذجة الوضعيات.

(38) • تخمين نهاية متتالية عديدة حدّها العام يؤول إلى ما لانهاية. يمكن أن نختار كمثل على ذلك نهاية متتالية هندسية أساسها أكبر من 1.

• نختار أمثلة بسيطة يقود حساب الحدود المتتابعة لها إلى هذا التخمين.

• نستعمل التعريف التالي: نقول عن متتالية أنّها متقاربة نحو  $l$  إذا وفقط إذا كان كل مجال مفتوح يشمل  $l$  يشمل أيضاً كل حدود المتتالية ابتداءً من رتبة معيّنة.

• نضع حيز التطبيق هذا التعريف في الحالات البسيطة ونعطي على الأقل مثلاً على عدم تقارب متتالية. نطبق على المتتاليات النهايات المشابهة المتعلقة بنهايات الدوال.

### الهندسة في الفضاء:

(39) • نستعمل بديهيات الوقوع والترتيب المدروسة في السنة الأولى ثانوي لتبرير هذه الإنشاءات.

(40) • نمدّد العمليات المألوفة على الأشعة في المستوي إلى الفضاء، بتوظيف خواص الجمع الشعاعي

وضرب شعاع بعدد حقيقي ونتجنب كل دراسة نظرية لبنية الفضاء الشعاعي.

(41) • تهدف هذه الفقرة إلى تمكين التلاميذ من التعليم في الفضاء.

(42) • يُحبذ البدء في معالجة حالات خاصة يكون فيها المستوي موازياً لأحد مستويات الإحداثيات ثمّ التوسع بعد ذلك.

• نستعمل الترميز  $P(O; \vec{i}, \vec{j})$  مثلاً للدلالة على مستوي الإحداثيات المنسوب إلى المعلم  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  ونعيّن

معادلته، مما يساعد على استخراج معادلات المستويات المطلوبة.

(43) • تستعمل مبرهنة فيثاغورث لإيجاد هذا الدستور، ثمّ يُوظف في التطبيقات للحصول على معادلات كل من:

\* الكرة التي مركزها مبدأ المعلم.

\* الأسطوانة الدوارنية التي محورها أحد محاور الإحداثيات.

\* المخروط الدوراني الذي رأسه مبدأ المعلم ومحوره أحد محاور الإحداثيات.

في حالة الأسطوانة، يمكن اعتبار أولاً مقطع الكرة التي مركزها  $O$  ونصف قطرها  $r$  بأحد مستويات الإحداثيات، مثلاً مقطع الكرة بالمستوي الذي معادلته  $z = 0$  هو دائرة مركزها  $O$  ومعادلته في

المستوي  $P(O; \vec{i}, \vec{j})$  هي  $x^2 + y^2 = r^2$  و ثمّ نتساءل عن معنى هذه المعادلة عندما يتغيّر  $z$ .

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الثانية ثانوي		الشعبة: تقني رياضي	
الفصل الأول: 12 أسبوعاً	الدوال	3 أسابيع	18 ساعة		
	الاشتقاقية	أسبوعان ونصف	15 ساعة		
	الاحتمالات	3 أسابيع	18 ساعة		
	المرجح	أسبوع ونصف	9 ساعات		
	تقويم ومعالجة	أسبوعان	12 ساعات		
	المجموع	12 أسبوعاً	72 ساعة		

ح ساعي	العنوان	الدرس	المحور	الأسبوع
4	تقويم تشخيصي ثم تدعيم المكتسبات الضرورية للوحدة	1	الدوال	1
1	عموميات: العمليات على الدوال: $f + g$ ؛ $\lambda.f$ ؛ $f \times g$ ؛ $\frac{f}{g}$ ؛ $f \circ g$ . (1)	2		
1	العمليات على الدوال: (تابع)	3		
1	تفكيك دالة باستعمال الدوال المرجعية.	4		2
2	دراسة اتجاه تغير دالة باستعمال الدوال المرجعية.	5		
1	اتجاه التغير والتمثيل البياني للدوال من الشكل: $f + k$ ؛ $\lambda.f$ ؛ $f \circ g$ . (2)	2		
2	اتجاه التغير والتمثيل البياني للدوال من الشكل: $f + k$ ؛ $\lambda.f$ ؛ $f \circ g$ . (تابع)	6		3
2	تمثيل دالة بيانيا باستعمال الدوال المرجعية عندما يكون ذلك ممكنا. (3)	7		
2	التطرق إلى محور ومركز تناظر منحنى	8		
2	حل مسائل تستخدم فيها معادلات و/أو مترجمات من الدرجة الثانية و/أو الثالثة باستعمال التحليل إلى جداء عوامل.	9		
2	حل مسائل تستخدم فيها معادلات و/أو مترجمات من الدرجة الثانية و/أو الثالثة باستعمال التحليل إلى جداء عوامل. تابع	10		
2	العدد المشتق: مقارنة المفهوم والتعريف. (5)	11		
1	حساب العدد المشتق لدالة عند عدد حقيقي $x_0$ .	12	الاشتقاقية	4
1	التفسير الهندسي للعدد المشتق: تعيين معادلة المماس وتطبيقات. (6)	13		
2	حساب مشتقات الدوال المألوفة: $x \mapsto \sqrt{x}$ ؛ $x \mapsto x^n$ ؛ $x \mapsto \frac{1}{x}$ ، (7)	14		
2	قواعد حساب مشتقات الدوال: $f + g$ ؛ $f \times g$ ؛ $\frac{1}{g}$ ؛ $\frac{f}{g}$ و $f(ax + b)$ .	15		5
1	المشتق واتجاه التغير: تعيين اتجاه تغير دالة. (8)	16		
2	استعمال المشتقة لتعيين القيم الحدية لدالة. (9)	17		
1	حل مسائل تستخدم فيها دوال ناطقة. (10)	18		
2	حل مسائل تستخدم فيها دوال ناطقة. تابع	19		6
2	تذكير بمحاكاة تجربة عشوائية: محاكاة تجربة عشوائية بسيطة. إبراز مفهوم ميل التواترات نحو الاستقرار من خلال أمثلة متنوعة (13)	20		
1	قانون الاحتمال: استمثال التواترات (التمييز بين التواتر التجريبي والتواتر النظري كمدخل لمفهوم الاحتمال)	21		
1	وصف تجربة عشوائية بسيطة، عدد النتائج الممكنة فيها منته. (12)	22		
1	قانون الاحتمال: نمذجة بعض الوضعيات البسيطة. (11)	23		
1	حساب احتمال حادثة في تجربة عشوائية بسيطة	24		
2	حساب الأمل الرياضي، الانحراف المعياري (والتباين) لقانون الاحتمال.	25	7	
1	الاحتمالات المتساوية: حساب احتمال حادثة بسيطة وحادثة مركبة. (14)	26		
1	حساب احتمال حادثة بسيطة وحادثة مركبة. (تابع)	27		
2	استعمال خواص الاحتمال في حساب احتمالات بعض الحوادث المركبة.	28	8	
2	المتغير العشوائي: تعيين قانون الاحتمال لمتغير عشوائي. (15)	29		
2	حساب الأمل الرياضي والتباين والانحراف المعياري لمتغير عشوائي. (16)		9	
2	حل مسائل في الاحتمالات			

2	إنشاء مُرَجِّح نقطتين، مُرَجِّح ثلاث نقاط. (17)	30	المُرَجِّح	10
1	استعمال خاصية التجميع في إنشاء مُرَجِّح ثلاث نقاط	31		
1	حساب إحداثيي المُرَجِّح.	32		
1	استعمال المُرَجِّح لإثبات استقامية نقط وتلاقي مستقيمت.	33		
1	استعمال المُرَجِّح لإثبات استقامية نقط وتلاقي مستقيمت. (تابع)	34		
3	توظيف المُرَجِّح في دراسة مجموعات نقطية وتعيينها وإنشائها. (18)	35		

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الثانية ثانوي		الشعبة: تقني رياضي	
الفصل الثاني: 10 أسابيع	النهايات	أسبوعان ونصف	15 ساعات		
	الزوايا الموجهة	أسبوع ونصف	09 ساعات		
	التحويلات النقطية	أسبوع ونصف	09 ساعات		
	الجداء السلمي	أسبوعان ونصف	15 ساعة		
	التقويم والمعالجة	أسبوعان	12 ساعات		
	المجموع	10 أسابيع	60 ساعة		

الأسبوع	المحور	الدرس	العنوان	ح ساعي
1	النهايات	31	السلوك التقاربي لمنحنى دالة: نهاية دالة لما يؤول $x$ إلى $x_0$ أو إلى ما لا نهاية (20)	2
		32	- حساب نهاية دالة عندما يؤول $x$ إلى $+\infty$ أو $-\infty$ - معرفة شرط وجود مستقيم مقارب للمنحنى يوازي محور الفواصل. (21)	2
		33	حساب نهاية دالة ناطقة عندما يؤول $x$ إلى $a$ ، حيث $a$ حد لمجموعة تعريف هذه الدالة. التفسير البياني لنهاية غير منتهية لدالة عندما يؤول $x$ إلى $x_0$ .	1
		34	حساب النهايات باستعمال مبرهنات (المجموع؛ الجداء؛ المقلوب؛ حاصل القسمة) (22)	1
		35	تبرير أن مستقيماً معلوماً هو مستقيم مقارب مائل. - البحث عن مستقيم مقارب مائل. (23)	3
		36	حساب نهايات بإزالة حالة عدم التعيين. (24)	2
2	الزوايا الموجهة	37	حل مسائل (25)	1
		37	حل مسائل (تابع)	3
		38	الزوايا الموجهة لشعاعين: استعمال خواص الزوايا الموجهة لإثبات تقايس الزوايا. (26)	1
3	الزوايا الموجهة	39	أقياس الزاوية الموجهة: تعيين أقياس زاوية موجهة لشعاعين. (27)	1
		40	حساب المثلثات: توظيف دساتير التحويل المتعلقة بجيب التمام وبالجيب في حل مسائل مثلثية (28)	1
		40	توظيف دساتير التحويل المتعلقة بجيب التمام وبالجيب في حل مسائل مثلثية. (تابع)	2
		41	معادلات ومترجمات مثلثية: حل المعادلات المثلثية الأساسية. (29)	3
5	التحويلات النقطية في المستوى	42	حل مترجمات مثلثية بسيطة. (30)	1
		43	توظيف التناظر المركزي، التناظر المحوري، الانسحاب، الدوران في حل مسائل هندسية (31)	2
		44	التحاكي: تعريف وخواص.	2
		45	استعمال خواص التحاكي لإثبات استقامية نقط.	2
		46	تعيين محل هندسي. (32)	2
		47	حل مسائل حول الإنشاءات الهندسية.	1
		48	تعريف الجداء السلمي وخواصه: حساب الجداء السلمي لشعاعين. (33)	3
6	الجداء السلمي	48	استعمال خواص الجداء السلمي لإثبات علاقات تتعلق بالتعامد.	
		49	تطبيقات الجداء السلمي: - كتابة معادلة مستقيم علم شعاع ناظمي له ونقطة منه باستعمال الجداء السلمي. - استعمال خواص الجداء السلمي لتعيين معادلة دائرة.	3

2	استعمال خواص الجداء السلمي و/أو عبارته التحليلية لحساب مسافات وأقياس زوايا.	50	8
1	إدراج العلاقات المترية المألوفة لحساب المسافات أو الزوايا. (34)	51	
1	إدراج العلاقات المترية المألوفة لحساب المسافات أو الزوايا. (تابع)	52	
1	إدراج العلاقات المترية المألوفة في البحث عن مجموعات نقط.	53	
3	توظيف الجداء السلمي لإثبات دساتير الجمع المتعلقة بجيب التمام وجيب وعبارتي $\sin 2a$ و $\cos 2a$ التي تستنتج منها.	54	
1	حل المعادلة $a \cos x + b \sin x = c$ .		

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الثانية ثانوي		الشعبة: تقني رياضي	
الفصل الثالث: 6 أسابيع	المتتاليات	أسبوعان	12 ساعات		
	الهندسة في الفضاء	أسبوعان	13 ساعات		
	التقويم ومعالجة	أسبوعان	12 ساعات		
	المجموع	6 أسابيع	36 ساعة		

الأسبوع	المحور	رقم الدرس	العنوان	ح ساعي
1	المتتاليات العددية	55	توليد متتالية عددية: وصف ظاهرة بواسطة متتالية. (35)	1
		56	اتجاه تغير متتالية: التعرف على اتجاه تغير متتالية $(u_n)$ ابتداءً من رتبة معينة. (36)	3
		57	المتتاليات الحسابية: التعرف على متتالية حسابية. (37)	1
		58	حساب الحد العام لمتتالية حسابية بدلالة $n$ .	1
		59	حساب مجموع $p$ حداً متعاقباً من متتالية حسابية.	1
		60	المتتاليات الهندسية: التعرف على متتالية هندسية.	1
2	المتتاليات العددية	61	حساب الحد العام لمتتالية هندسية بدلالة $n$ .	1
		62	حساب مجموع $p$ حداً متعاقباً من متتالية هندسية.	1
		63	نهاية متتالية: - حساب نهاية متتالية عددية. - المتتاليات المتقاربة. (38)	2
3	الهندسة في الفضاء	64	المقاطع المستوية: - إنشاء مقطع مكعب بمستو. - إنشاء مقطع رباعي وجوه بمستو. (39)	2
		65	الحساب الشعاعي في الفضاء: ممارسة الحساب الشعاعي في الفضاء. (40)	1
		66	استعمال الأشعة لإثبات توازي شعاعين واستقامية ثلاث نقط.	1
		67	البرهان على أن أشعة من نفس المستوي.	1
		68	التعليم في الفضاء: تعليم نقطة أعطيت إحداثياتها. (41)	1
		69	تعيين معادلة لمستو موازٍ لأحد مستويات الإحداثيات. (42)	1
		70	تعيين معادلات مستقيم معرف بنقطة وشعاع توجيه له.	1
		71	إثبات أن أشعة معطاة تنتمي إلى نفس المستوي.	1
		72	المسافة بين نقطتين: استعمال مبرهنة فيثاغورث لإيجاد المسافة بين نقطتين. (43)	1
		73	استعمال دستور المسافة بين نقطتين لتعيين معادلة: سطح كرة، الاسطوانة الدورانية، المخروط الدوراني.	2

# السنة الثانية رياضيات

- (1) • ننتقل من الدوال المدروسة في السنة الأولى.
  - تقترح أنشطة تتطلب كتابة الدالة التناظرية أو دالة كثير حدود من الدرجة الثانية على أشكال مختلفة حسب الهدف.
  - تعالج بعض الأمثلة قصد توضيح أهمية تعريف المجال  $I$  الذي تكون فيه الدالة  $g \circ f$  معرفة.
  - يمكن استعمال الترميز  $f(I)$  لنشير إلى مجموعة صور عناصر  $I$  بالدالة  $f$ .
- (2) • ننظر إلى دراسة أمثلة مضادة لدوال من الشكل  $f + g$  ،  $f \times g$  ، لا يمكن إعطاء قواعد حول اتجاه تغييرها.
  - فيما يتعلق بالدالة  $g \circ f$  نكتفي بالحالة التي يكون فيها كل من  $f$  و  $g$  رتيبتين.
- (3) • نمثل بيانيا الدوال  $f + k$  ،  $\lambda.f$  ، ونوسع ذلك إلى الدوال  $|f|$  ،  $x \mapsto f(x + b)$  ،  $x \mapsto f(x + b) + k$  حيث التمثيل البياني للدالة  $f$  معلوم.
  - توظيف شفعية دالة أو دوريتها قصد استعمالها لاقتصار الدراسة أو لتبرير تناظر منحنى.
- (4) • نعمل على أن يصبح تحديد ثلاثي الحدود من الدرجة الثانية أليا عند التلميذ أثناء حلّ هذا النوع من المسائل.
  - يمثل هذا النوع من المسائل فرصة لتدريب التلاميذ على استعمال الحاسبة البيانية لحل معادلة من الدرجة الثانية.

### الاشتقاقية:

- (5) • يمكن مقارنة العدد المشتق بعدة طرق، ونقترح كمثال على ذلك المرور من السرعة المتوسطة إلى السرعة اللحظية في الحركات المستقيمة حيث نبدأ بتلك التي معادلاتها الزمنية للحركة من الدرجة الثانية.
  - لا تثار مسألة وجود العدد المشتق.
- نعرّف العدد المشتق للدالة  $f$  عند  $x_0$  بأنه النهاية المنتهية للدالة: 
$$h \mapsto \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$
  - نقول عندئذ إن  $f$  قابلة للاشتقاق عند  $x_0$  ونرمز للعدد المشتق للدالة  $f$  بالرمز  $f'(x_0)$ .
- (6) • تُفسّر قابلية الاشتقاق للدالة  $f$  عند  $x_0$  بوجود مُماس لتمثيلها البياني، معامل توجيهه هو  $f'(x_0)$  ثم يتم إجراء التقريب الخطي لهذه الدالة بجوار القيمة  $x_0$  بواسطة الدالة التآلفية:  $f(x) \approx f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$  أي  $x \mapsto f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$  في الحاسبة البيانية: نستعمل اللمسة Zoom لتوضيح ذلك.
  - نجعل التلميذ يستعمل الرمز  $f'$  و  $f'(x)$  ويميّز بينهما.
- نلاحظ أنّ مجموعة قابلية الاشتقاق مطابقة لمجموعة التعريف في كل أنواع الدوال المقررة في هذا المستوى ماعدا دالة الجذر التربيعي.
  - (8) • نُختار أمثلة ندرس فيها اتجاه تغيير دالة كثير حدود أو دالة ناطقة.
  - (9) • تُقترح أنشطة تهدف إلى استنتاج حصر دالة على مجال بثوابت أو دوال بسيطة.
  - (10) • تُعالج مسائل " الاستمثال " التي نبحت فيها عن القيم المثلى التي تحقق المطلوب.

### الاحتمالات:

- (11) • نُشير إلى أنّ المدخل إلى مفهوم الاحتمال يمرّ عبر نمذجة وضعيات من خلال المقاربة التواترية، ففي تجربة إلقاء قطعة نقدية عددا كبيرا من المرات، نلاحظ أنّ تواتر ظهور أحد الوجهين يقترب من تواتر ظهور الوجه الآخر، مما يسمح لنا بالقول أنّ تواتر ظهور كل منهما يؤول نحو الاستقرار حول القيمة  $\frac{1}{2}$ ؛ وبهذا نكون قد نمذجنا هذه التجربة (رمي قطعة نقدية مرة واحدة)، ثم أنّ القيمة  $\frac{1}{2}$  هي التي نسميها فيما بعد احتمال ظهور أحد الوجهين.

(12) • نقصد بوصف تجربة عشوائية تعيين مجموعة النتائج الممكنة  $\Omega$  حيث  $\Omega = \{\omega_1; \omega_2; \dots; \omega_n\}$ ، ثم إرفاق كل نتيجة  $\omega_i$  بعدد حقيقي  $p_i$  حيث يكون  $\sum p_i = 1$  و  $p_i \geq 0$  أي تعيين الثنائيات  $(\omega_i; p_i)$  حيث  $p_i$  هو احتمال الحادثة البسيطة  $\{\omega_i\}$ .

(13) • بعد اختيار نموذج لتجربة عشوائية، يمكن محاكاتها. ويتعلق الأمر بتجارب من النوع: (إلقاء قطعة نقدية، إلقاء النرد، السحب مع الإرجاع، ...).

• ندرج، من خلال أمثلة، المصطلحات: حادثة عكسية، اتحاد أو تقاطع حوادث، الحادثة الأكيدة، الحادثة المستحيلة، حادثتان منفصلتان.

(14) • في حالة تساوي الاحتمالات، نحسب احتمال حادثة  $A$  بالعلاقة:  $\frac{\text{عدد الحالات الملائمة (لتحقق الحادثة)}}{\text{عدد الحالات الممكنة (نتائج التجربة)}}$

(15) • يمكن اقتراح كأول مثال للمتغير العشوائي: "الربح" الذي نتحصل عليه في لعبة "الربح والخسارة" حيث نعبّر عن الربح بعدد موجب وعن الخسارة بعدد سالب.

(16) • لا نكتفي بإعطاء العلاقة الرياضياتية التي يحسب بها الأمل الرياضياتي ولا بحسابه، بل نحرص على إعطاء معنى له من خلال ربطه بالوسط الحسابي أو بعلاقته بالوسط الحسابي المتزن.

#### المُرَجَّح في المستوي:

(17) • توظيف نظرية طاليس في إنشاء مُرَجَّح نقطتين.

• تتم دراسة المُرَجَّح في المستوي.

(18) • يمكن استعمال خاصية التجميع في إنشاء مُرَجَّح ثلاث نقط أو أكثر.

(19) • تقترح أمثلة يوظف فيها المُرَجَّح لدراسة مجموعات نقط وتعيينها وإنشائها.

#### النهايات:

(20) • يُقتصر تطبيق تعريف النهاية، باستعمال المجالات، على أمثلة للدوال المرجعية كتفسير للمقاربة

التجريبية والحدسية للمفهوم.  $x \mapsto \sqrt{x}$  ،  $x \mapsto \frac{1}{x}$  ،  $x \mapsto x^2$  ،  $x \mapsto ax + b$ .

(21) • نقترح في البداية أمثلة حول حساب النهايات عندما  $|x| \rightarrow +\infty$  ثم عندما  $x \rightarrow x_0$  ثم عندما  $x \rightarrow x_0$ .

(22) • يطلب تبرير قواعد حساب النهايات عند استعمال النظريات الأولية، مع الحرص على التطبيق السليم لها من قبل التلميذ، وتختار لذلك أمثلة لدوال كثيرة حدود ودوال تناظرية ودوال ناطقة أخرى.

(23) • يمكن استعمال حاسبة بيانية لتخمين وجود مستقيم مقارب بالبحث المتكرر عن معادلته (التي تكون من الشكل  $y = ax + b$ ) ثم تبريرها فيما بعد بالحساب.

(24) • تُوضح حالات عدم التعيين بأمثلة مُختارة، ونذكر هنا بأن التركيز على تقنيات الحساب الجبري في

تحويل عبارة أمر يساعد التلميذ على تجاوز الصعوبات التي يمكن أن تعترضه في إزالة حالات عدم التعيين.

(25) • من خواص النهايات يمكن الرجوع إلى قواعد حساب مشتقات الدوال نجد في استخراجها فرصة يمارس فيها التلميذ

البرهان كما يمكن إدراج الدوال غير قابلة للاشتقاق واستخراج أنصاف المماسات مائلة أو موازية لحامل محور الترتيب.

#### الزوايا الموجهة:

(26) • نبرهن نظرية الزاوية المحيطية.

(27) • نتطرق في هذه الفقرة إلى الزاوية الموجهة لشعاعين غير معدومين وإلى خواصها دون أي توسع نظري. ثم

نتطرق إلى أقياس زاوية موجهة، خاصة القيس الرئيسي الذي يكون محصوراً ضمن المجال  $]-\pi; \pi]$ .

• الوحدة التي نستعملها لقياس الزوايا هي الراديان. ونلفت انتباه التلاميذ إلى قبول التعبير المجازي الذي نعبر

به على الزاوية وقياسها في نفس الوقت كقولنا "الزاوية ... تساوي  $\frac{\pi}{3}$ ".

(28) • توظيف العلاقات المدروسة في السنة الأولى الخاصة بالعدد  $x$  والأعداد الحقيقية المرفقة له وهي:

$$-x ؛ \pi + x ؛ \pi - x ؛ \text{ ثم نمدها إلى الأعداد: } \frac{\pi}{2} - x \text{ و } \frac{\pi}{2} + x .$$

(29) • نتحقق عند استعمال الدائرة المثلثية من تحكّم التلميذ في تحديد أرباعها وصور القيم  $\frac{\pi}{4}$ ،  $\frac{\pi}{3}$  و  $\frac{\pi}{6}$ ؛

ومن تمثيل الأعداد  $\frac{1}{2}$ ،  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  و  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ؛ ثم ربط ذلك بالجيب وجيب تمام. كما نوجه التلميذ، كلما كان ذلك ممكناً لاستخدام التناظرات التي توفرها الدائرة المثلثية في حساب جيب وجيب تمام الزوايا الشهيرة في بقية الأرباع.

(30) • نقتصر هنا على المترجمات من النوع:  $\cos x < a$ ،  $\sin x < a$ ، ...

فيما يخص المترجمات، نكتفي بحلها على مجال طوله  $2\pi$  على الأكثر ونمثل مجموعة الحلول على الدائرة المثلثية.

### التحويلات النقطية في المستوي:

(31) • لا تخصصّ دروس للتحويلات النقطية التي تُرست سابقاً (التناظر المركزي، التناظر المحوري،

الانسحاب، الدوران)، بل تتم معالجتها من خلال بعض المسائل بتوظيف الخواص التالية:

\* الحفاظ على الاستقامية، المرجح، الزوايا الموجهة، الأطوال، المساحات.

\* الخواص المتعلقة بـ صور بعض الأشكال الهندسية (المستقيم، قطعة مستقيم، دائرة).

• نقترح أنشطة حول إنشاء صور أشكال هندسية بتركيب تحاكين لهما نفس المركز. تجدر الملاحظة إلى أنّ كل تحاك نسبته سالبة هو مركب تحاك نسبته موجبة وتناظر مركزي.

(32) • نُذكر بأنّ البحث عن محل هندسي يجبرنا في أغلب الأحيان إلى إثبات الاحتواء في المرحلة الأولى ثمّ إثبات

الاحتواء العكسي في المرحلة الثانية، بينما يمكننا استعمال تحويل نقطي من تجاوز ذلك بالوصول إلى استنتاجات مباشرة.

• نقترح مسائل يبرز فيها التفكير المنطقي في اختيار وإيجاد عدّة طرق للحل (هندسة شعاعية، هندسة تحليلية، توظيف التحويلات النقطية، ...). عند البحث في هذه المسائل نستعمل ونثمّن مراحل التجريب والتخمين التي

يقوم بها التلميذ، بل ونشجعه على ذلك. كما يمكن الاستعانة ببرمجيات الهندسة الديناميكية.

• في أغلب الحالات يكون من الأنجع استعمال دساتير تربط النسب المثلثية للزوايا والأضلاع ومساحة المثلث.

### الجُداء السُّلمي في المستوي:

(33) • تقدّم التعاريف المختلفة للجُداء السُّلمي ويبرهن على تكافؤها.

• تبرز المساويات:  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}^2 = AB^2 = \|\overrightarrow{AB}\|^2$ . الترميز " $\overrightarrow{AB}^2$ " يُقرأ: "المربع السُّلمي

للشعاع  $\overrightarrow{AB}$ ".

(34) • تُدرج العلاقات المترية المألوفة (مبرهنة الكاشي،  $MA^2 + MB^2$ ،  $MA^2 - MB^2$ ) التي

نستعملها لحساب المسافات والزوايا أو في البحث عن مجموعات نقط.

### المتتاليات العددية:

(35) • نُدرج الترميز بالدليل  $u_n$  ونُسجل أنّ الإشارة إلى الترميز الدالي  $u(n)$  (المستخدم في الحاسبات

البيانية) وتوظيفه بعض الأحيان يساعد التلميذ على استخدام هذه الحاسبات، حيث تظهر عندئذٍ المتتالية كدالة

من  $\mathbb{N}$  نحو  $\mathbb{R}$  ونوضح الفرق بين المتتالية  $u$  والحد  $u_n$  الذي دليله  $n$ .

• نقترح أنشطة حول ظواهر متقطعة يُؤدي إلى علاقات من النوع  $u_n = f(n)$  أو  $u_{n+1} = f(u_n)$ .

• نحسب حدود متتالية بواسطة جدول أو حاسبة بيانية.

• نقترح توضيحات بيانية مختلفة، بواسطة النقط  $M_n(n; u_n)$  أو بواسطة النقط  $M_n(u_n; u_{n+1})$  في حالة

متتالية تراجعية، باليد أو بالحاسبة البيانية أو باستعمال البرمجيات.

• تُدرج أمثلة لمتتالية غير رتيبة.

(36) • نعلم في دراسة اتجاه تغيير متتالية على: - إشارة الفرق  $u_{n+1} - u_n$  - أو اتجاه تغيير الدالة  $f$

حيث  $u_n = f(n)$  - أو على المقارنة بين  $u_{n+1}$  و  $1$  (في حالة ما إذا كانت المتتالية ذات إشارة ثابتة).

(37) • نعرف متتالية حسابية (أو هندسية) بواسطة حدّها الأول وعدد حقيقي  $r$  (أو  $q$ ) يسمى أساس المتتالية.

• يمكن اقتراح تطبيقات من الحياة العملية لتنمية قدرة التلميذ على نمذجة الوضعيات.

(38) • تخمين نهاية متتالية عددية حدّها العام يؤول إلى ما لانهاية. يمكن أن نختار كمثل على ذلك نهاية

متتالية هندسية أساسها أكبر من 1.

• نختار أمثلة بسيطة يقود حساب الحدود المتتابعة لها إلى هذا التخمين.

• نستعمل التعريف التالي: نقول عن متتالية أنّها متقاربة نحو  $l$  إذا وفقط إذا كان كل مجال مفتوح يشمل  $l$  يشمل أيضاً كل حدود المتتالية ابتداءً من رتبة معيّنة.

• نضع حيز التطبيق هذا التعريف في الحالات البسيطة ونعطي على الأقل مثلاً على عدم تقارب متتالية.

نطبق على المتتاليات النهايات المشابهة المتعلقة بنهايات الدوال.

### الهندسة في الفضاء:

(39) • نستعمل بديهيات الوقوع والترتيب المدروسة في السنة الأولى ثانوي لتبرير هذه الإنشاءات.

(40) • نمذد العمليات المألوفة على الأشعة في المستوي إلى الفضاء، بتوظيف خواص الجمع الشعاعي

وضرب شعاع بعدد حقيقي ونتجنب كل دراسة نظرية لبنية الفضاء الشعاعي.

(41) • تهدف هذه الفقرة إلى تمكين التلاميذ من التعليم في الفضاء.

(42) • يُحبذ البدء في معالجة حالات خاصة يكون فيها المستوي موازياً لأحد مستويات الإحداثيات ثمّ التوسع بعد ذلك.

• نستعمل الترميز  $P(O; \vec{i}, \vec{j})$  مثلاً للدلالة على مستوي الإحداثيات المنسوب إلى المعلم  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  ونعيّن

معادلته، مما يساعد على استخراج معادلات المستويات المطلوبة.

(43) • تستعمل مبرهنة فيثاغورث لإيجاد هذا الدستور، ثمّ يُوظف في التطبيقات للحصول على معادلات كل من:

\* الكرة التي مركزها مبدأ المعلم.

\* الأسطوانة الدوارنية التي محورها أحد محاور الإحداثيات.

\* المخروط الدوراني الذي رأسه مبدأ المعلم ومحوره أحد محاور الإحداثيات.

في حالة الأسطوانة، يمكن اعتبار أولاً مقطع الكرة التي مركزها  $O$  ونصف قطرها  $r$  بأحد مستويات

الإحداثيات، مثلاً مقطع الكرة بالمستوي الذي معادلته  $z = 0$  هو دائرة مركزها  $O$  ومعادلتها في

المستوي  $P(O; \vec{i}, \vec{j})$  هي  $x^2 + y^2 = r^2$  و ثمّ نتساءل عن معنى هذه المعادلة عندما يتغير  $z$ .

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الثانية ثانوي		الشعبة: رياضيات	
الفصل الأول: 12 أسبوعاً	الدوال	3 أسابيع	21 ساعة		
	الاشتقاقية	أسبوعان ونصف	18 ساعة		
	الاحتمالات	3 أسابيع	21 ساعة		
	المرجح	أسبوع ونصف	10 ساعات		
	تقويم ومعالجة	أسبوعان	14 ساعات		
	المجموع	12 أسبوعاً	84 ساعة		

الأسبوع	المحور	رقم الدرس	العنوان	ح ساعي
1	C	1	تقويم تشخيصي ثمّ تدعيم المكتسبات الضرورية للوحدة	4
		2	عموميات: العمليات على الدوال: $f + g$ ؛ $\lambda.f$ ؛ $f \times g$ ؛ $\frac{f}{g}$ ؛ $f \circ g$ (1)	2
			العمليات على الدوال: (تابع)	1

2	تفكيك دالة باستعمال الدوال المرجعية.	3		
2	دراسة اتجاه تغيّر دالة باستعمال الدوال المرجعية.	4		
1	اتجاه التغيّر والتمثيل البياني للدوال من الشكل: $f + k$ ؛ $\lambda.f$ ؛ $g \circ f$ . (2)	5		2
2	اتجاه التغيّر والتمثيل البياني للدوال من الشكل: $f + k$ ؛ $\lambda.f$ ؛ $g \circ f$ . (تابع)	6		
2	تمثيل دالة بيانياً باستعمال الدوال المرجعية عندما يكون ذلك ممكناً. (3)	6		
3	التطرق إلى محور ومركز تناظر منحنى	7		3
3	حل مسائل تستخدم فيها معادلات و/أو مترجمات من الدرجة الثانية و/أو الثالثة باستعمال التحليل إلى جداء عوامل.	7		
2	حل مسائل تستخدم فيها معادلات و/أو مترجمات من الدرجة الثانية و/أو الثالثة باستعمال التحليل إلى جداء عوامل. تابع	8		
1	العدد المشتق: مقارنة المفهوم والتعريف. (5)	9		
2	حساب العدد المشتق لدالة عند عدد حقيقي $x_0$ .	10		4
1	التفسير الهندسي للعدد المشتق: تعيين معادلة المماس. (6)	11		
2	التفسير الهندسي للعدد المشتق: تعيين معادلة المماس وتطبيقات. تابع	11		
1	حساب مشتقات الدوال المألوفة $x \mapsto \sqrt{x}$ ؛ $x \mapsto x^n$ ؛ $x \mapsto \frac{1}{x}$ ؛ $x \mapsto \sin x$ ؛ $x \mapsto \cos x$ . (7)	12		
1	حساب مشتقات الدوال المألوفة $x \mapsto \sin x$ ؛ $x \mapsto \cos x$ . (7)	12		
3	قواعد حساب مشتقات الدوال: $f + g$ ؛ $f \times g$ ؛ $\frac{1}{g}$ ؛ $\frac{f}{g}$ ؛ $f(ax + b)$ و $x \mapsto f$ .	13		5
2	المشتق واتجاه التغيّر: تعيين اتجاه تغيّر دالة. (8)	14		
2	استعمال المشتقة لتعيين القيم الحدية لدالة. (9)	15		
3	حل مسائل تستخدم فيها دوال ناطقة. (10)	16		
2	تذكير بمحاكاة تجربة عشوائية: محاكاة تجربة عشوائية بسيطة. إبراز مفهوم ميل التواترات نحو الاستقرار من خلال أمثلة متنوعة (13)	17		
2	قانون الاحتمال: استمثال التواترات (التمييز بين التواتر التجريبي والتواتر النظري كمدخل لمفهوم الاحتمال)	18		6
1	وصف تجربة عشوائية بسيطة، عدد النتائج الممكنة فيها منته. (12)	19		
2	قانون الاحتمال: نمذجة بعض الوضعيات البسيطة. (11)	20		
1	حساب احتمال حادثة في تجربة عشوائية بسيطة	21		
2	حساب الأمل الرياضي، الانحراف المعياري (والتباين) لقانون الاحتمال.	22		
1	الاحتمالات المتساوية: حساب احتمال حادثة بسيطة وحادثة مركبة. (14)	23		7
1	حساب احتمال حادثة بسيطة وحادثة مركبة. (تابع)	24		
2	استعمال خواص الاحتمال في حساب احتمالات بعض الحوادث المركبة.	25		
2	المتغيّر العشوائي: تعيين قانون الاحتمال لمتغيّر عشوائي. (15)	26		
2	حساب الأمل الرياضي والتباين والانحراف المعياري لمتغيّر عشوائي. (16)	27		8
3	حل مسائل في الاحتمالات	28		
2	إنشاء مُرَجِّح نقطتين، مُرَجِّح ثلاث نقط. (17)	29		
2	استعمال خاصية التجميع في إنشاء مُرَجِّح ثلاث نقط	30		
1	حساب إحداثيي المُرَجِّح.	31		9
1	استعمال المُرَجِّح لإثبات استقامية نقط وتلاقي مستقيمت.	32		
1	استعمال المُرَجِّح لإثبات استقامية نقط وتلاقي مستقيمت. (تابع)	33		
1	توظيف المُرَجِّح في دراسة مجموعات نقطية وتعيينها وإنشائها. (18)	34		
2	توظيف المُرَجِّح في دراسة مجموعات نقطية وتعيينها وإنشائها. تابع	34		10

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الثانية ثانوي		الشعبة: رياضيات	
الفصل الثاني: 10 أسابيع	النهايات	أسبوعان ونصف	17 ساعات		
	الزوايا الموجهة	أسبوع ونصف	11 ساعات		
	التحويلات النقطية	أسبوع ونصف	10 ساعات		
	الجداء السلمي	أسبوعان ونصف	18 ساعة		
	التقويم والمعالجة	أسبوعان	14 ساعات		
	المجموع	10 أسابيع	70 ساعة		

الأسبوع	المحور	رقم الدرس	العنوان	ح ساعي
1	النهايات	31	السلوك التقاربي لمنحنى دالة: نهاية دالة عندما يؤول $x$ إلى $x_0$ أو إلى ما لا نهاية (20)	2
		32	- حساب نهاية دالة عندما يؤول $x$ إلى $+\infty$ أو $-\infty$ - معرفة شرط وجود مستقيم مقارب للمنحنى يوازي محور الفواصل. (21)	2
		33	حساب نهاية دالة ناطقة عندما يؤول $x$ إلى $a$ ، حيث $a$ حد لمجموعة تعريف هذه الدالة. التفسير البياني لنهاية غير منتهية لدالة عندما يؤول $x$ إلى $x_0$ أي معرفة شرط وجود مستقيم مقارب للمنحنى يوازي محور الترتيب.	1
		34	حساب النهايات باستعمال مبرهنات المجموع؛ الجداء؛ المقلوب؛ حاصل القسمة. (22)	2
		35	تبرير أن مستقيماً معلوماً هو مستقيم مقارب مائل. - البحث عن مستقيم مقارب مائل. (23)	4
		36	حساب نهايات بإزالة حالة عدم التعيين. (24)	2
		37	حل مسائل (25)	1
		37	حل مسائل (تابع)	3
		38	الزوايا الموجهة لشعاعين: استعمال خواص الزوايا الموجهة لإثبات تقايس الزوايا. (26)	1
		39	أقياس الزاوية الموجهة: تعيين أقياس زاوية موجهة لشعاعين. (27)	2
2	الزوايا الموجهة	40	حساب المثلثات: توظيف دساتير التحويل المتعلقة بجيب التمام وبالجيب في حل مسائل مثلثية. (28)	1
		40	توظيف دساتير التحويل المتعلقة بجيب التمام وبالجيب في حل مسائل مثلثية. (تابع)	2
		41	معادلات ومتراجحات مثلثية: حل المعادلات المثلثية الأساسية. (29)	3
		42	حل متراجحات مثلثية بسيطة. (30)	2
3	التحويلات النقطية	43	توظيف التناظر المركزي، التناظر المحوري، الانسحاب، الدوران في حل مسائل هندسية (31)	3
		44	التحاكي: تعريف وخواص.	2
		45	استعمال خواص التحاكي لإثبات استقامية نقط.	2
		46	تعيين محل هندسي. (32)	2
		47	حل مسائل حول الإنشاءات الهندسية.	1
6	الجداء السلمي في المستوي	48	الجداء السلمي وخواصه: تعريفه، التعامد والجداء السلمي، حساب الجداء السلمي. (33)	4
		49	تطبيقات الجداء السلمي: - كتابة معادلة مستقيم عُم شعاع ناظمي له ونقطة منه باستعمال الجداء السلمي. - استعمال خواص الجداء السلمي لتعيين معادلة دائرة.	4
		50	استعمال خواص الجداء السلمي و/أو عبارته التحليلية لحساب مسافات وأقياس زوايا.	2
		51	إدراج العلاقات المترية المألوفة لحساب المسافات أو الزوايا. (34)	1
		52	إدراج العلاقات المترية المألوفة لحساب المسافات أو الزوايا وللبحث عن مجموعات نقط. (تابع)	3
		53	توظيف الجداء السلمي لإثبات دساتير الجمع المتعلقة بجيب التمام وجيب وعبارتي $\sin 2a$ و $\cos 2a$ التي تستنتج منها.	3
		54	حل المعادلة $a \cos x + b \sin x = c$ .	1

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الثانية ثانوي		الشعبة: رياضيات	
الفصل الثالث: 6 أسابيع	المتتاليات	أسبوعان 2	14 ساعات		
	الهندسة في الفضاء	أسبوعان 2	14 ساعات		
	التقويم ومعالجة	أسبوعان 2	14 ساعات		
	المجموع	6 أسابيع	42 ساعة		

الأسبوع	المحور	رقم الدرس	العنوان	ح ساعي
1	المتتاليات العددية	55	توليد متتالية عددية: وصف ظاهرة بواسطة متتالية. (35)	1
		56	اتجاه تغير متتالية: التعرف على اتجاه تغير متتالية ( $u_n$ ) ابتداءً من رتبة معينة. (36)	3
		57	المتتاليات الحسابية: التعرف على متتالية حسابية. (37)	1
		58	حساب الحد العام لمتتالية حسابية بدلالة $n$ .	1
		59	حساب مجموع $p$ حداً متعاقباً من متتالية حسابية.	1
		60	المتتاليات الهندسية: التعرف على متتالية هندسية.	1
		61	حساب الحد العام لمتتالية هندسية بدلالة $n$ .	1
		62	حساب مجموع $p$ حداً متعاقباً من متتالية هندسية.	1
		63	نهاية متتالية: - حساب نهاية متتالية عددية. - المتتاليات المتقاربة. (38)	2
		64	حساب نهاية متتالية باستعمال نظريات الحد الأعلى، الحد الأدنى والحصص في حساب النهاية.	2
3	الهندسة في الفضاء	65	المقاطع المستوية: - إنشاء مقطع مكعب بمستوى. - إنشاء مقطع رباعي وجوه بمستوى. (39)	2
		66	الحساب الشعاعي في الفضاء: ممارسة الحساب الشعاعي في الفضاء. (40)	1
		67	استعمال الأشعة لإثبات توازي شعاعين واستقامة ثلاث نقط.	2
		68	البرهان على أن أشعة من نفس المستوى.	1
		69	التعليم في الفضاء: تعليم نقطة أعطيت إحداثياتها. (41)	1
		70	تعيين معادلة لمستوى موازٍ لأحد مستويات الإحداثيات. (42)	1
		71	تعيين معادلات مستقيم معرف بنقطة وشعاع توجيه له.	1
		72	إثبات أن أشعة معطاة تنتمي إلى نفس المستوى.	2
		73	المسافة بين نقطتين: استعمال مبرهنة فيثاغورث لإيجاد المسافة بين نقطتين. (43)	1
		74	استعمال دستور المسافة بين نقطتين لتعيين معادلة: سطح كرة، الاسطوانة الدورانية، المخروط الدوراني.	2

# السنة الثالثة آداب وفلسفة + آداب ولغات أجنبية

### المتاليات العددية:

- (1) • نقدّم متاليات مولدة بطرق مختلفة انطلاقاً من أمثلة بسيطة مرتبطة بمحيط التلميذ يعبر التلميذ.
- يمكن الاستعانة بحاسبة أو مجول لتوليد متتالية.
- (2) • نذكر النتائج المحصل عليها في السنة الثانية ثانوي حول المتاليات الحسابة والهندسية.
- (3) • تقترح أمثلة تعالج التطور الديموغرافي، تطور الإنتاج ...
- (4) • من خلال أمثلة نبين أنّ المتتالية ذات الحد العام  $v_n = u_n - \frac{b}{1-a}$  هي متتالية هندسية ونستعمل ذلك لحساب  $u_n$  و  $S_n$  بدلالة  $n$  حيث:  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$  و  $n$  غير معدوم.

### الحساب:

- (5) • يستعمل التلميذ حاسبة لتعيين باقي القسمة الإقليدية.
- (6) • نجعل التلميذ يستعمل خواص الموافقة في تمارين متنوعة مثل تحديد يوم من الأسبوع علم تاريخه، انطلاقاً من معرفة يوم وتاريخه، ومفتاح مراقبة لحجز رقم تشخيص، ميزان القسمة.
- ننبه التلميذ إلى عدم تطبيق كل خواص المساواة على الموافقة، فمثلاً:  $27 \equiv 21[6]$  لكن  $7[6] \not\equiv 9$ .
- تقترح أمثلة بسيطة للتشفير وربطها بالموافقات.
- (7) • نكتفي بالتعريف و أنشطة بسيطة من أجل إبراز ان التعميم في الرياضيات لا يقتصر على بعض الحالات الخاصة بل يحتاج الى برهان و يركز الاستاذ على تقديم امثلة تتحقق فيها الخاصية من اجل اعداد طبيعية محدودة ولا تتحقق في حالات اخرى .
- يستنتى البرهان بالتراجع من التقويمات الرسمية.

### الدوال:

- (8) • تستغل مكتسبات التلاميذ في السنة الثانية ثانوي، حول المترجمات من الدرجتين الأولى والثانية، لتحديد اتجاه تغيير دالة على مجال.
- (9) • تغتنم فرصة دراسة دوال كثيرة الحدود من الدرجة الثالثة على الأكثر في طرح مشكل النهايات في اللانهاية وذلك باعتماد مقارنة حدسية، واستعمال حاسبة بيانية أو مجول لحساب الصور من أجل القيم الكبيرة للمتغير  $x$ .
- نصل بالتلاميذ إلى تخمين على أنّ نهاية هذه الدالة هي نهاية الحد الأعلى درجة.
- (10) • لإبراز هذا الارتباط، تقترح أنشطة و تمارين من قبيل تعيين المنحنى الموافق من بين عدّة منحنيات لجول تغييرات معيّن والعكس.
- تأثر تزايد (أو تناقص) الدالة المشتقة على التمثيل البياني للدالة.
- توظيف الدوال كثيرة الحدود والدوال التناظرية في حل مشكلات ومسائل الاستمثال.
- (11) • تُقبل النتائج المتعلقة بالمستقيمات المقاربة التي توازي أحد محوري الإحداثيات ويدعم الشرح بأمثلة مختارة مع الاستعانة بالتمثيل البياني.

### الإحصاء والاحتمالات:

- (12) • بواسطة محاكاة تجربة عشوائية بسيطة، يمكن ملاحظة أنّ توترات النتائج الممكنة لهذه التجربة، تقترب من توتراتها النظرية، وذلك عند تكرار هذه التجربة بعدد كبير من المرات بقدر كاف.

- (13) • نعيد بعض التجارب المرجعية المدروسة في السنتين الأولى والثانية ثانوي (رمي أحجار نرد، رمي قطع نقدية، سحب كرات...).
- تمديد العمل المنجز خلال السنة السابقة، مع التأكيد على استعمال الأحداث البسيطة والجداول أو شجرة الإمكانيات لإعادة المسألة إلى حالة تساوي الاحتمالات؛ ونفرق في هذه الحالة بين السحب المترامن والسحب بإعادة وبدون إعادة.
- تعطى أمثلة للسحب بإعادة وبدون إعادة.
- (14) • يمكن الربط بين الوسط الحسابي لسلسلة إحصائية وأملها الرياضياتي وبين تباينها التطبيقي وتباينها النظري وذلك بواسطة المحاكاة وقانون الأعداد الكبيرة.

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الثالثة ثانوي		الشعبة: آداب وفلسفة + لغات أجنبية	
الفصل الأول: 12 أسبوعا	المتتاليات العددية	6 أسابيع	12 ساعة		
	الحساب	4 أسابيع ونصف	9 ساعات		
	تقويم ومعالجة	أسبوع ونصف	3 ساعات		
	المجموع	12 أسبوعا	24 ساعة		

الأسبوع	المحور	رقم الدرس	العنوان	ح ساعي
1	المتتاليات العددية	1	تقويم تشخيصي	1
		2	المتتاليات: التمييز بين متتالية وحدّها العام. (1)	1
		3	التعرّف على متتالية بالتراجع. - حساب الحدود الأولى لمتتالية معرفة بالتراجع.	1
		4	مفهوم المتتالية الرتيبة: - تعيين اتجاه تغيّر متتالية.	1
		5	تحديد اتجاه تغيّر متتالية حسابية أو هندسية. (2)	2
		6	استعمال المتتاليات الحسابية والهندسية في حل المشكلات اليومية. (3)	2
2	الحساب	7	المتتاليات من الشكل $u_{n+1} = au_n + b$ مع $a \neq 0$ و $b \neq 0$ - حساب الحد العام $u_n$ - حساب $S_n$ مجموع $n$ حدًا متتابعة من متتالية. (4)	2
		8	حل مشكلات تُستعمل فيها متتاليات من الشكل $u_{n+1} = au_n + b$ .	2
		9	القسمة الإقليدية في $\mathbb{Z}$ : معرفة وتحديد حاصل القسمة الإقليدية وباقيها. (5)	1
		10	حصر عدد بين مضاعفين متعاقبين لعدد صحيح.	1
		11	تعيين مجموعة قواسم عدد طبيعي.	1
		12	الموافقات في $\mathbb{Z}$ : معرفة توافق عددين صحيحين (أو موافقة عدد لعدد بترديد $n$ ).	1
3	الحساب	13	معرفة خواص الموافقة واستعمالها في حل المشكلات. (6)	2
		14	الاستدلال بالتراجع: استعمال مبدأ الاستدلال بالتراجع لإثبات صحة خاصية من أجل كل عدد طبيعي $n$ . (7)	2
		14	استعمال مبدأ الاستدلال بالتراجع لإثبات صحة خاصية من أجل كل عدد طبيعي $n$ . (تابع)	1

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الثالثة ثانوي		الشعبة: آداب وفلسفة + لغات أجنبية	
16 ساعة	8 أسابيع	الدوال العددية	الفصل الثاني: 10 أسابيع		
4 ساعات	أسبوعان	تقويم ومعالجة			
20 ساعة	10 أسبوعا	المجموع			

ح ساعي	العنوان	رقم الدرس	المحور	الأسبو ع
2	تذكير حول المشتقات ومعادلة المماس لمنحنى دالة	15	الدوال	1
1	الدراسة والتمثيل البياني لدالة: تعيين اتجاه التغير باستعمال إشارة المشتقة. (8)	16		2
1	الدوال كثيرة الحدود: دراسة دوال كثيرة حدود من الدرجة الثالثة على الأكثر. (9)	17		3
2	دراسة دوال كثيرة حدود من الدرجة الثالثة على الأكثر. (تابع)			4
1	تعيين نقطة الانعطاف.	18		5
1	القراءة البيانية: الربط بين التمثيل البياني لدالة وجدول تغيراتها والعكس. (10)	19		6
2	استعمال التمثيل البياني لحل معادلات أو مترجمات.	20		7
2	مناقشة معادلة بيانيا.	21		8
2	الدوال التناظرية: دراسة الدوال من الشكل: $x \mapsto \frac{ax+b}{ax+c}$	22		
1	تعيين المستقيمات المقاربة وتفسيرها بيانيا. (11)	23		
1	استعمال التمثيل البياني لدالة لتخمين النهايات عند $+\infty$ و $-\infty$ وتحديدتها.	24		

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الثالثة ثانوي		الشعبة: آداب وفلسفة + لغات أجنبية	
8 ساعات	4 أسابيع	الإحصاء والاحتمالات	الفصل الثالث: 6 أسابيع		
4 ساعات	أسبوعان	تقويم ومعالجة			
12 ساعة	6 أسابيع	المجموع			

ح ساعي	العنوان	رقم الدرس	المحور	الأسبو ع
2	الإحصاء: إجراء محاكاة تجريبية عشوائية بسيطة وذلك بملاحظة تطور تواترات القيم المختلفة الناتجة. (12)	25	الإحصاء والاحتمالات	1
2	قانون الاحتمال: تعيين قانون الاحتمال المتعلق بتجربة عشوائية لها عدد منته من الإمكانات. (13)	26		2
2	الأمل الرياضي والتباين لنتائج عددية متعلقة بتجربة عشوائية: الربط بين الوسط الحسابي والأمل الرياضي والتباين التطبيقي والتباين النظري لسلسلة إحصائية. (14)	27		3
2	مراجعة وتنمات.	28		4

# السنة الثالثة تسيير واقتصاد

- (1) • نختار دستوراً بسيطاً (مثل مجموع  $n$  عدداً طبيعياً الأولى من الأعداد الطبيعية؛ مجموع  $n$  عدداً من مربعات الأعداد الطبيعية الأولى؛ ...) لتأسيس مبدأ الاستدلال بالتراجع.
- (2) • بالنسبة إلى دراسة تغيّرات متتالية، نقتراح أمثلة نتناول فيها دراسة إشارة الفرق  $u_{n+1} - u_n$  أو مقارنة النسبة  $\frac{u_{n+1}}{u_n}$  بالعدد 1 أو الرجوع إلى تغيّرات الدالة  $f$  في حالة متتالية حدّها العام  $u_n = f(n)$ .
- (3) • نعتمد في دراسة نهاية المتتاليات على المقاربة الحدسية لمفهوم نهاية دالة (برنامج السنة الثانية).
- تقبل النظريات حول المتتاليات المحدودة والمتتاليات الرتيبة والتي يمكن تجسيدها باستعمال الحاسبة أو المجدول.
- نتناول بالخصوص حالة متتاليات هندسية.
- (4) • نجعل التلميذ يدرك أنّ المتتالية  $(u_n)$  حيث  $u_{n+1} = au_n + b$  حالة خاصة للمتتالية التراجعية  $u_{n+1} = f(u_n)$  مع  $f(x) = ax + b$ .
- (5) • ندرس رتبة المتتالية  $(u_n)$  حسب رتبة الدالة  $f$ ، كما ندرس تقاربها بالاستعانة بالمتتالية الهندسية  $v_n = u_n - \frac{b}{1-a}$ .
- مثال: دراسة إيداع رصيد معطى مع سحب سنوي لمبلغ معيّن.

### الدوال:

- (6) • نكمل النتائج المحصّل عليها في السنة الثانية ونقتصر على مقاربة حدسية.
- لتعيين النهايات عند ما لانهاية للدوال كثيرات الحدود والناطقة، نطبق القواعد الإجرائية على الحدود الأعلى درجة.
- (7) • يبرّر وجود مستقيم مقارب بالنسبة لمنحن ممثل لدالة وكذا الوضع النسبي للمنحنى والمستقيم المقارب الممكن لهذا المنحنى.
- (8) • نذكّر هنا ترابط الدوال المرجعية المدروس في السنة الأولى.
- نركّز على شرط وجود دالة مركّب دالتين.
- نقبل النظرية المتعلقة بنهاية دالة مركب دالتين مستمرتين عند ما لانهاية ونفسّر بيانها النظريات التي تعطي النهاية بالمقارنة.
- (9) • بالنسبة إلى مفهوم الاستمرارية، نقصر على مقاربة حدسية ونعطي مثالا لدالة غير مستمرة عند قيمة.
- نذكّر بأنّ الأسهم المائلة في جدول التغيّرات لدالة تترجم استمرارية ورتابة الدالة على المجال المعبر.
- نقبل أنّ كل الدوال المحصّل عليها بالعمليات على الدوال المألوفة أو بتركيبها مستمرة على كلّ من المجالات التي تكون معرفّة عليها.
- (10) • تُقبل خاصية القيم المتوسطة وتُفسّر بيانها.
- (11) • يُعطي مثال لحساب  $(g \circ f)'(x_0)$  في حالة بسيطة ( $f$  دالة خطية و  $g$  دالة مرجعية أخرى).
- يُقبل الدستور الذي يعطي  $(g \circ f)'(x_0)$  في الحالة العامة لدوال قابلة للاشتقاق عند  $x_0$ .

### الدوال الأصلية والتكاملات:

- (12) • يتم الربط بين مفهومي المشتقة والدالة الأصلية.

- نقبل أنه إذا كانت  $f$  دالة مستمرة على مجال  $I$  فإن  $f$  تقبل دوال أصلية على  $I$  تختلف بثابت فقط.
- عند البحث عن الدوال الأصلية، يُدرَّب التلميذ على قراءة جدول المشتقات عكسياً.
- (13) • تعطى أمثلة لدالة أصلية لدالة تحقق شرطاً معيناً من مجال الاقتصاد (العلاقة بين الكلفة الهامشية والكلفة الإجمالية).

- (14) • انطلاقاً من مثال بسيط (دالة تآلفية أو الدالة مربع)، نربط بين الدالة الأصلية ومساحة الحيز تحت المنحنى الممثل لدالة. نقبل بتعميم النتيجة بالنسبة إلى دالة مستمرة وموجبة على مجال وندخل كتابة التكامل  $\int_a^b f(t) dt$  في الحالة العامة.

- يُحرص على شرح دور المتغير في هذه الكتابة كما ندخل الكتابة  $\int_a^x f(t) dt$ .
- تعطى أمثلة تطبيقية من المجال الاقتصادي.

### الدالة اللوغاريتم النيبييري والدالة الأسية:

- (15) • ندخل الدالة اللوغاريتم النيبييري كدالة أصلية للدالة  $\frac{1}{t}$  التي تنعدم من أجل  $x = 1$  مع الملاحظة

أنها أيضاً مساحة الحيز تحت المنحنى الممثل للدالة  $\frac{1}{t}$  بين  $1$  و  $x$  من أجل  $x$  موجب تماماً.

- (16) • تسمح دراسة الخواص المميزة لهذه الدالة بإبراز الدور الهام لها في الحساب العددي.
- (17) • نبيّن لماذا يوافق اللوغاريتم العشري لعدد طبيعي عدد أرقامه وأهمية المقاييس اللوغاريتمية.
- تعطى أمثلة من المجال الاقتصادي والرياضيات المالية.
- (18) • بالنسبة إلى إدخال الدالة  $\exp(x) \mapsto x$ ؛ نقبل بوجود دالة تسمح بإرفاق  $\ln x$  العدد  $x$ .
- (19) • تقبل النتائج المتعلقة بالنهايات الشهيرة.

### التزايد المقارن:

- (20) • نجعل التلميذ يلاحظ، انطلاقاً من التمثيلات البيانية للدوال  $x \mapsto \ln x$ ،  $x \mapsto e^x$ ،  $x \mapsto x^n$  حيث  $n$  عدد طبيعي غير معدوم، أن هذه الدوال تؤول كلّها نحو  $+\infty$  عندما  $x \rightarrow +\infty$ ، لكن سلوكها مختلف ومن ثم استنتاج التزايد المقارن لها: في اللانهاية، تتفوق الدالة الأسية على الدالة "قوة" والدالة "قوة" على الدالة اللوغاريتم.
- في هذا المجال يمكن استعمال الحاسبة البيانية أو الجدول لتجسيد هذه السلوكات.

### الإحصاء:

- (20) • تعطى أمثلة عن سلاسل إحصائية لمتغيرين عدديين مثل، القامة والوزن، الأجرة والسّن لمجتمع معين.
- (21) • في معلم متعامد، نسمّي سحابة نقط مجموعة النقط  $M(x; y)$  حيث  $x$  و  $y$  هما متغيرا السلسلة.
- (22) • نقصد بالنقطة المتوسطة النقطة  $G(\bar{x}; \bar{y})$ .
- (23) • عندما يكون لسحابة النقط المرفقة بسلسلة إحصائية لمتغيرين عدديين شكل متطاول، نتساءل عن إمكانية إنشاء مستقيم تقع حوله نقط السحابة.

• نشرح مبدأ مربعات الدنيا، حيث نحسب  $S = M_1P_1^2 + M_2P_2^2 + \dots + M_nP_n^2$  حيث  $M_i$  هي نقط السحابة ذات الإحداثيات  $(x_i; y_i)$  من أجل  $i \in \{1; 2; \dots; n\}$  و  $P_i$  هي نقط المستقيم ذات الإحداثيات  $(x_i; ax_i + b)$ .

• نقبل بوجود مستقيم (يُسمى مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا) يشمل النقطة المتوسطة للسحابة ويجعل المجموع  $S$  أصغرياً.

• نحصل على معاملات المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا بالساتير الآتية:

$$a = \frac{\left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i \right) - \bar{x} \bar{y}}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad ; \quad b = \bar{y} - a\bar{x} \quad \text{أو بالاستعانة بحاسبة.}$$

• نجعل التلميذ يدرك بأن القيام بتسوية خطية يعني إيجاد دالة خطية تعبر بكيفية تقريبية عن  $y$  بدلالة  $x$  وتستغل هذه الدالة للقيام باستكمالات داخلية أو استكمالات خارجية.

(24) • تقترح أمثلة حيث تعطى مجموعة الثنائيات  $(x; \ln y)$  أو  $(\ln x; y)$  تمثيلاً أكثر مقروئية وبالتالي تسهّل الترجمة. وهي مناسبة للتطرق إلى المعالم اللوغاريتمية المستعملة في الاقتصاد.

#### الاحتمالات

(25) • يمدّد هنا العمل الذي شرع فيه التلميذ في السنة الثانية بالتركيز على استعمال الجداول وأشجار

الاختيارات للرجوع إلى حالة تساوي الاحتمال أو إلى احتمالات الحوادث البسيطة.

(26) • تستخرج المفاهيم الأساسية انطلاقاً من تجارب عشوائية متقطعة ذات إمكانيات عديدة. يربط ذلك بالتباين والانحراف المعياري لسلسلة إحصائية.

(27) • ندخل تعريف الاحتمال الشرطي انطلاقاً من مثال نستعمل فيه شجرة التواترات. نقصد

بالكتابة  $p_A(B)$  احتمال الحادثة  $B$  علماً أنّ الحادثة  $A$  محققة.

(28) • تعطى، انطلاقاً من أمثلة بسيطة، قواعد استعمال شجرة متوازنة لحساب احتمالات ويُستنتج دستور الاحتمالات الكلية.

• نميّز بين السحب في آن واحدٍ والسحب على التوالي بالإرجاع أو بدون الإرجاع.

(29) • نرتكز على تجارب مستقلة (مثال: رمي قطعة نرد ثم قطعة نقدية) لتعميم مبدأ الضربي، بمعنى أنّه بالنسبة إلى حوادث مستقلة يكون احتمال قائمة نتائج هو جُداء احتمالات كلّ نتيجة.

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الثالثة ثانوي		الشعبة: تسيير واقتصاد	
الفصل الأول: 12 أسبوعاً	المتتاليات	3 أسابيع ونصف	14 ساعة		
	الاشتقاقية والاستمرارية على مجال	أسبوعان	8 ساعات		
	النهايات	أسبوع ونصف	6 ساعات		
	دراسة دوال	أسبوع	4 ساعات		
	الدوال الأصلية والتكاملات	3 أسابيع	12 ساعات		
	تقويم ومعالجة	أسبوع	4 ساعات		
	المجموع	12 أسبوعاً	48 ساعة		

ح ساعي	العنوان	رقم الدرس	المحور	الأسبو ع
2	تقويم تشخيصي للمكتسبات الضرورية للفصل ثم تدعيمها	1		1
2	التذكير بالمتتاليات الحسابية والمتتاليات الهندسية ( $u_{n+1} = au_n$ ؛ $u_{n+1} = u_n + b$ )	2	المتتاليات العددية	2
1	التذكير بالمتتاليات الحسابية والمتتاليات الهندسية ( $u_{n+1} = au_n$ ؛ $u_{n+1} = u_n + b$ ) تابع	3		3
3	الاستدلال بالتراجع: البرهان بالتراجع على صحة خاصية في حالات بسيطة. (1)	4		4
1	المتتاليات المحدودة: تبيان أن متتاليات محدودة من الأعلى أو محدودة من الأسفل أو محدودة.	5		5
1	المتتاليات الرتيبة: التعرف إن كانت متتالية رتيبة. (2) (تزايد أو تناقص متتالية)	6		6
1	المتتاليات المتقاربة: تبيان إن كانت متتالية متقاربة. (3)	7		7
1	المتتاليات ( $u_n$ ) حيث $u_{n+1} = au_n + b$ حساب بعض حدودها، دراسة اتجاه التغير، التقارب. (4) و (5)	8		8
1	المتتاليات ( $u_n$ ) حيث $u_{n+1} = au_n + b$ دراسة التقارب. (4) و (5)	9		9
1	الاشتقاقية تذكير: العدد المشتق (تعريف وقراءة بيانية) – المماس (التفسير الهندسي والمعادلة)	10		10
2	الدوال المشتقة: (الدوال المرجعية، $f + g$ ، $k \times f$ ، $f \times g$ ، $\frac{1}{f}$ ، $\frac{f}{g}$ ، $\sqrt{f}$ ، $f^n$ ) حيث $n$ عدد صحيح.	11		11
2	توظيف المشتقات في دراسة اتجاه تغير دالة	12	12	
2	المشتقات والقيم الحدية المحلية (تعطى تطبيقات من الميدان الاقتصادي)	13	13	
1	مركب دالتين: - تعريف مركب دالتين التعرف على دالة كمركب دالتين بسيطتين. نهاية دالة مركبة. (8) اشتقاق دالة مركبة: حساب $(g \circ f)'$ في حالة $f$ قابلة للاشتقاق على مجال $I$ و $g$ قابلة للاشتقاق على $f(I)$ . (11)	14	14	
1	الاستمرارية: مفهوم دالة مستمرة على مجال. (9) مبرهنة القيم المتوسطة: فهم خاصية القيم المتوسطة وتطبيقها في البحث عن الحلول المقربة لمعادلات من الشكل $f(x) = \lambda$ . (10)	15	15	
2	العمليات على النهايات: (تعيين نهاية دالة بتطبيق النتائج على نهايات مجموع أو جداء أو حاصل قسمة دالتين أو النظريات المتعلقة بنهاية دالة كثير حدود أو ناطقة عند ما لانهاية). (6)	16	16	
1	العمليات على النهايات: (تابع)	17	17	
1	المستقيمات المقاربة: تعيين المستقيمات المقاربة الموازية لمحوري الإحداثيين.			7
2	إثبات وجود مستقيم مقارب مائل بالنسبة إلى منحن ممثل لدالة وتعيين معادلة له في حالة			

	دالة $f$ معرفة كما يلي: $f(x) = ax + b + \varphi(x)$ وتحديد الوضع النسبي للمنحنى والمستقيم المقارب. (7)		
4	حل مسائل (دراسة دوال)	18	دراسة الدوال
1	الدوال الأصلية لدالة على مجال: تعريف دالة أصلية لدالة على مجال. (12)	19	الدوال الأصلية والتكاملات
1	حساب دوال أصلية لدوال بسيطة	20	
2	تعيين دالة أصلية لدالة تحقق شرطا معينا وتطبيقات عليها. (13)	21	
2	تكامل دالة: مقارنة وحساب $\int_a^b f(t) dt$ . (14)	22	
2	خواص التكامل: - الخطية، علاقة شال، الترتيب - حساب القيمة المتوسطة لدالة على مجال وتفسيرها.	23	
1	خواص التكامل: - الخطية، علاقة شال، الترتيب - حساب القيمة المتوسطة لدالة على مجال وتفسيرها. تابع		
3	توظيف التكامل في حساب المساحات.	24	

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الثالثة ثانوي		الشعبة: تسيير واقتصاد	
الفصل الثاني: 10 أسابيع	الدوال اللوغاريتمية والأسية	6 أسابيع	24 ساعة		
	الاحصاء	أسبوعان	08 ساعات		
	تقويم ومعالجة	أسبوعان	08 ساعات		
	المجموع	10 أسابيع	40 ساعة		

الأسبوع	المحور	رقم الدرس	العنوان	ح ساعي
1	الدوال اللوغاريتمية والأسية والتزايد المقارن	24	الدالة اللوغاريتم النيبييري: - تعريف الدالة اللوغاريتم النيبييري. - استعمال حاسبة لحساب قيم دالة اللوغاريتم النيبييري. (15)	1
		25	معرفة الخواص المميزة للدالة اللوغاريتم النيبييري. (16)	2
		26	حل معادلات ومتراجحات تتضمن لوغاريتمات	1
		27	الدراسة والتمثيل البياني للدالة اللوغاريتم النيبييري. النتائج المتعلقة بالنهايات الشهيرة.	2
2		28	معرفة وتفسير النهايات: $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$ ؛ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$	1
		29	دراسة دوال من الشكل $\ln ou$	1
3		30	الدالة اللوغاريتمية ذات الأساس $a$ . الدالة اللوغاريتم العشري. (17)	2
		31	الدالة الأسية: - تعريف الدالة الأسية. - استعمال حاسبة لحساب قيم دوال أسية. (18)	1
		32	معرفة الخواص المميزة للدالة الأسية، الكتابة $e^x$ .	1
4		33	حل معادلات ومتراجحات تتضمن أسيات.	1
		34	الدراسة والتمثيل البياني للدالة الأسية. - النتائج المتعلقة بالنهايات الشهيرة. (19)	2
		35	معرفة وتفسير النهايات: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ ؛ $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0$ . (20)	1

1	دراسة دوال من الشكل $expou$	36	5
2	الدالة الأسية ذات الأساس $a$ . الدوال القوى.	37	
1	حل مشكلات متعلقة بإيداع أو تسديد تتدخل فيها اللوغاريتمات أو الأسيات.	38	
1	حل مشكلات متعلقة بإيداع أو تسديد تتدخل فيها اللوغاريتمات أو الأسيات. (تابع)	38	6
3	حل مسائل حول دراسة دوال لوغاريتمية وأسية	39	
1	تعريف سلسلة إحصائية لمتغيرين حقيقيين. (20)	40	7
1	تمثيل سلسلة إحصائية لمتغيرين حقيقيين بسحابة نقط. (21)	41	
1	تعيين إحداثيي النقطة المتوسطة. (22)	42	
1	إنشاء مستقيم تعديل خطي. (23)	43	
1	إنشاء مستقيم تعديل خطي. (تابع)	43	
3	أمثلة لسلاسل إحصائية من الشكل $(X ; \ln Y)$ أو $(\ln X ; Y)$ . (24)	44	8

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الثالثة ثانوي		الشعبة: تسيير واقتصاد	
الفصل الثالث: 6 أسابيع	الاحتمالات	3 أسابيع	12 ساعة		
	مراجعة عامة	أسبوع	04 ساعات		
	التقويم ومعالجة	أسبوعان	08 ساعات		
	المجموع	10 أسابيع	24 ساعة		

ح ساعي	العنوان	رقم الدرس	المحور	الأسبوع ع
2	قانون احتمال مرفق بتجربة عشوائية: تعيين قانون احتمال مرفق بتجربة عشوائية لها عدد منته من الإمكانيات. (25)	45	الاحتمالات	1
2	الأمل الرياضي والتباين والانحراف المعياري المرفق بقانون احتمال عددي. (26)	46		2
2	الاحتمال الشرطي: حساب احتمال حادثة علما حدوث حادثة أخرى. (27)	47		
2	الشجرة المتوازنة: بناء شجرة متوازنة. (28)	48		3
3	استعمال أشجار متوازنة أو دستور الاحتمالات الكلية لحساب احتمالات وحل مشكلات.	49		
1	استقلال حادثتين: التعرف على حادثتين مستقلتين. (29)	50		

# السنة الثالثة علوم تجريبية

## السنة الثالثة علوم تجريبية \_\_\_\_\_ توجيهات وتعاليق وأمثلة لأنشطة

### الدوال العددية (الاشتقاقية والاستمرارية)

(1) • التذكير بالنتائج المحصل عليها في السنة الثانية، من خلال أنشطة وتمارين هادفة مختارة بعناية.  
• من خلال دوال مثل:  $x \mapsto x^2$  ،  $x \mapsto |x|$  و  $x \mapsto \sqrt{x}$  نجعل التلاميذ يلاحظون أنّ الدالة تكون

مستمرة على مجال، عندما يمكن رسم منحنيها البياني على هذا المجال دون رفع القلم.

• كل الدوال المألوفة المقررة في هذا المستوى مستمرة على كل مجال من مجموعة تعريفها.

• لا تثار مسألة البحث في إثبات استمرارية دالة

(2) • ندرس أمثلة حول دوال من مثل:

\* الدوال الناطقة (حاصل قسمة كثير حدود من الدرجة 2 أو 3 على كثير حدود من الدرجة 1 أو 2).

\* الدوال الصماء  $x \mapsto \sqrt{f(x)}$ ، حيث  $f$  دالة موجبة وقابلة للاشتقاق.

\* الدوال المثلثية:  $x \mapsto \cos(ax + b)$  ،  $x \mapsto \sin(ax + b)$  ،  $x \mapsto \tan(x)$ .

• فيما يخص الدوال الصماء نتطرق إلى المماس الموازي لحامل محور الترتيب.

• يمكن الملاحظة أنّ كل دالة قابلة للاشتقاق على مجال هي دالة مستمرة على هذا المجال.

(3) • نشرح الكتابات  $\frac{df}{dx}$  ،  $\frac{d^2f}{dx^2}$  (المستعملة في الفيزياء) والكتابة  $dy = f'(x).dx$ .

يمكن توظيف العلاقة  $\Delta y \approx f'(x).\Delta x$  باستعمال جدول لتقريب دالة تكون حلاً لإحدى المعادلات

التفاضلية:  $y' = y$  ،  $y' = \frac{1}{x}$ .

### الدوال الأسية واللوغاريتمية:

(4) • تُعرف الدالة الأسية كحل خاص للمعادلة التفاضلية  $y' = y$  التي تحقق  $y(0) = 1$ .

• نبدأ بإنشاء حل تقريبي لهذه المعادلة باستخدام جدول (بتطبيق طريقة أولير) ثم بعدها نقبل بوجود هذا الحل.

• نقدّم هذه الدالة في مرحلة مبكرة من السنة الدراسية قصد توظيفها في العلوم الفيزيائية.

• نستنتج من التعريف خواص الدالة الأسية:  $\exp(x) > 0$  ،  $\exp(x + y) = \exp(x) \times \exp(y)$ .

الترميز  $e^x$ ، النهايات والمنحني الممثل لها.

(5) • نبيّن من أجل كل عدد حقيقي  $a$  موجب تماماً، أنّ المعادلة  $e^x = a$  تقبل حلاً وحيداً نرسم له

بالرمز  $\ln a$ ، يمكن القول حينئذ أنّ الدالة  $\ln$  هي الدالة العكسية للدالة الأسية، لكن لا تُعطى أي دراسة تفصيلية

حول الدالة العكسية.

• تُستنتج الخواص الجبرية والتحليلية للدالة اللوغاريتمية  $\ln$  من خواص الدالة الأسية  $\exp$ .

• تتم الإشارة إلى أنّ المنحنيين الممثلين للدالتين  $\ln$  و  $\exp$  متناظران بالنسبة للمنصف الأوّل في المعلم

المتعامد والمتجانس وتبرير ذلك.

(6) • يعطى تعريف دالة اللوغاريتم العشري (التي نرسم إليها بالرمز  $\log$ ) ويشار إلى أهمية تطبيقاتها في

مواد أخرى.

### الدوال العددية (النهايات)

(7) • ننتقل من وضعيات ذات دلالة تتعلق بالدوال المدروسة في السنة الثانية ثانوي، ونهتم فقط بدوال تكون

مجموعة تعريفها معطاة أو سهلة التعيين.

• تُدعم مكتسبات التلاميذ حول مفهوم النهاية في وضعيات بسيطة (مثلاً النهاية المنتهية عند عدد حقيقي  $x_0$ ) وتوظيف ذلك في أمثلة بسيطة ثم توسع إلى وضعيات أخرى. ولتوضيح ذلك، نعتمد على تمثيلات بيانية باستعمال برمجيات مناسبة كالمجذولات. كما يمكن توظيف الحاسبة البيانية:

\* لإزاحة النافذة نحو اليسار عندما يؤول  $x$  إلى  $-\infty$ .

\* لإزاحة النافذة نحو اليمين عندما يؤول  $x$  إلى  $+\infty$ .

\* لإنجاز تكبير للنافذة بجوار  $x_0$  عندما يؤول  $x$  إلى  $x_0$  وذلك لتخمين نهاية أو المصادقة عليها.

تُستغل هذه المناسبة للتذكير بالمستقيم المقارب الموازي لحامل محور الفواصل.

(8) • تُعطى المبرهنات الشهيرة المتعلقة بمجموع وجُداء وحاصل قسمة نهايتين دون برهان. (يمكن أن يُقدم برهاناً على حالة بسيطة).

• تُعطى مبرهنات الحصر (نهاية منتهية، غير منتهية، وكذا المبرهنة التي تربط الترتيب بين دالتين والترتيب بين نهايتين).

• حساب نهاية دالة مركبة  $g \circ f$  يطبق في الحالة التي تكون فيها  $g$  دالة مألوفة.

(9) • تسمح الملاحظة عند استعمال برمجيات مناسبة أو حاسبة بيانية بتخمين وجود مستقيم مقارب أو منحني مقارب للمنحنى الممثل لدالة، وتحديد الوضعية النسبية لهما وتبرّر النتائج الملاحظة عن طريق الحساب.

### التزايد المقارن:

(10) • نجعل التلميذ يلاحظ، انطلاقاً من التمثيلات البيانية للدوال  $x \mapsto x^n$ ،  $x \mapsto e^x$ ،  $x \mapsto \ln x$  حيث  $n$  عدد طبيعي غير معدوم، أنّ هذه الدوال تؤول كلّها نحو  $+\infty$  عندما  $x \rightarrow +\infty$ ، لكن سلوكها مختلف ومن ثمّ استنتاج التزايد المقارن لها: في اللانهاية، تتفوق الدالة الأسية على الدالة " قوة " والدالة " قوة " على الدالة اللوغاريتم. في هذا المجال يمكن استعمال الحاسبة البيانية أو الجدول لتجسيد هذه السلوكات.

(11) • تُدرج دراسة بعض الأمثلة لدوال من الشكل:  $x \mapsto e^{-\lambda x^2}$  حيث  $(\lambda > 0)$ ؛  $x \mapsto a^x$

حيث  $(a > 0)$  أو  $x \mapsto x^a$  حيث  $(x > 0)$  و  $(a \in \mathbb{Q})$ .

• نقبل العلاقة:  $a^b = e^{b \ln a}$  من أجل كل عددين حقيقيين  $a$  و  $b$  حيث  $a > 0$  و  $b$  كيفي.

### المتتاليات العددية:

(12) • تقترح متتاليات معرفّة باستعمال دالة  $f$  بعلاقة من الشكل  $u_n = f(n)$  أو  $u_{n+1} = f(u_n)$  يتم بهذه المناسبة التذكير بالمتتاليات الحسابية والمتتاليات الهندسية.

(13) • في دراسة نهايات المتتاليات تطبق النتائج المحصل عليها في السنة الثانية أو المبرهنات المعروفة

على الدوال عندما يؤول  $n$  إلى  $+\infty$ .

• عندما تقبل الدالة  $f$  نهاية  $l$  عندما يؤول المتغيّر إلى  $+\infty$  فإنّ المتتالية  $(u_n)$  المعرفّة بالعلاقة  $u_n = f(n)$

تقبل نفس النهاية  $l$  عندما يؤول  $n$  إلى  $+\infty$  (ننبه أنّ العكس غير صحيح).

• تُعطى أمثلة عن دوال محدودة من الأعلى (بالقيمة المطلقة) بمتتالية هندسية متقاربة.

• من خلال أمثلة، ندرس تقارب المتتاليات من الشكل  $u_{n+1} = f(u_n)$  خاصة عندما تكون الدالة  $f$  تآلفية

$(f(x) = ax + b)$ ، وفي هذه الحالة نناقش سلوك المتتالية حسب قيم العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$ .

(14) • يُعطى تعريف متتاليتين متجاورتين وتُقبل النظرية التي تنص على أنّه إذا كانت متتاليتين متجاورتين

فإنّهما تتقربان إلى نفس النهاية ويستثمر ذلك لحساب مساحة الحيّز تحت المنحنى الممثل لدالة.

- (15) • مفهوم الاحتمال والمتغير العشوائي غير جديد على التلميذ، لذا تستغل هذه الفقرة في معالجة أنشطة تدعم مكتسباته حول الموضوع وتوفر له فرصة توظيفها من جديد لتهيئته إلى التوسع فيها لاحقاً.
- (16) • يُفسّر الأمل الرياضي لمتغير عشوائي باعتباره المتوسط الحسابي لقيم هذا المتغير العشوائي مرفقة باحتمال كل منها، وتُعالج أنشطة متنوعة لتأكيد هذا المعنى وتوظيفه للإجابة عن تساؤلات تتعلق بالاحتمالات.
- تُعالج أنشطة نمذجة تجربة يتدخل فيها متغير عشوائي وتوظف الانحراف المعياري والأمل الرياضي.
- (17) • تُستعمل مختلف التمثيلات كالمخططات، الجداول، شجرة الإمكانيات لطرح المبدأ الأساسي للعدّ وشرحه.
- تُبرّر قوانين التحليل التوفيقي انطلاقاً من معالجة أنشطة في العدّ تتمحور حول تجارب بسيطة في السحب (السحب على التوالي دون إعادة، مع إعادة، السحب في آن واحد).
- تُعالج حالات بسيطة في العدّ لتدعيم مكتسبات التلميذ حول حل مسائل في الاحتمالات المتقطعة.
- (18) • يُبرّر تعريف الاحتمال الشرطي انطلاقاً من وضعيات بسيطة في الاحتمالات المتساوية ثم يطبق في الحالات الأخرى.
- تعتبر الأنشطة التي تتعلق بتجارب السحب المتتالي ميداناً خصباً لمعالجة الاحتمالات الشرطية، لذا تقترح على التلميذ وضعيات متنوعة منها توفر له فرصة توظيف شجرة الاحتمالات.
- تُوسع هذه المسائل إلى وضعيات إدماجية من محيط التلميذ في ميدان الاقتصادي و/أو البيولوجي و/أو الفيزيائي وإلى المواد الدراسية الأخرى.
- (19) • يتعلّق الأمر بمعالجة تجارب تؤول نمذجتها إلى تجارب السحب بأنواعه الثلاثة وإلى إلقاء حجر النرد والقطعة النقدية، ثم تمديد هذه النمذجة إلى وضعيات تتدخل فيها المتغيرات العشوائية المتقطعة وشجرة الإمكانيات.
- تعتبر المحاكاة وسيلة ضرورية لنمذجة مبنية على التجربة وذلك باستعمال تواتر كل مخرج من مخرجها، في حين تصبح قوانين التحليل التوفيقي أداة رياضية قوية لنمذجة نظرية.

### الأعداد المركبة:

- (20) • ندرس الأعداد المركبة في إطار هندسي.
- نقترح أنشطة تتعلق بالبحث عن مجموعات النقط و/أو استعمال المرجح.
- (21) • نتطرق إلى الجذرين التربيعيين لعدد مركب.
- (22) • تُقدّم المساعدة المناسبة للتلميذ لحل هذا النوع من المعادلات.
- (23) • يُرمز  $e^{i\alpha}$  للعدد المركب  $\cos \alpha + i \sin \alpha$ .
- (24) • نُميز دائرة مركزها النقطة  $\Omega$  ذات اللاحقة  $z_0$  أو نصف مستقيم مبدؤه  $\Omega$  بعلاقة من الشكل  $z = z_0 + ke^{i\theta}$  ،  $k$  ثابت موجب و  $\theta$  يمسح  $\mathbb{R}$  عندما يتعلق الأمر بالدائرة أو  $\theta$  ثابت و  $k$  يمسح  $\mathbb{R}^+$  عندما يتعلق الأمر بنصف المستقيم.
- يُدرج تفسير طويلة وعمدة العددين  $z_A - z_B$  و  $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_D}$  واستعمالها في حل مسائل هندسية.
- نُبرهن الدساتير المتعلقة لطويلة وعمدة جُداء أو حاصل قسمة عددين مركبين غير معدومين، نبيّن عندئذٍ أهمية ترميز أولير. (نستعمل ترميز أولير لإيجاد دساتير التحويل المدروسة سابقاً في حساب المثلثات).

## التحويلات النقطية:

- (25) • نُبرز الكتابة المختصرة  $z' - z_0 = k(z - z_0)$  لكل من التحاكي والدوران.
- (26) • تُعالج مسائل هندسية يتم فيها برهان خواص هذه التحويلات كحفظ الاستقامة، التوازي، المُرَجَّح، ...؛ التأثير على الأطوال وعلى المساحات؛ ... يمكن في هذه الفقرة الاعتماد على تمييز الدائرة وتمييز نصف المستقيم المشار إليهما أعلاه.
- (27) • نُعرّف التشابه المباشر كتحويل نقطي يحافظ على نسب المسافات ويحافظ كذلك على الزوايا الموجهة. في حالة التي تكون فيها نسبة التشابه المباشر هي 1، نقول عن التشابه المباشر إنّه تقايماً موجباً (أو إزاحة).
- نُبيّن أنّ التحويلات المدروسة سابقاً هي تشابهات مباشرة.
- (28) • نقبل أنّه لا توجد تشابهات مباشرة أخرى شكلها المركّب يختلف عن  $z' = az + b$  مع  $a \in \mathbb{C}^*$  و  $b \in \mathbb{C}$ . (يمكن برهان هذه النتيجة)
- نُبيّن أنّ التشابه المباشر (ماعدا الانسحاب) يتميّز بثلاثة عناصر: مركزه ونسبته وزاويته.
- تُعالج مسائل متنوعة ووضعيّات نستعمل فيها المثلثات المتشابهة تدعيماً لمكتسبات التلاميذ في السنة الأولى.
- نُبرهن أنّ إذا كانت  $A, B, A', B'$  أربع نقط مختلفة مثنى مثنى فإنّه يوجد تشابه مباشر وحيد يُحوّل  $A$  إلى  $A'$  و  $B$  إلى  $B'$ .

## الدوال الأصلية:

- (29) • نُدرج الخواص المعروفة للدوال الأصلية وحسابها المستخلصة انطلاقاً من خواص المشتقات.
- (30) • نثبت وحدانية الدالة الأصلية لدالة معرفة على مجال تأخذ قيمة معيّنة من أجل قيمة معلومة من هذا المجال عندما نتعرّف على إحدى دوالها الأصلية.

## الحساب التكاملي:

- (31) • يتم مقارنة مفهوم التكامل بحساب مساحات لأشكال هندسية معروفة (مستطيل، مثلث في وضعيات مختلفة، شبه منحرف).
- مثلاً حساب مساحة الحيز المستوي تحت المنحنى الممثل لدالة  $f$  مستمرة وموجبة على مجال  $[a; b]$  أي مجموعة النقط  $M(x; y)$  حيث  $a \leq x \leq b$  و  $0 \leq y \leq f(x)$ . ثم نقارن النتيجة بالعدد  $G(b) - G(a)$  حيث  $G$  هي دالة أصلية للدالة  $f$  على المجال  $[a; b]$ .
- نأخذ  $f$  دالة مستمرة وموجبة في وضعيات أولية (1) ثابتة (مساحة مستطيل)
- (2) تآلفية (مساحة مثلث أو شبه منحرف)
- نعرّف العدد  $\int_a^b f(x) dx$  بالفرق  $G(b) - G(a)$  ونقرأ "التكامل من  $a$  إلى  $b$  لـ  $f(x)$  تفاضل  $x$ "
- وهو يُمثّل مساحة الحيز المستوي المحدّد بمنحنى الدالة  $f$  والمستقيمت التي معادلاتها  $x = a$ ،  $x = b$  و  $y = 0$  في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد.

- (32) • نُدرج خواص التكامل في حالة  $f$  موجبة والمتعلقة:

$$* \text{ بعلاقة شال } \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \text{ ونتائجها وبالخطية.}$$

$$* \text{ بالمقارنة: إذا كانت } f \leq g \text{ فإن } \int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx.$$

$$* \text{ بالقيمة المتوسطة لدالة: } \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx.$$

\* حصر القيمة المتوسطة: إذا كانت  $m \leq f(x) \leq M$  على مجال  $[a; b]$  فإن

$$m \leq \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx \leq M$$

• بعد التعرف على الخواص السابقة يتم التعميم شيئاً فشيئاً من أجل:

$$* f \text{ سالبة حيث: } \int_a^b f(x) dx = - \int_a^b |f(x)| dx$$

\*  $f$  تغيّر إشارتها.

$$* \text{ إشارة العدد } \int_a^b f(x) dx \text{ بدلالة إشارة } f \text{ على المجال } [a; b].$$

(33) • تعريف الدالة الأصلية للدالة  $f$  على  $[a; b]$  والتي تنعدم من أجل  $a$  على أنها الدالة التي ترفق كل  $x$

$$\text{من } [a; b] \text{ بالعدد } \int_a^x f(t) dt$$

$$(34) \bullet \text{ حساب الحجم: } \int_a^b \pi [f(x)]^2 dx \text{ نقتصر على الأمثلة البسيطة سهلة الحساب.}$$

(35) • يتعلق الأمر بمعالجة مشكلات من الواقع أو المرتبطة به مثل العبارة التكاملية للمسافة المقطوعة على مستقيم بمعرفة السرعة اللحظية.

### الهندسة في الفضاء:

(36) • نعلم تعريف الجداء السلمي في المستوي إلى الفضاء، نراجع بهذه المناسبة الجداء السلمي في المستوي. ونستعمل التعبير " شعاع يُعامد مستو ".

(37) • تُعالج مسائل يتطلب حلها استعمال الجداء السلمي و/أو عبارته التحليلية.

(38) • مجموعات النقط المقصودة هنا هي تلك المعروفة كما يلي: مجموعة النقط  $M$  حيث  $\vec{AM} \cdot \vec{u} = k$

أو بصفة عامة  $\alpha MA^2 + \beta MB^2 = k$  ( $k$  عدد حقيقي).

(39) • نُسجل أنه يمكن تمثيل مستقيم بمعادلتين خطيتين.

(40) • نُبرّر كيف أنّ دراسة الوضع النسبي لمستويين أو لمستقيم ومستو أو لمستقيمين يؤول إلى حل جملة

معادلات خطية.

• نتطرق إلى تقاطع ثلاثة مستويات الذي يؤدي إلى حل جملة ثلاث معادلات خطية بثلاثة مجاهيل.

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الثالثة ثانوي		الشعبة: علوم تجريبية	
الفصل الأول: 12 أسبوعاً	الدوال العددية (الاشتقاقية والاستمرارية)	4 أسابيع	13 ساعة		
	الدالتان الأسية واللوغاريتمية	أسبوعان	12 ساعة		
	الدوال العددية (النهايات)	3 أسابيع	7 ساعات		
	التزايد المقارن ودراسة الدوال	تقريباً	7 ساعات		
	المتتاليات العددية	أسبوعان	11 ساعات		
	تقويم ومعالجة	أسبوعان	10 ساعات		

ح ساعي	العنوان	رقم الدرس	المحور	الأسبوع
2	تقويم تشخيصي للمكتسبات التلاميذ	1	الدوال العنصرية (الاشتقاقية والاستمرارية)	1
2	الاشتقاقية والاستمرارية: التذكير بالنتائج المحصل عليها في السنة الثانية (1)	2		
1	مبرهنة القيم المتوسطة واستعمالها في إثبات وجود حلول للمعادلة $f(x) = k$ ، $k$ عدد حقيقي.	3		
1	مبرهنة القيم المتوسطة واستعمالها في إثبات وجود حلول للمعادلة $f(x) = k$ ، $f(x)$ تابع	4		2
1	المشتقات المتتابعة، حساب مشتق دالة مركبة.	5		
1	استعمال المشتقات لدراسة خواص دالة والمنحنى الممثل لها (اتجاه تغير دالة على مجال، التقريب الخطي، نقطة الانعطاف، ...).	6		
2	توظيف المشتقات لحل مشكلات. (دراسة اتجاه تغير دوال كثيرات حدود، ناطقة، صماء) (2)	7		
1	استعمال المشتقات لدراسة خواص دالة والمنحنى الممثل لها. (تابع)	7		
2	توظيف المشتقات لدراسة الدوال المثلثية: $x \mapsto \sin x$ ، $x \mapsto \cos x$ ، (3) $t \mapsto a \sin(\omega t + \varphi)$	8	3	
2	الدالة الأسية: نشاط، تعريف وخواص الدالة $x \mapsto \exp(x)$ . (4)	9	الدالتان الأسية واللوغاريتمية	4
2	دراسة الدالة الأسية النيبيرية وتوظيف خواصها في حل معادلات ومتراجحات.	10		
1	توظيف خواص دوال أسية $x \mapsto e^{kx}$ .	11		
1	دراسة الدالة $\exp au$ .	12		5
1	الدوال اللوغاريتمية: تعريف وخواص الدالة اللوغاريتمية النيبيرية (5)	13		
2	دراسة الدالة اللوغاريتمية النيبيرية وتوظيف خواصها في حل معادلات ومتراجحات.	14		
2	دراسة الدالة $\ln au$ ، تعريف اللوغاريتم العشري. (6)	15		
1	حل معادلات تفاضلية من الشكل: $y' = ay + b$ .	16		
2	النهايات: حساب نهاية منتهية أو غير منتهية لدالة عند الحدود (المنتهية أو غير المنتهية) لمجالات مجموعة تعريف. المستقيمات المقاربة الموازية للمحورين. (7)	17	6	
3	حساب نهاية باستعمال المبرهنات المتعلقة بالعمليات على النهايات. (8)	18		
1	حساب نهاية باستعمال المقارنة أو الحصر ومركب دالتين.	19		
1	دراسة السلوك التقاربي لدالة، المستقيم المقارب المائل (9)	20		
2	دوال القوى والجذور النونية وتوظيف خواصهما.	21		
1	معرفة وتفسير النهايات: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ ؛ $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0$ ؛ $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$ ؛ (10) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$	22	التزايد المقارن ودراسة الدوال	7
2	دراسة دوال كثيرات حدود، ناطقة، صماء، دوال القوى. وحل مشكلات باستعمالها (11)	23		
2	دراسة دوال أسية، اللوغاريتم، دوال القوى وحل مشكلات باستعمالها. (تابع)	24	8	
1	توليد متتالية عددية: استعمال التمثيل البياني لتخمين سلوك ونهاية متتالية عددية. (12)	25		
1	استعمال التمثيل البياني لتخمين سلوك ونهاية متتالية عددية. (تابع)	26	المتتاليات العددية	9
1	التذكير بالمتتالية الحسابية والمتتالية الهندسية من خلال أنشطة	27		
3	الاستدلال بالتراجع: إثبات خاصية بالتراجع.	28		
2	خواص المتتاليات: دراسة سلوك ونهاية متتالية. (13)	29		
1	المتتاليتان المتجاورتان: تعريف ومفهوم متتاليتين متجاورتين. (14)	30	10	
2	حل مشكلات توظف فيها المتتاليات والبرهان بالتراجع.	31		

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الثالثة ثانوي		الشعبة: علوم تجريبية	
الفصل الثاني: 10 أسابيع	الاحتمالات والإحصاء	أسبوعان ونصف	13 ساعة		
	الأعداد المركبة والتحويلات النقطية	4 أسابيع ونصف	22 ساعة		
	الدوال الأصلية	أسبوع	5 ساعات		
	تقويم ومعالجة	أسبوعان	10 ساعات		

الأسبوع	المحور	الدرس	العنوان	ح ساعي
1	الإحصاء والاحتمالات	29	الاحتمالات المتساوية على مجموعة منتهية: إيجاد قانون احتمال لمتغير عشوائي. (15)	2
		30	حل مسائل في الاحتمالات توظف المتغيرات العشوائية، قانون احتمالها، التباين، الانحراف المعياري والأمل الرياضياتي. (16)	2
		31	المبدأ الأساسي للعد: العد باستخدام المبدأ الأساسي للعد (المجموع والجداء). (17)	1
2	الإحصاء والاحتمالات	32	استخراج بعض قوانين التحليل التوافقي (التوفيقات).	2
		33	دستور ثنائي الحد.	1
		34	الاحتمالات الشرطية: - التعرف على استقلال أو ارتباط حدثين. توظيف شجرة الاحتمالات لحل مسائل في الاحتمالات الشرطية. (18)	2
3	الإحصاء والاحتمالات	35	توظيف دستور الاحتمالات الكلية لحل مسائل في الاحتمالات تتعلق بسحب أكثر من وعاء.	2
		36	نمذجة وضعيات بالاعتماد على التجارب المرجعية للسحب أو الإلقاء. (19)	1
		37	المجموعة C: إجراء العمليات الحسابية على الأعداد المركبة. (20)	1
4	الأعداد المركبة	38	استعمال خواص مرافق عدد مركب، حساب طويلة عدد مركب.	1
		39	تعيين الجدرين التربيعيين لعدد مركب. (21)	1
		40	حل في C، معادلة من الدرجة الثانية ذات معاملات حقيقية. (22)	1
5	الأعداد المركبة	41	حل في C، معادلات يؤول حلها إلى حل معادلة من الدرجة الثانية ذات معاملات حقيقية.	1
		42	الشكل المثلثي لعدد مركب غير معدوم: حساب عمدة لعدد مركب غير معدوم.	1
		43	الانتقال من الشكل الجبري إلى الشكل المثلثي والعكس.	1
6	التحويلات النقطية	44	ترميز أولير: $e^{i\alpha}$ (23)	1
		45	التعبير عن خواص لأشكال هندسية باستعمال الأعداد المركبة. (24)	2
		46	توظيف خواص الطويلة والعمدة لحل مسائل في الأعداد المركبة وفي الهندسة.	2
7	التحويلات النقطية	47	توظيف دستور موافر لحل مسائل في الأعداد المركبة وفي الهندسة.	1
		48	تعيين الكتابة المركبة للتحويلات النقطية (الانسحاب، التحاكي، الدوران). - التعرف عن تحويل انطلاقاً من الكتابة المركبة. (25)	1
		49	حل مسائل هندسية تتطلب استعمال انسحابات، تحاكيات أو دورانات بواسطة الأعداد المركبة. (26)	1
8	الدوال الأصلية	50	توظيف الأعداد المركبة لبرهان خواص الانسحاب، الدوران والتحاكي.	1
		51	التشابهات المستوية المباشرة: التعرف على تشابه مباشر. (27)	1
		52	التعبير عن تشابه مباشر بالأعداد المركبة. (28)	1
8	الدوال الأصلية	53	تركيب تشابهين مباشرين.	1
		54	تعيين التحليل القانوني لتشابه مباشر بواسطة الأعداد المركبة وتوظيفه لحل مسائل هندسية.	3
		55	تعرف الدالة الأصلية لدالة على مجال والخواص. (29)	1
8	الدوال الأصلية	56	تعيين دالة أصلية لدالة مستمرة على مجال. تعيين دوال أصلية لدوال مألوفة.	2
		57	تعيين الدالة الأصلية التي تأخذ قيمة $y_0$ من أجل قيمة $x_0$ للمتغير. (30)	1
		58	حل معادلات تفاضلية من الشكل: $y' = f(x)$ ، $y'' = f(x)$ حيث $f$ دالة مألوفة.	1

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الثالثة ثانوي		الشعبة: علوم تجريبية	
الفصل الثالث: 6 أسابيع	الحساب التكاملي	أسبوع ونصف	8 ساعة		
	الهندسة في الفضاء	3 أسابيع ونصف	17 ساعة		
	تقويم ومعالجة	أسبوع	5 ساعات		

الأسبوع	المحور	رقم الدرس	العنوان	ح ساعي
1	الحساب التكاملي	60	المقاربة والتعريف. (31)	1
		61	توظيف خواص التكامل لحساب مساحة سطح معطى. (32)	1
		62	مفهوم القيمة المتوسطة لدالة على مجال وحصرها.	1
		63	استعمال التكامل بالتجزئة.	2
		64	توظيف الحساب التكاملي لحساب دوال أصلية. (33)	1
		65	حساب حجم لمجسمات بسيطة. (34)	1
2	الهندسة في الفضاء	66	توظيف الحساب التكاملي لحل مشكلات بسيطة. (35)	1
		67	الجداء السلمي: توظيف الجداء السلمي لإثبات تعامد مستقيمين، تعامد مستويين، تعامد مستقيم ومستوي. (36)	2
		68	توظيف الجداء السلمي لتعيين معادلة لمستوي. (37)	2
		69	توظيف الجداء السلمي لحساب المسافة بين نقطة ومستوي.	1
		70	توظيف الجداء السلمي لتعيين مجموعات نقط. (38)	2
		71	المستقيمات والمستويات في الفضاء: استعمال التمثيلات الوسيطة لحل مسائل الاستقامية، التلاقي، انتماء 4 نقط إلى نفس المستوي.	3
		72	الانتقال من جملة معادلتين لمستقيم أو معادلة لمستوي إلى تمثيل وسيطي والعكس. (39)	2
		73	الأوضاع النسبية: تحديد الوضع النسبي لمستويين، لمستقيم ومستوي، لمستقيمين. (40)	2
		74	تعيين تقاطع مستويين، مستقيم ومستوي، مستقيمين. تقاطع 3 مستويات.	3

# السنة الثالثة تقني رياضي

## السنة الثالثة تقني رياضي ————— توجيهات وتعاليق وأمثلة لأنشطة

### الدوال العددية (الاشتقاقية والاستمرارية)

- (1) • التذكير بالنتائج المحصل عليها في السنة الثانية، من خلال أنشطة وتمارين هادفة مختارة بعناية.
- من خلال دوال مثل:  $x \mapsto x^2$  ،  $x \mapsto |x|$  و  $x \mapsto \sqrt{x}$  نجعل التلاميذ يلاحظون أنّ الدالة تكون مستمرة على مجال، عندما يمكن رسم منحنيها البياني على هذا المجال دون رفع القلم.
- كل الدوال المألوفة المقررة في هذا المستوى مستمرة على كل مجال من مجموعة تعريفها.
- لا تثار مسألة البحث في إثبات استمرارية دالة

(2) • ندرس أمثلة حول دوال من مثل:

\* الدوال الناطقة (حاصل قسمة كثير حدود من الدرجة 2 أو 3 على كثير حدود من الدرجة 1 أو 2).

\* الدوال الصماء  $x \mapsto \sqrt{f(x)}$  ، حيث  $f$  دالة موجبة وقابلة للاشتقاق.

\* الدوال المثلثية:  $x \mapsto \cos(ax + b)$  ،  $x \mapsto \sin(ax + b)$  ،  $x \mapsto \tan(x)$ .

- فيما يخص الدوال الصماء نتطرق إلى المماس الموازي لحامل محور الترتيب.
- يمكن الملاحظة أنّ كل دالة قابلة للاشتقاق على مجال هي دالة مستمرة على هذا المجال.

(3) • نشرح الكتابات  $\frac{df}{dx}$  ،  $\frac{d^2f}{dx^2}$  (المستعملة في الفيزياء) والكتابة  $dy = f'(x).dx$ .

يمكن توظيف العلاقة  $\Delta y \approx f'(x).\Delta x$  باستعمال جدول لتقريب دالة تكون حلا لإحدى المعادلات

التفاضلية:  $y' = y$  ،  $y' = \frac{1}{x}$ .

### الدوال الأسية واللوغاريتمية:

(4) • تُعرف الدالة الأسية كحل خاص للمعادلة التفاضلية  $y' = y$  التي تحقق  $y(0) = 1$ .

- نبدأ بإنشاء حل تقريبي لهذه المعادلة باستخدام جدول (بتطبيق طريقة أولير) ثم بعدها نقبل بوجود هذا الحل.
- نقدّم هذه الدالة في مرحلة مبكرة من السنة الدراسية قصد توظيفها في العلوم الفيزيائية.
- نستنتج من التعريف خواص الدالة الأسية:  $\exp(x) > 0$  ،  $\exp(x + y) = \exp(x) \times \exp(y)$ .

الترميز  $e^x$  ، النهايات والمنحني الممثل لها.

(5) • نبيّن من أجل كل عدد حقيقي  $a$  موجب تماما، أنّ المعادلة  $e^x = a$  تقبل حلاً وحيداً نرسم له

بالرمز  $\ln a$  ، يمكن القول حينئذ أنّ الدالة  $\ln$  هي الدالة العكسية للدالة الأسية، لكن لا تُعطى أي دراسة تفصيلية حول الدالة العكسية.

• تُستنتج الخواص الجبرية والتحليلية للدالة اللوغاريتمية  $\ln$  من خواص الدالة الأسية  $\exp$ .

• تتم الإشارة إلى أنّ المنحنيين الممثلين للدالتين  $\ln$  و  $\exp$  متناظران بالنسبة للمنصف الأوّل في المعلم المتعامد والمتجانس وتبرير ذلك.

(6) • يعطى تعريف دالة اللوغاريتم العشري (التي نرسم إليها بالرمز  $\log$ ) ويشار إلى أهمية تطبيقاتها في مواد أخرى.

### الدوال العددية (النهايات)

(7) • ننتقل من وضعيات ذات دلالة تتعلق بالدوال المدروسة في السنة الثانية ثانوي، ونهتم فقط بدوال تكون مجموعة تعريفها معطاة أو سهلة التعيين.

• تُدعم مكتسبات التلاميذ حول مفهوم النهاية في وضعيات بسيطة (مثلاً النهاية المنتهية عند عدد حقيقي  $x_0$ ) وتوظيف ذلك في أمثلة بسيطة ثم توسع إلى وضعيات أخرى. ولتوضيح ذلك، نعتمد على تمثيلات بيانية باستعمال برمجيات مناسبة كالمجذولات. كما يمكن توظيف الحاسبة البيانية:

\* لإزاحة النافذة نحو اليسار عندما يؤول  $x$  إلى  $-\infty$ .

\* لإزاحة النافذة نحو اليمين عندما يؤول  $x$  إلى  $+\infty$ .

\* لإنجاز تكبير للنافذة بجوار  $x_0$  عندما يؤول  $x$  إلى  $x_0$  وذلك لتخمين نهاية أو المصادقة عليها.

تُستغل هذه المناسبة للتذكير بالمستقيم المقارب الموازي لحامل محور الفواصل.

(8) • تُعطى المبرهنات الشهيرة المتعلقة بمجموع وجُداء وحاصل قسمة نهايتين دون برهان. (يمكن أن يُقدم برهاناً على حالة بسيطة).

• تُعطى مبرهنات الحصر (نهاية منتهية، غير منتهية، وكذا المبرهنة التي تربط الترتيب بين دالتين والترتيب بين نهايتين).

• حساب نهاية دالة مركبة  $g \circ f$  يطبق في الحالة التي تكون فيها  $g$  دالة مألوفة.

(9) • تسمح الملاحظة عند استعمال برمجيات مناسبة أو حاسبة بيانية بتخمين وجود مستقيم مقارب أو منحني مقارب للمنحنى الممثل لدالة، وتحديد الوضعية النسبية لهما وتبرّر النتائج الملاحظة عن طريق الحساب.

### التزايد المقارن:

(10) • نجعل التلميذ يلاحظ، انطلاقاً من التمثيلات البيانية للدوال  $x \mapsto x^n$ ،  $x \mapsto e^x$ ،  $x \mapsto \ln x$  حيث  $n$  عدد طبيعي غير معدوم، أنّ هذه الدوال تؤول كلّها نحو  $+\infty$  عندما  $x \rightarrow +\infty$ ، لكن سلوكها مختلف ومن ثمّ استنتاج التزايد المقارن لها: في اللانهاية، تتفوق الدالة الأسية على الدالة " قوة " والدالة " قوة " على الدالة اللوغاريتم. في هذا المجال يمكن استعمال الحاسبة البيانية أو الجدول لتجسيد هذه السلوكات.

(11) • تُدرج دراسة بعض الأمثلة لدوال من الشكل:  $x \mapsto e^{-\lambda x^2}$  حيث  $(\lambda > 0)$ ؛  $x \mapsto a^x$

حيث  $(a > 0)$  أو  $x \mapsto x^a$  حيث  $(x > 0)$  و  $(a \in \mathbb{Q})$ .

• نقبل العلاقة:  $a^b = e^{b \ln a}$  من أجل كل عددين حقيقيين  $a$  و  $b$  حيث  $a > 0$  و  $b$  كيفي.

### المتتاليات العددية:

(12) • تقترح متتاليات معرفّة باستعمال دالة  $f$  بعلاقة من الشكل  $u_n = f(n)$  أو  $u_{n+1} = f(u_n)$  يتم بهذه

المناسبة التذكير بالمتتاليات الحسابية والمتتاليات الهندسية.

(13) • في دراسة نهايات المتتاليات تطبق النتائج المحصل عليها في السنة الثانية أو المبرهنات المعروفة

على الدوال عندما يؤول  $n$  إلى  $+\infty$ .

• عندما تقبل الدالة  $f$  نهاية  $l$  عندما يؤول المتغيّر إلى  $+\infty$  فإنّ المتتالية  $(u_n)$  المعرفّة بالعلاقة  $u_n = f(n)$

تقبل نفس النهاية  $l$  عندما يؤول  $n$  إلى  $+\infty$  (ننبه أنّ العكس غير صحيح).

• تُعطى أمثلة عن دوال محدودة من الأعلى (بالقيمة المطلقة) بمتتالية هندسية متقاربة.

• من خلال أمثلة، ندرس تقارب المتتاليات من الشكل  $u_{n+1} = f(u_n)$  خاصة عندما تكون الدالة  $f$  تآلفية

$(f(x) = ax + b)$ ، وفي هذه الحالة نناقش سلوك المتتالية حسب قيم العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$ .

(14) • يُعطى تعريف متتاليتين متجاورتين وتُقبل النظرية التي تنص على أنّه إذا كانت متتاليتين متجاورتين

فإنّهما تقتربان إلى نفس النهاية ويستثمر ذلك لحساب مساحة الحيّز تحت المنحنى الممثل لدالة.

### الأعداد والحساب:

(15) • يتعلق الأمر بالخواص التالية، التي يتعيّن إثباتها:

\* إذا كان  $a$  يقسم  $b$  و  $b$  يقسم  $c$  فإنّ  $a$  يقسم  $c$ .

تدرج التعلّقات في الرياضيات - التعليم الثانوي

\* إذا كان  $a$  يقسم  $b$  فإنه من أجل كل عدد صحيح  $k$ ،  $a$  يقسم  $ka$  و  $kb$  يقسم  $kb$ .

\* إذا كان  $a$  يقسم  $b$  و  $c$  فإنه من أجل كل  $x$  و  $y$  من  $\mathbb{Z}$ ، لدينا  $a$  يقسم  $bx + cy$ .

• نجد هنا فرصاً لممارسة بعض أنماط البرهان.

(16) • نُبرهن الخاصية: من أجل  $a \in \mathbb{Z}$  و  $b \in \mathbb{Z}_+^*$ ، توجد ثنائية وحيدة  $(q; r)$  ( $q$  و  $r$  عدنان

صحيحان) حيث:  $0 \leq r < b$  و  $a = bq + r$ .

• كما نُبرهن المساواة:  $PGCD(a; b) = PGCD(b; r)$ .

• نُبرهن أن:  $PGCD(ka; kb) = kPGCD(a; b)$ .

وأن:  $PGCD(a; b) = d$  يكافئ  $a = da'$  و  $b = db'$  مع  $a'$  و  $b'$  أوليين فيما بينهما.

• توسيع مفهوم القاسم المشترك الأكبر إلى  $\mathbb{Z}$ .

(17) • يمكن اقتراح أنشطة من النوع: إيجاد الأعداد الصحيحة  $a$  و  $b$  إذا أُعطي  $PGCD(a; b)$  وعلاقة

بين  $a$  و  $b$ .

• يمكن اقتراح مشكلات من الواقع مثل تبليط أرضية مستطيلة الشكل، رصف علب (متوازي مستطيلات) في

صندوق (متوازي مستطيلات) ذي أبعاد معلومة، ...

(18) • نُبرهن الخواص المتعلقة بتلاؤم الموافقة مع العمليتين  $+$  و  $\times$ .

• نُقترح أنشطة متنوعة مثل: إيجاد باقي قسمة، حيث يمكن إبراز محدودية الحاسبة.

• حل معادلات في  $\mathbb{Z}$ ، من الشكل:  $ax + by = c$ .

• نُقترح أنشطة متنوعة حول قابلية القسمة تُوظف فيها الموافقات.

(19) • يُبرهن وجود ووحدانية نشر عدد طبيعي  $N$  وفق أساس  $x$  من الشكل:

$$.N = a_0 + a_1x^1 + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

(20) • يُبرهن وجود تحليل عدد طبيعي إلى جُداء عوامل أولية ونقل، دون برهان، وحدانية هذا التحليل.

• تقترح أنشطة متنوعة يُوظف فيها تحليل عدد طبيعي إلى جُداء أعداد أولية لتعيين قواسمه (أو عددها) أو مضاعفاته.

(21) • تبرهن الخاصية:  $PGCD(a; b) \times PPCM(a; b) = ab$ .

• يمكن اقتراح أنشطة حول إيجاد الأعداد الصحيحة  $a$  و  $b$  إذا أُعطي  $PGCD(a; b)$  أو  $PPCM(a; b)$

أو علاقة بين  $a$  و  $b$ .

(22) • تبرهن الخاصية: \*  $PPCM(ka; kb) = |k|PPCM(a; b)$  حيث  $k$  عدد صحيح غير معدوم.

(23) • نُقترح أنشطة حول مبرهنة "بيزو" ومبرهنة "غوص".

(24) • نقصد بنتائج مبرهنة غوص، ما يلي:

\*  $a \in \mathbb{N}^*$  و  $b \in \mathbb{N}^*$  و  $p$  عدد أولي. إذا كان  $p$  يقسم  $ab$  فإن  $p$  يقسم  $a$  أو  $p$  يقسم  $b$ .

\*  $a$ ،  $b$  و  $c$  أعداد طبيعية غير معدومة. إذا كان  $a$  مضاعف  $b$  و  $c$  و  $PGCD(b; c) = 1$  فإن  $a$

مضاعف  $bc$ .

• يمكن استعمال مبرهنة غوص لحل في  $\mathbb{Z}$ ، المعادلة  $ax + by = c$ .

## الإحصاء والاحتمالات:

(25) • مفهوم الاحتمال والمتغير العشوائي غير جديد على التلميذ، لذا تستغل هذه الفقرة في معالجة أنشطة

تدعم مكتسباته حول الموضوع وتوفر له فرصة توظيفها من جديد لتهيئه إلى التوسع فيها لاحقاً.

(26) • يُفسّر الأمل الرياضي لمتغير عشوائي باعتباره المتوسط الحسابي لقيم هذا المتغير العشوائي مرفقة

باحتمال كل منها، وتُعالج أنشطة متنوعة لتأكيد هذا المعنى وتوظيفه للإجابة عن تساؤلات تتعلق بالاحتمالات.

• تُعالج أنشطة نموذجية تجربة يتدخل فيها متغير عشوائي وتوظف الانحراف المعياري والأمل الرياضي.

(27) • تُستعمل مختلف التمثيلات كالمخططات، الجداول، شجرة الإمكانيات لطرح المبدأ الأساسي للعدّ

وشرحه.

• تُبرّر قوانين التحليل التوفيقي انطلاقاً من معالجة أنشطة في العدّ تتمحور حول تجارب بسيطة في السحب

(السحب على التوالي دون إعادة، مع الإعادة، السحب في آن واحد)

• تُعالج حالات بسيطة في العدّ لتدعيم مكتسبات التلميذ حول حل مسائل في الاحتمالات المتقطعة.

• يتم التوصل إلى قوانين التحليل التوفيقي باعتماد دراسة نظرية بحيث تصبح هذه القوانين فيما بعد أدوات

رياضياتية قوية تسمح بمعالجة وضعيات مركّبة في العدّ تعتمد نمذجتها على تجارب إلقاء قطعة نقدية وإلقاء

حجر نرد والسحب بأنواعه الثلاثة.

(28) • يتعلّق الأمر بمعالجة تجارب تؤول نمذجتها إلى تجارب السحب بأنواعه الثلاثة وإلى إلقاء حجر النرد

والقطعة النقدية، ثمّ تمديد هذه النمذجة إلى وضعيات تتدخل فيها المتغيرات العشوائية المتقطعة وشجرة

الإمكانيات.

• تعتبر المحاكاة وسيلة ضرورية لنمذجة مبنية على التجربة وذلك باستعمال تواتر كل مخرج من مخرجها،

في حين تصبح قوانين التحليل التوفيقي أداة رياضية قوية لنمذجة نظرية.

**الأعداد المركّبة:**

(29) • ندرس الأعداد المركّبة في إطار هندسي.

• نقترح أنشطة تتعلق بالبحث عن مجموعات النقط و/أو استعمال المرجح.

(30) • نتطرق إلى الجذرين التربيعيين لعدد مركّب.

(31) • تُقدّم المساعدة المناسبة للتلميذ لحل هذا النوع من المعادلات.

(32) • يُرمز  $e^{i\alpha}$  للعدد المركّب  $\cos \alpha + i \sin \alpha$ .

(33) • نُميّز دائرة مركزها النقطة  $\Omega$  ذات اللاحقة  $z_0$  أو نصف مستقيم مبدؤه  $\Omega$  بعلاقة من

الشكل  $z = z_0 + ke^{i\theta}$  ،  $k$  ثابت موجب و  $\theta$  يمسح  $\mathbb{R}$  عندما يتعلق الأمر بالدائرة أو  $\theta$  ثابت و  $k$

يمسح  $\mathbb{R}^+$  عندما يتعلق الأمر بنصف المستقيم.

• يُدرج تفسير طويلة وعمدة العددين  $z_A - z_B$  و  $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_D}$  واستعمالها في حل مسائل هندسية.

• نُبرهن الدساتير المتعلقة لطويلة وعمدة جُداء أو حاصل قسمة عددين مركّبين غير معدومين، نبيّن عندئذٍ

أهمية ترميز أولير. (نستعمل ترميز أولير لإيجاد دساتير التحويل المدروسة سابقاً في حساب المثلثات).

**التحويلات النقطية:**

(34) • نُبرز الكتابة المختصرة  $z' - z_0 = k(z - z_0)$  لكل من التحاكي والدوران.

(35) • تُعالج مسائل هندسية يتم فيها برهان خواص هذه التحويلات كحفظ الاستقامية، التوازي، المُرَجِّح، ...؛

التأثير على الأطوال وعلى المساحات؛ ... يمكن في هذه الفقرة الاعتماد على تمييز الدائرة وتمييز نصف

المستقيم المشار إليهما أعلاه.

- (36) • نُعرّف التشابه المباشر كتحويل نقطي يحافظ على نسب المسافات ويحافظ كذلك على الزوايا الموجهة.
- في حالة التي تكون فيها نسبة التشابه المباشر هي 1، نقول عن التشابه المباشر إنه تقاسماً موجباً (أو إزاحة).
  - نُبيّن أنّ التحويلات المدروسة سابقاً هي تشابهات مباشرة.

(37) • نقبل أنه لا توجد تشابهات مباشرة أخرى شكلها المركب يختلف عن  $z' = az + b$  مع  $a \in \mathbb{C}^*$  و  $b \in \mathbb{C}$ . (يمكن برهان هذه النتيجة)

- نُبيّن أنّ التشابه المباشر (ماعد الانسحاب) يتميّز بثلاثة عناصر: مركزه ونسبته وزاويته.
- تُعالج مسائل متنوعة ووضعيات نستعمل فيها المثلثات المتشابهة تدعيماً لمكتسبات التلاميذ في السنة الأولى.
- نُبرهن أنّ إذا كانت  $A, B, A', B'$  أربع نقط مختلفة مثنى مثنى فإنه يوجد تشابه مباشر وحيد يُحوّل  $A$  إلى  $A'$  و  $B$  إلى  $B'$ .

(38) • نُقترح أنشطة حول تحويلات نقطية كتابتها المركبة هي  $z' = a\bar{z} + b$  وذلك في حالات خاصة وبتقديم المساعدة المناسبة.

### الدوال الأصلية:

- (39) • نُدرج الخواص المعروفة للدوال الأصلية وحسابها المستخلصة انطلاقاً من خواص المشتقات.
- (40) • نثبت وحدانية الدالة الأصلية لدالة معرفة على مجال تأخذ قيمة معينة من أجل قيمة معلومة من هذا المجال عندما نتعرّف على إحدى دوالها الأصلية.

### الحساب التكاملية:

- (41) • يتم مقارنة مفهوم التكامل بحساب مساحات لأشكال هندسية معروفة (مستطيل، مثلث في وضعيات مختلفة، شبه منحرف).
- مثلاً حساب مساحة الحيز المستوي تحت المنحنى الممثل لدالة  $f$  مستمرة وموجبة على مجال  $[a; b]$  أي مجموعة النقط  $M(x; y)$  حيث  $a \leq x \leq b$  و  $0 \leq y \leq f(x)$ . ثم نقارن النتيجة بالعدد  $G(b) - G(a)$  حيث  $G$  هي دالة أصلية للدالة  $f$  على المجال  $[a; b]$ .
  - نأخذ  $f$  دالة مستمرة وموجبة في وضعيات أولية (1) ثابتة (مساحة مستطيل)
  - (2) تآلفية (مساحة مثلث أو شبه منحرف)
- نعرّف العدد  $\int_a^b f(x) dx$  بالفرق  $G(b) - G(a)$  ونقرأ "التكامل من  $a$  إلى  $b$  لـ  $f(x)$  تفاضل  $x$ " وهو يُمثل مساحة الحيز المستوي المحدد بمنحنى الدالة  $f$  والمستقيمت التي معادلاتها  $x = a$ ،  $x = b$  و  $y = 0$  في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد.
- (42) • نُدرج خواص التكامل في حالة  $f$  موجبة والمتعلقة:

$$* \text{ بعلاقة شال } \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \text{ ونتائجها وبالخطية.}$$

$$* \text{ بالمقارنة: إذا كانت } f \leq g \text{ فإن } \int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx.$$

$$* \text{ بالقيمة المتوسطة لدالة: } \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx.$$

\* حصر القيمة المتوسطة: إذا كانت  $m \leq f(x) \leq M$  على مجال  $[a; b]$  فإن

$$m \leq \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx \leq M$$

• بعد التعرف على الخواص السابقة يتم التعميم شيئاً فشيئاً من أجل:

$$* f \text{ سالبة حيث: } \int_a^b f(x) dx = - \int_a^b |f(x)| dx$$

\*  $f$  تغيّر إشارتها.

$$* \text{إشارة العدد } \int_a^b f(x) dx \text{ بدلالة إشارة } f \text{ على المجال } [a; b].$$

(43) • تعريف الدالة الأصلية للدالة  $f$  على  $[a; b]$  والتي تنعدم من أجل  $a$  على أنها الدالة التي ترفق كل  $x$

$$\text{من } [a; b] \text{ بالعدد } \int_a^x f(t) dt$$

$$(44) \bullet \text{ حساب الحجم: } \int_a^b \pi [f(x)]^2 dx \text{ نقتصر على الأمثلة البسيطة سهلة الحساب.}$$

(45) • يتعلق الأمر بمعالجة مشكلات من الواقع أو المرتبطة به مثل العبارة التكاملية للمسافة المقطوعة على مستقيم بمعرفة السرعة اللحظية.

### الهندسة في الفضاء:

(46) • نُعمّم تعريف الجداء السلمي في المستوي إلى الفضاء، نراجع بهذه المناسبة الجداء السلمي في المستوي. ونستعمل التعبير " شعاع يُعامد مستو " .

(47) • تُعالج مسائل يتطلب حلها استعمال الجداء السلمي و/أو عبارته التحليلية.

(48) • مجموعات النقط المقصودة هنا هي تلك المعروفة كما يلي: مجموعة النقط  $M$  حيث  $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{u} = k$  أو بصفة عامة  $\alpha MA^2 + \beta MB^2 = k$  ( $k$  عدد حقيقي).

(49) • نعني بالتميز بالمرجح، تعريف مستقيم، قطعة مستقيم ومستو، كمجموعة مراجح نقطتين، مرفقتين بمعاملين من نفس الإشارة، 3 نقط ليست على استقامة واحدة، على الترتيب.

(50) • نُسجّل أنه يمكن تمثيل مستقيم بمعادلتين خطيتين.

(51) • نُبرّر كيف أنّ دراسة الوضع النسبي لمستويين أو لمستقيم ومستو أو لمستقيمين يؤول إلى حل جملة معادلات خطية.

• نتطرّق إلى تقاطع ثلاثة مستويات الذي يؤدي إلى حل جملة ثلاث معادلات خطية بثلاثة مجاهيل.

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الثالثة ثانوي		الشعبة: تقني رياضي	
12 أسبوعا	الفصل الأول:	الدوال العددية (الاشتقاقية والاستمرارية)	أسبوعان ونصف	14 ساعة	
		الدالتان الأسية واللوغاريتمية	أسبوعان	12 ساعة	
		الدوال العددية (النهايات)	أسبوع	6 ساعات	
		التزايد المقارن ودراسة الدوال	أسبوع ونصف	10 ساعات	
		المتتاليات العددية	أسبوعان	12 ساعات	
		الأعداد والحساب	أسبوع	6 ساعات	
		تقويم ومعالجة	أسبوعان	12 ساعات	

الأسبوع	المحور	الدرس	العنوان	ح ساعي
1	الدوال العددية (الاشتقاقية والاستمرارية)	1	تقويم تشخيصي للمكتسبات التلاميذ	2
		2	الاشتقاقية والاستمرارية: التذكير بالنتائج المحصل عليها في السنة الثانية (1)	2
		3	العدد المشتق والمماس تعريف استمرار دالة على مجال	2
			مبرهنة القيم المتوسطة واستعمالها في إثبات وجود حلول للمعادلة $f(x) = k$ ، عدد حقيقي.	2
			المشتقات المتتابعة، حساب مشتق دالة مركبة.	1
			استعمال المشتقات لدراسة خواص دالة والمنحنى الممثل لها (اتجاه تغير دالة على مجال، التقريب الخطي، نقطة الانعطاف، ...)	1
2		5	استعمال المشتقات لدراسة خواص دالة والمنحنى الممثل لها. (تابع)	1
		6	توظيف المشتقات لحل مشكلات. (دراسة اتجاه تغير دوال كثيرات حدود، ناطقة، صماء) (2)	2
		7	توظيف المشتقات لدراسة الدوال المثلثية: $x \mapsto \sin x$ ، $x \mapsto \cos x$ ، $t \mapsto a \sin(\omega t + \varphi)$ (3)	1
3		9	توظيف المشتقات لدراسة الدوال المثلثية: $x \mapsto \sin x$ ، $x \mapsto \cos x$ ، $t \mapsto a \sin(\omega t + \varphi)$ (3) تابع	2
		10	الدالة الأسية: نشاط، تعريف وخواص الدالة $x \mapsto \exp(x)$ . (4)	2
		11	دراسة الدالة الأسية النيبيرية وتوظيف خواصها في حل معادلات ومترجمات.	2
4	الدالتان الأسية واللوغاريتمية	12	توظيف خواص دوال أسية $x \mapsto e^{kx}$ .	1
		13	دراسة الدالة $\exp au$ .	1
		14	الدوال اللوغاريتمية: تعريف وخواص الدالة اللوغاريتمية النيبيرية (5)	1
		15	دراسة الدالة اللوغاريتمية النيبيرية وتوظيف خواصها في حل معادلات ومترجمات.	2
		16	دراسة الدالة $\ln ou$ ، تعريف اللوغاريتم العشري. (6)	1
		17	دراسة الدالة $\ln ou$ ، تعريف اللوغاريتم العشري. (6) (تابع)	1
5	الدوال العددية (النهايات)	18	حل معادلات تفاضلية من الشكل: $y' = ay + b$ .	1
		19	النهايات: حساب نهاية منتهية أو غير منتهية لدالة عند الحدود (المنتهية أو غير المنتهية) لمجالات مجموعة تعريف. المستقيمت المقاربة للمحورين. (7)	2
		20	حساب نهاية باستعمال المبرهنات المتعلقة بالعمليات على النهايات. (8)	1
		22	حساب نهاية باستعمال المبرهنات المتعلقة بالعمليات على النهايات. (تابع)	1
		21	حساب نهاية باستعمال المقارنة أو الحصر وتركيب دالتين.	1
6	التزايد المقارن ودراسة دوال	22	دراسة السلوك التقاربي لدالة، المستقيم المقارب المائل (9)	1
		23	دوال القوى والجذور النونية وتوظيف خواصهما.	2
		24	معرفة وتفسير النهايات: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ ؛ $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0$ ؛ $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$ ؛ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ . (10)	1
25	تطبيقات على النهايات الأسية واللوغاريتمية	1		

3	دراسة دوال كثيرات حدود، ناطقة، صماء، دوال القوى. وحل مشكلات باستعمالها (11)	26	7	المتتاليات العددية
3	دراسة دوال أسية، اللوغاريتم، دوال القوى وحل مشكلات باستعمالها. (تابع)	27		
1	توليد متتالية عددية: استعمال التمثيل البياني لتخمين سلوك ونهاية متتالية عددية. (12)	28		
1	استعمال التمثيل البياني لتخمين سلوك ونهاية متتالية عددية. (تابع)	29	8	
2	التذكير بالمتتالية الحسابية والمتتالية الهندسية من خلال أنشطة وتطبيقات عليها	30		
2	الاستدلال بالتراجع: إثبات خاصية بالتراجع.	31		
1	الاستدلال بالتراجع: إثبات خاصية بالتراجع. تابع	32	9	
2	خواص المتتاليات: دراسة سلوك ونهاية متتالية. (13)	33		
1	المتتاليتان المتجاورتان: تعريف ومفهوم متتاليتين متجاورتين. (14)	34		
2	حل مشكلات توظف فيها المتتاليات والبرهان بالتراجع.	35	10	
1	قابلية القسمة $\mathbb{Z}$ : إثبات أن عدداً صحيحاً يقسم عدداً صحيحاً آخرأ.	36		
1	استعمال خواص قابلية القسمة في $\mathbb{Z}$ . (15)	37		
1	القسمة الإقليدية في $\mathbb{Z}$ : استعمال خوارزمية إقليدس لتعيين القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين. (16)	38		
1	استعمال خوارزمية إقليدس لتعيين القواسم المشتركة لعددين طبيعيين.	39		
1	حل مشكلات بتوظيف خواص القاسم المشترك الأكبر. (17)	40		
1	الموافقات في $\mathbb{Z}$ : معرفة واستعمال خواص الموافقات في $\mathbb{Z}$ . (18)	41		

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الثالثة ثانوي		الشعبة: تقني رياضي	
الفصل الثاني: 10 أسابيع	الأعداد والحساب	أسبوعان	12 ساعة		
	الإحصاء والاحتمالات	أسبوعان	12 ساعة		
	الأعداد المركبة والتحويلات النقطية	3 أسابيع ونصف	21 ساعات		
	الدوال الأصلية	نصف أسبوع	3 ساعات		
	تقويم ومعالجة	أسبوعان	12 ساعات		

الأسبوع	المحور	رقم الدرس	العنوان	ح ساعي
1	الأعداد والحساب	36	تعريف وخواص الموافقات في $\mathbb{Z}$ .	1
		37	التعداد: نشر عدد طبيعي وفق أساس. (19)	1
		38	الانتقال من نظام أساسه $\alpha$ إلى نظام أساسه $\beta$ .	1
		39	الأعداد الأولية: التعرّف على أولية عدد طبيعي.	1
		40	استعمال تحليل عدد طبيعي إلى جُداء عوامل أولية لتعيين مضاعفاته وقواسمه. (20)	1
		41	المضاعف المشترك الأصغر: استعمال تحليل عدد طبيعي إلى جُداء عوامل أولية لتعيين المضاعف المشترك الأصغر والقاسم المشترك الأكبر.	1
		42	استعمال العلاقة بين المضاعف المشترك الأصغر والقاسم المشترك الأكبر. (21)	1
2	الأعداد والحساب	43	استعمال خواص المضاعف المشترك الأصغر. (22)	1
		44	مبرهنة بيزو: استعمال مبرهنة بيزو. (23)	1
		45	مبرهنة غوص: استعمال مبرهنة غوص ونتائجها. (24)	2
		46	حل مسائل في الحساب	1

2	الاحتمالات المتساوية على مجموعة منتهية: إيجاد قانون احتمال لمتغير عشوائي. (25)	47	الإحصاء والاحتمالات	3
2	حل مسائل في الاحتمالات توظف المتغيرات العشوائية، قانون احتمالها، التباين، الانحراف المعياري والأمل الرياضي. (26)	48		
1	المبدأ الأساسي للعد: العد باستخدام المبدأ الأساسي للعد (المجموع والجداء). (27)	49		
1	تنظيم معطيات من أجل عدّها باستخدام المبدأ الأساسي للعد (المجموع والجداء). (تابع)	50		4
2	استخراج بعض قوانين التحليل التوفيقى (القوائم، الترتيبات، التبديلات، التوفيقات).	51		
2	حل مسائل في العد باستخدام قوانين التحليل التوفيقى	52		
1	دستور ثنائي الحد.	53	الأعداد المركبة	5
1	نمذجة وضعيات بالاعتماد على التجارب المرجعية للسحب أو الإلقاء. (28)	54		
1	المجموعة $\mathbb{C}$ : إجراء العمليات الحسابية على الأعداد المركبة. (29)	55		
1	استعمال خواص مرافق عدد مركب، حساب طويلة عدد مركب.	56		
1	تعيين الجدرين التربيعيين لعدد مركب. (30)	57		
1	حل في $\mathbb{C}$ ، معادلة من الدرجة الثانية ذات معاملات حقيقية. (31)	58		
1	حل في $\mathbb{C}$ ، معادلات يؤول حلها إلى حل معادلة من الدرجة الثانية ذات معاملات حقيقية.	59		6
1	الشكل المثلثي لعدد مركب غير معدوم: حساب عمدة لعدد مركب غير معدوم.	60		
1	الانتقال من الشكل الجبري إلى الشكل المثلثي والعكس.	61		
1	ترميز أولير: $e^{i\alpha}$ (32)	62		
1	التعبير عن خواص لأشكال هندسية باستخدام الأعداد المركبة. (33)	63		
1	توظيف خواص الطويلة والعمدة لحل مسائل في الأعداد المركبة وفي الهندسة.	64		
1	التحويلات النقطية المألوفة: تعيين الكتابة المركبة للتحويلات النقطية المألوفة (الانسحاب، التحاكي، الدوران). - التعرف عن تحويل انطلاقاً من الكتابة المركبة. (34)	65	التحويلات النقطية	7
1	حل مسائل هندسية تتطلب استعمال انسحابات، تحاكيات أو دورانات بالأعداد المركبة. (35)	66		
1	توظيف الأعداد المركبة لبرهان خواص الانسحاب، الدوران والتحاكي.	67		
1	التشابهات المستوية المباشرة: التعرف على تشابه مباشر. (36)	68		
1	التعبير عن تشابه مباشر بالأعداد المركبة. (37)	69		
1	تركيب تشابهين مباشرين.	70		
1	تعيين التحليل القانوني لتشابه مباشر بواسطة الأعداد المركبة. توظيف التحليل القانوني لتشابه مباشر بواسطة الأعداد المركبة.	71		8
2	توظيف خواص التشابهات المباشرة لحل مسائل هندسية.	72		
1	أنشطة حول تحويلات نقطية كتابتها المركبة هي $\bar{z}' = az + b$ (38)	73		
1	تعرف الدالة الأصلية لدالة على مجال والخواص. (39)	74		
2	تعيين دالة أصلية لدالة مستمرة على مجال. تعيين دوال أصلية لدوال مألوفة.	75		

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الثالثة ثانوي		الشعبة: تقني رياضي	
الفصل الثالث: 6 أسابيع	الدوال الأصلية (تابع)	نصف أسبوع	3 ساعة		
	الحساب التكاملي	أسبوع ونصف	9 ساعة		
	الهندسة في الفضاء	أسبوعان ونصف	15 ساعات		
	تقويم ومعالجة	أسبوع ونصف	9 ساعة		

الأسبوع	المحور	رقم الدرس	العنوان	ح ساعي
1	الدوال الأصلية	75	تعيين دالة أصلية لدالة مستمرة على مجال. تعيين دوال أصلية لدوال مألوفة. (تابع)	1
		76	تعيين الدالة أصلية التي تأخذ قيمة $y_0$ من أجل قيمة $x_0$ للمتغير. (40)	1
		77	حل معادلات تفاضلية من الشكل: $y' = f(x)$ ، $y'' = f(x)$ حيث $f$ دالة مألوفة.	1
1	الحساب التكاملي	78	المقاربة والتعريف. (41)	1
		79	توظيف خواص التكامل لحساب مساحة سطح معطى. (42)	2
2	الحساب التكاملي	80	مفهوم القيمة المتوسطة لدالة على مجال وحصرها.	1
		81	استعمال التكامل بالتجزئة.	2
		82	توظيف الحساب التكاملي لحساب دوال أصلية. (43)	1
		83	حساب حجم لمجسمات بسيطة. (44)	1
		84	توظيف الحساب التكاملي لحل مشكلات بسيطة. (45)	1
		85	الجداء السلمي: توظيف الجداء السلمي لإثبات تعامد مستقيمين، تعامد مستويين، تعامد مستقيم ومستوي. (46)	2
3	الهندسة في الفضاء	86	توظيف الجداء السلمي لتعيين معادلة ديكارتية لمستوي. (47)	1
		87	توظيف الجداء السلمي لحساب المسافة بين نقطة ومستوي.	1
		88	توظيف الجداء السلمي لتعيين مجموعات نقط. (48)	2
4	الهندسة في الفضاء	89	المستقيمت والمستويات في الفضاء: استعمال التمثيلات الوسيطة أو التمييز بالمرجح لحل مسائل الاستقامية، التلاقي، انتماء 4 نقط إلى نفس المستوي. (49)	3
		90	الانتقال من جملة معادلتين لمستقيم أو معادلة لمستوي إلى تمثيل وسيطي والعكس. (50)	1
		91	الأوضاع النسبية: تحديد الوضع النسبي لمستويين، لمستقيم ومستوي، لمستقيمين. (51)	2
		92	تعيين تقاطع مستويين، مستقيم ومستوي، مستقيمين. تقاطع 3 مستويات.	3
		5		

# السنة الثالثة رياضيات

## السنة الثالثة رياضيات \_\_\_\_\_ توجيهات وتعاليق وأمثلة لأنشطة

### الدوال العددية (الاشتقاقية والاستمرارية)

(1) • التذكير بالنتائج المحصل عليها في السنة الثانية، من خلال أنشطة وتمارين هادفة مختارة بعناية.

• من خلال دوال مثل:  $x \mapsto x^2$  ،  $x \mapsto |x|$  و  $x \mapsto \sqrt{x}$  نجعل التلاميذ يلاحظون أنّ الدالة تكون

مستمرة على مجال، عندما يمكن رسم منحنيها البياني على هذا المجال دون رفع القلم.

• كل الدوال المألوفة المقررة في هذا المستوى مستمرة على كل مجال من مجموعة تعريفها.

• لا تثار مسألة البحث في إثبات استمرارية دالة

(2) • ندرس أمثلة حول دوال من مثل:

\* الدوال الناطقة (حاصل قسمة كثير حدود من الدرجة 2 أو 3 على كثير حدود من الدرجة 1 أو 2).

\* الدوال الصماء  $x \mapsto \sqrt{f(x)}$  ، حيث  $f$  دالة موجبة وقابلة للاشتقاق.

\* الدوال المثلثية:  $x \mapsto \cos(ax + b)$  ،  $x \mapsto \sin(ax + b)$  ،  $x \mapsto \tan(x)$ .

• فيما يخص الدوال الصماء نتطرق إلى المماس الموازي لحامل محور الترتيب.

• يمكن الملاحظة أنّ كل دالة قابلة للاشتقاق على مجال هي دالة مستمرة على هذا المجال.

(3) • نشرح الكتابات  $\frac{df}{dx}$  ،  $\frac{d^2f}{dx^2}$  (المستعملة في الفيزياء) والكتابة  $dy = f'(x).dx$ .

يمكن توظيف العلاقة  $\Delta y \approx f'(x).\Delta x$  باستعمال جدول لتقريب دالة تكون حلاً لإحدى المعادلات

التفاضلية:  $y' = y$  ،  $y' = \frac{1}{x}$ .

### الدوال الأسية واللوغاريتمية:

(4) • تُعرف الدالة الأسية كحل خاص للمعادلة التفاضلية  $y' = y$  التي تحقق  $y(0) = 1$ .

• نبدأ بإنشاء حل تقريبي لهذه المعادلة باستخدام جدول (بتطبيق طريقة أولير) ثم بعدها نقبل بوجود هذا الحل.

• نقدّم هذه الدالة في مرحلة مبكرة من السنة الدراسية قصد توظيفها في العلوم الفيزيائية.

• نستنتج من التعريف خواص الدالة الأسية:  $\exp(x) > 0$  ،  $\exp(x + y) = \exp(x) \times \exp(y)$ .

الترميز  $e^x$  ، النهايات والمنحني الممثل لها.

(5) • نبيّن من أجل كل عدد حقيقي  $a$  موجب تماماً، أنّ المعادلة  $e^x = a$  تقبل حلاً وحيداً نرسم له

بالرمز  $\ln a$  ، يمكن القول حينئذ أنّ الدالة  $\ln$  هي الدالة العكسية للدالة الأسية، لكن لا تُعطى أي دراسة تفصيلية حول الدالة العكسية.

• تُستنتج الخواص الجبرية والتحليلية للدالة اللوغاريتمية  $\ln$  من خواص الدالة الأسية  $\exp$ .

• تتم الإشارة إلى أنّ المنحنيين الممثلين للدالتين  $\ln$  و  $\exp$  متناظران بالنسبة للمنصف الأول في المعلم

المتعامد والمتجانس وتبرير ذلك.

(6) • يعطى تعريف دالة اللوغاريتم العشري (التي نرمز إليها بالرمز  $\log$ ) ويشار إلى أهمية تطبيقاتها في

مواد أخرى.

### الدوال العددية (النهايات)

(7) • ننطلق من وضعيات ذات دلالة تتعلق بالدوال المدروسة في السنة الثانية ثانوي، ونهتم فقط بدوال تكون

مجموعة تعريفها معطاة أو سهلة التعيين.

• تُدعم مكتسبات التلاميذ حول مفهوم النهاية في وضعيات بسيطة (مثلاً النهاية المنتهية عند عدد حقيقي  $x_0$ )

وتوظيف ذلك في أمثلة بسيطة ثم توسع إلى وضعيات أخرى. ولتوضيح ذلك، نعتمد على تمثيلات بيانية

باستعمال برمجيات مناسبة كالمجذولات. كما يمكن توظيف الحاسبة البيانية:

\* لإزاحة النافذة نحو اليسار عندما يؤول  $x$  إلى  $-\infty$ .

\* لإزاحة النافذة نحو اليمين عندما يؤول  $x$  إلى  $+\infty$ .

\* لإنجاز تكبير للنافذة بجوار  $x_0$  عندما يؤول  $x$  إلى  $x_0$  وذلك لتخمين نهاية أو المصادقة عليها.

تُستغل هذه المناسبة للتذكير بالمستقيم المقارب الموازي لحامل محور الفواصل.  
 (8) • تُعطى المبرهنات الشهيرة المتعلقة بمجموع وجداء وحاصل قسمة نهايتين دون برهان. (يمكن أن يُقدم برهاناً على حالة بسيطة).  
 • تُعطى مبرهنات الحصر (نهاية منتهية، غير منتهية، وكذا المبرهنة التي تربط الترتيب بين الدالتين والترتيب بين نهايتين).

• حساب نهاية دالة مركبة  $g \circ f$  يطبق في الحالة التي تكون فيها  $g$  دالة مألوفة.  
 (9) • تسمح الملاحظة عند استعمال برمجيات مناسبة أو حاسبة بيانية بتخمين وجود مستقيم مقارب أو منح منقارب للمنحنى الممثل لدالة، وتحديد الوضعية النسبية لهما وتبرّر النتائج الملاحظة عن طريق الحساب.  
**التزايد المقارن:**

(10) • نجعل التلميذ يلاحظ، انطلاقاً من التمثيلات البيانية للدوال  $x \mapsto x^n$ ،  $x \mapsto e^x$ ،  $x \mapsto \ln x$  حيث  $n$  عدد طبيعي غير معدوم، أنّ هذه الدوال تؤول كلّها نحو  $+\infty$  عندما  $x \rightarrow +\infty$ ، لكن سلوكها مختلف ومن ثمّ استنتاج التزايد المقارن لها: في اللانهاية، تتفوق الدالة الأسية على الدالة " قوة " والدالة " قوة " على الدالة اللوغاريتم. في هذا المجال يمكن استعمال الحاسبة البيانية أو الجدول لتجسيد هذه السلوكات.

(11) • تُدرج دراسة بعض الأمثلة لدوال من الشكل:  $x \mapsto e^{-\lambda x^2}$  حيث  $(\lambda > 0)$ ؛  $x \mapsto a^x$  حيث  $(a > 0)$  أو  $x \mapsto x^a$  حيث  $(x > 0$  و  $a \in \mathbb{Q})$ .

• نقبل العلاقة:  $a^b = e^{b \ln a}$  من أجل كل عددين حقيقيين  $a$  و  $b$  حيث  $a > 0$  و  $b$  كيفي.

### المتاليات العددية:

(12) • تقترح متاليات معرفّة باستعمال دالة  $f$  بعلاقة من الشكل  $u_n = f(n)$  أو  $u_{n+1} = f(u_n)$  يتم بهذه المناسبة التذكير بالمتاليات الحسابية والمتاليات الهندسية.

(13) • في دراسة نهايات المتاليات تطبق النتائج المحصل عليها في السنة الثانية أو المبرهنات المعروفة على الدوال عندما يؤول  $n$  إلى  $+\infty$ .

• عندما تقبل الدالة  $f$  نهاية  $l$  عندما يؤول المتغيّر إلى  $+\infty$  فإنّ المتتالية  $(u_n)$  المعرفّة بالعلاقة  $u_n = f(n)$  تقبل نفس النهاية  $l$  عندما يؤول  $n$  إلى  $+\infty$  (ننبه أنّ العكس غير صحيح).

• تُعطى أمثلة عن دوال محدودة من الأعلى (بالقيمة المطلقة) بمتتالية هندسية متقاربة.

• من خلال أمثلة، ندرس تقارب المتاليات من الشكل  $u_{n+1} = f(u_n)$  خاصة عندما تكون الدالة  $f$  تآلفية

$(f(x) = ax + b)$ ، وفي هذه الحالة نناقش سلوك المتتالية حسب قيم العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$ .

(14) • يُعطى تعريف متاليتين متجاورتين وتُقبل النظرية التي تنص على أنّه إذا كانت متاليتين متجاورتين فإنّهما تقتربان إلى نفس النهاية ويستثمر ذلك لحساب مساحة الحيز تحت المنحنى الممثل لدالة.

### الأعداد والحساب:

(15) • يتعلق الأمر بالخواص التالية، التي يتعيّن إثباتها:

\* إذا كان  $a$  يقسم  $b$  و  $b$  يقسم  $c$  فإنّ  $a$  يقسم  $c$ .

\* إذا كان  $a$  يقسم  $b$  فإنّه من أجل كل عدد صحيح  $k$ ،  $a$  يقسم  $ka$  و  $kb$  يقسم  $kb$ .

\* إذا كان  $a$  يقسم  $b$  و  $c$  فإنّه من أجل كل  $x$  و  $y$  من  $\mathbb{Z}$ ، لدينا  $a$  يقسم  $bx + cy$ .

• نجد هنا فرصاً لممارسة بعض أنماط البرهان.

(16) • تُبرهن الخاصية: من أجل  $a \in \mathbb{Z}_+^*$  و  $b \in \mathbb{Z}_+^*$ ، توجد ثنائية وحيدة  $(q; r)$  ( $q$  و  $r$  عدنان صحيحان) حيث:  $a = bq + r$  و  $0 \leq r < b$ .

• كما تُبرهن المساواة:  $PGCD(a; b) = PGCD(b; r)$ .

• تُبرهن أنّ:  $PGCD(ka; kb) = kPGCD(a; b)$ .

وأنّ:  $PGCD(a; b) = d$  يكافئ  $a = da'$  و  $b = db'$  مع  $a'$  و  $b'$  أوليين فيما بينهما.

• توسيع مفهوم القاسم المشترك الأكبر إلى  $\mathbb{Z}$ .

- (17) • يمكن اقتراح أنشطة من النوع: إيجاد الأعداد الصحيحة  $a$  و  $b$  إذا أعطي  $PGCD(a;b)$  وعلاقة بين  $a$  و  $b$ .  
 • يمكن اقتراح مشكلات من الواقع مثل تبليط أرضية مستطيلة الشكل، رصف علب (متوازي مستطيلات) في صندوق (متوازي مستطيلات) ذي أبعاد معلومة، ...
- (18) • تُبرهن الخواص المتعلقة بتلاؤم الموافقة مع العمليتين  $+$  و  $\times$ .  
 • تُقترح أنشطة متنوعة مثل: إيجاد باقي قسمة، حيث يمكن إبراز محدودية الحاسبة.  
 • حل معادلات في  $\mathbb{Z}$ ، من الشكل:  $ax + by = c$ .  
 • تُقترح أنشطة متنوعة حول قابلية القسمة تُوظف فيها الموافقات.
- (19) • يُبرهن وجود ووحدانية نشر عدد طبيعي  $N$  وفق أساس  $X$  من الشكل:  

$$N = a_0 + a_1x^1 + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$
- (20) • يُبرهن وجود تحليل عدد طبيعي إلى جُداء عوامل أولية ونقبل، دون برهان، وحدانية هذا التحليل.  
 • تُقترح أنشطة متنوعة يُوظف فيها تحليل عدد طبيعي إلى جُداء أعداد أولية لتعيين قواسمه (أو عددها) أو مضاعفاته.
- (21) • تبرهن الخاصية:  $PGCD(a;b) \times PPCM(a;b) = ab$ .  
 • يمكن اقتراح أنشطة حول إيجاد الأعداد الصحيحة  $a$  و  $b$  إذا أعطي  $PGCD(a;b)$  أو  $PPCM(a;b)$  أو علاقة بين  $a$  و  $b$ .
- (22) • تبرهن الخاصية:  $PPCM(ka;kb) = |k| PPCM(a;b)$  حيث  $k$  عدد صحيح غير معدوم.  
 (23) • تُقترح أنشطة حول مبرهنة "بيزو" ومبرهنة "غوص".  
 (24) • نقصد بنتائج مبرهنة غوص، ما يلي:
- $a \in \mathbb{N}^*$  و  $b \in \mathbb{N}^*$  و  $p$  عدد أولي. إذا كان  $p$  يقسم  $ab$  فإن  $p$  يقسم  $a$  أو  $p$  يقسم  $b$ .  
 $a$  ،  $b$  ،  $c$  أعداد طبيعية غير معدومة. إذا كان  $a$  مضاعف  $b$  و  $c$  و  $PGCD(b;c) = 1$  فإن  $a$  مضاعف  $bc$ .  
 • يمكن استعمال مبرهنة غوص لحل في  $\mathbb{Z}$ ، المعادلة  $ax + by = c$ .

### الإحصاء والاحتمالات:

- (25) • مفهوم الاحتمال والمتغير العشوائي غير جديد على التلميذ، لذا تستغل هذه الفقرة في معالجة أنشطة تدعم مكتسباته حول الموضوع وتوفر له فرصة توظيفها من جديد لتهيئه إلى التوسع فيها لاحقاً.
- (26) • يُفسر الأمل الرياضي لمتغير عشوائي باعتباره المتوسط الحسابي لقيم هذا المتغير العشوائي مرفقة باحتمال كل منها، وتُعالج أنشطة متنوعة لتأكيد هذا المعنى وتوظيفه للإجابة عن تساؤلات تتعلق بالاحتمالات.  
 • تُعالج أنشطة نموذجية بتدخل فيها متغير عشوائي وتوظف الانحراف المعياري والأمل الرياضي.
- (27) • تُستعمل مختلف التمثيلات كالمخططات، الجداول، شجرة الإمكانات لطرح المبدأ الأساسي للعدّ وشرحه.  
 • تُبرر قوانين التحليل التوافقي انطلاقاً من معالجة أنشطة في العدّ تتمحور حول تجارب بسيطة في السحب (السحب على التوالي دون إعادة، مع الإعادة، السحب في آن واحد).  
 • تُعالج حالات بسيطة في العدّ لتدعيم مكتسبات التلميذ حول حل مسائل في الاحتمالات المتقطعة.  
 • يتم التوصل إلى قوانين التحليل التوافقي باعتماد دراسة نظرية بحيث تصبح هذه القوانين فيما بعد أدوات رياضية قوية تسمح بمعالجة وضعيات مركبة في العدّ تعتمد نمذجتها على تجارب إلقاء قطعة نقدية وإلقاء حجر نرد والسحب بأنواعه الثلاثة.
- (28) • يُبرر تعريف الاحتمال الشرطي انطلاقاً من وضعيات بسيطة في الاحتمالات المتساوية ثم يطبق في الحالات الأخرى.  
 • تعتبر الأنشطة التي تتعلق بتجارب السحب المتتالي ميداناً خصباً لمعالجة الاحتمالات الشرطية، لذا تقترح على التلميذ وضعيات متنوعة منها توفر له فرصة توظيف شجرة الاحتمالات.  
 (29) • تُعالج أنشطة حول الاحتمالات الشرطية يتطلب حلها تطبيق قوانين التحليل التوافقي.  
 • تُوسع هذه المسائل إلى وضعيات إدماجية من محيط التلميذ في ميدان الاقتصادي و/أو البيولوجي و/أو الفيزيائي وإلى المواد الدراسية الأخرى.

(30) • يتعلّق الأمر بمعالجة تجارب تولّد نماذجها إلى تجارب السحب بأنواعه الثلاثة وإلى إلقاء حجر النرد والقطعة النقدية، ثمّ تمديد هذه النمذجة إلى وضعيات تتدخل فيها المتغيرات العشوائية المتقطعة وشجرة الإمكانات.

• تعتبر المحاكاة وسيلة ضرورية لنمذجة مبنية على التجربة وذلك باستعمال تواتر كل مخرج من مخرجها، في حين تصبح قوانين التحليل التوفيقي أداة رياضية قوية لنمذجة نظرية.

### الأعداد المركّبة:

(31) • ندرس الأعداد المركّبة في إطار هندسي.

• نقترح أنشطة تتعلق بالبحث عن مجموعات النقط و/أو استعمال المرجح.

(32) • نتطرق إلى الجذرين التربيعيين لعدد مركّب.

(33) • نُقدّم المساعدة المناسبة للتلميذ لحل هذا النوع من المعادلات.

(34) • يُرمز  $e^{i\alpha}$  للعدد المركّب  $\cos \alpha + i \sin \alpha$ .

(35) • نُميّز دائرة مركزها النقطة  $\Omega$  ذات اللاحقة  $z_0$  أو نصف مستقيم مبدؤه  $\Omega$  بعلاقة من

الشكل  $z = z_0 + ke^{i\theta}$ ،  $k$  ثابت موجب و  $\theta$  يسمح  $\mathbb{R}$  عندما يتعلّق الأمر بالدائرة أو  $\theta$  ثابت و  $k$

يسمح  $\mathbb{R}^+$  عندما يتعلّق الأمر بنصف المستقيم.

• يُدرج تفسير طويلة وعمدة العددين  $z_A - z_B$  و  $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_D}$  واستعمالها في حل مسائل هندسية.

• نُبرهن الدساتير المتعلقة لطويلة وعمدة جُداء أو حاصل قسمة عددين مركّبين غير معدومين، نبيّن عندئذٍ أهمية ترميز أولير. (نستعمل ترميز أولير لإيجاد دساتير التحويل المدروسة سابقاً في حساب المثلثات).

### التحويلات النقطية:

(36) • نُبرز الكتابة المختصرة  $z' - z_0 = k(z - z_0)$  لكل من التحاكي والدوران.

(37) • نُعالج مسائل هندسية يتم فيها برهان خواص هذه التحويلات كحفظ الاستقامية، التوازي، المُرَجِّح،

...؛ التأثير على الأطوال وعلى المساحات؛ ... يمكن في هذه الفقرة الاعتماد على تمييز الدائرة وتمييز نصف المستقيم المشار إليهما أعلاه.

(38) • نُعرّف التشابه المباشر كتحويل نقطي يحافظ على نسب المسافات ويحافظ كذلك على الزوايا الموجهة.

• في حالة التي تكون فيها نسبة التشابه المباشر هي 1، نقول عن التشابه المباشر إنّه تقايساً موجّباً (أو إزاحة).  
• نُبيّن أنّ التحويلات المدروسة سابقاً هي تشابهات مباشرة.

(39) • نقبل أنّه لا توجد تشابهات مباشرة أخرى شكلها المركّب يختلف عن  $z' = az + b$  مع  $a \in \mathbb{C}^*$

و  $b \in \mathbb{C}$ . (يمكن برهان هذه النتيجة)

• نُبيّن أنّ التشابه المباشر (ماعد الانسحاب) يتميّز بثلاثة عناصر: مركزه ونسبته وزاويته.

• نُعالج مسائل متنوعة ووضعيات نستعمل فيها المثلثات المتشابهة تديماً لمكتسبات التلاميذ في السنة الأولى.

• نُبرهن أنّ إذا كانت  $A, B, A', B'$  أربع نقط مختلفة مثنى مثنى فإنّه يوجد تشابه مباشر وحيد يُحوّل  $A$  إلى  $A'$  و  $B$  إلى  $B'$ .

(40) • نُقترح أنشطة حول تحويلات نقطية كتابتها المركّبة هي  $z' = a\bar{z} + b$  وذلك في حالات خاصة

ويتقديم المساعدة المناسبة.

### الدوال الأصلية:

(41) • نُدرج الخواص المعروفة للدوال الأصلية وحسابها المستخلصة انطلاقاً من خواص المشتقات.

(42) • نثبت وحدانية الدالة الأصلية لدالة معرفة على مجال تأخذ قيمة معيّنة من أجل قيمة معلومة من هذا

المجال عندما نتعرّف على إحدى دوالها الأصلية.

### الحساب التكاملي:

(43) • يتم مقارنة مفهوم التكامل بحساب مساحات لأشكال هندسية معروفة (مستطيل، مثلث في وضعيات مختلفة، شبه منحرف).

• مثلاً حساب مساحة الحيز المستوي تحت المنحنى الممثل لدالة  $f$  مستمرة وموجبة على مجال  $[a; b]$  أي مجموعة النقط  $M(x; y)$  حيث  $a \leq x \leq b$  و  $0 \leq y \leq f(x)$ . ثم نقارن النتيجة بالعدد  $G(b) - G(a)$  حيث  $G$  هي دالة أصلية للدالة  $f$  على المجال  $[a; b]$ .

• نأخذ  $f$  دالة مستمرة وموجبة في وضعيات أولية (1) ثابتة (مساحة مستطيل)  
(2) تألفية (مساحة مثلث أو شبه منحرف)

• نعرّف العدد  $\int_a^b f(x) dx$  بالفرق  $G(b) - G(a)$  ونقرأ "التكامل من  $a$  إلى  $b$  لـ  $f(x)$  تفاضل  $x$ "

وهو يُمثّل مساحة الحيز المستوي المحدّد بمنحنى الدالة  $f$  والمستقيمت التي معادلاتها  $x = a$ ،  $x = b$  و  $y = 0$  في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد.

(44) • نُدرج خواص التكامل في حالة  $f$  موجبة والمتعلقة:

\* بعلاقة شال  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$  ونتائجها وبالخطية.

\* بالمقارنة: إذا كانت  $f \leq g$  فإن  $\int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx$ .

\* بالقيمة المتوسطة لدالة:  $\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$ .

\* حصر القيمة المتوسطة: إذا كانت  $m \leq f(x) \leq M$  على مجال  $[a; b]$  فإن

$$m \leq \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx \leq M$$

• بعد التعرّف على الخواص السابقة يتم التعميم شيئاً فشيئاً من أجل:

\*  $f$  سالبة حيث:  $\int_a^b f(x) dx = - \int_a^b |f(x)| dx$

\*  $f$  تغيّر إشارتها.

\* إشارة العدد  $\int_a^b f(x) dx$  بدلالة إشارة  $f$  على المجال  $[a; b]$ .

(45) • تعريف الدالة الأصلية للدالة  $f$  على  $[a; b]$  والتي تنعدم من أجل  $a$  على أنّها الدالة التي ترفق كل  $x$

$$\text{من } [a; b] \text{ بالعدد } \int_a^x f(t) dt$$

(46) • حساب الحجم:  $\int_a^b \pi [f(x)]^2 dx$  نقتصر على الأمثلة البسيطة سهلة الحساب.

(47) • يتعلق الأمر بمعالجة مشكلات من الواقع أو المرتبطة به مثل العبارة التكاملية للمسافة المقطوعة على مستقيم بمعرفة السرعة اللحظية.

(48) . نُعمِّم تعريف الجداء السُّلمي في المستوي إلى الفضاء، نراجع بهذه المناسبة الجداء السُّلمي في المستوي. ونستعمل التعبير " شعاع يُعامد مستو " .

(49) . تُعالج مسائل يتطلب حلُّها استعمال الجداء السُّلمي و/أو عبارته التحليلية.

(50) . مجموعات النقط المقصودة هنا هي تلك المعرّفة كما يلي: مجموعة النقط  $M$  حيث  $\vec{AM} \cdot \vec{u} = k$  أو بصفة عامة  $\alpha MA^2 + \beta MB^2 = k$  (  $k$  عدد حقيقي).

(51) . نعني بالتميز بالمرجح، تعريف مستقيم، قطعة مستقيم ومستو، كمجموعة مراجح نقطتين، مرفقتين بمعاملين من نفس الإشارة، 3 نقط ليست على استقامة واحدة، على الترتيب.

(52) . نُسجّل أنّه يمكن تمثيل مستقيم بمعادلتين خطيتين.

(53) . نُبَرّر كيف أنّ دراسة الوضع النسبي لمستويين أو لمستقيم ومستو أو لمستقيمين يؤول إلى حل جملة معادلات خطية.

. نتطرّق إلى تقاطع ثلاثة مستويات الذي يؤدي إلى حل جملة ثلاث معادلات خطية بثلاثة مجاهيل.

المادة: رياضيات	المستوى: السنة الثالثة ثانوي	الشعبة: رياضيات
الفصل الأول: 12 أسبوعا	الدوال العددية (الاشتقاقية والاستمرارية)	أسبوعان + ساعتين
	الدالتان الأسية واللوغاريتمية	أسبوعان
	الدوال العددية (النهايات)	أسبوع
	التزايد المقارن ودراسة الدوال	أسبوع + 5 ساعات
	المتتاليات العددية	أسبوعان
	الأعداد والحساب	أسبوع
	تقويم ومعالجة	أسبوعان

الأسبوع	المحور	رقم الدرس	العنوان	ح ساعي
1	الدوال العددية (الاشتقاقية والاستمرارية)	1	تقويم تشخيصي للمكتسبات التلاميذ	2
		2	الاشتقاقية والاستمرارية: التذكير بالنتائج المحصل عليها في السنة الثانية (1) العدد المشتق والمماس تعريف استمرار دالة على مجال	2
		3	مبرهنة القيم المتوسطة واستعمالها في إثبات وجود حلول للمعادلة $f(x) = k$ عدد حقيقي.	2
		1	المشتقات المتتالية، حساب مشتق دالة مركبة.	1
		4	استعمال المشتقات لدراسة خواص دالة والمنحنى الممثل لها (اتجاه تغيّر دالة على مجال، التقريب الخطي، نقطة الانعطاف، ...).	2
		5	استعمال المشتقات لدراسة خواص دالة والمنحنى الممثل لها. (تابع)	2
2	الدوال العددية (الاشتقاقية والاستمرارية)	6	توظيف المشتقات لحل مشكلات. (دراسة اتجاه تغيّر دوال كثيرات حدود، ناطقة، صماء) (2)	2
		8	توظيف المشتقات لدراسة الدوال المثلثية: $x \mapsto \sin x$ ، $x \mapsto \cos x$ ، $t \mapsto a \sin(\omega t + \varphi)$ (3)	1
3	الأسية واللوغار	7	توظيف المشتقات لدراسة الدوال المثلثية: $x \mapsto \sin x$ ، $x \mapsto \cos x$ ، $t \mapsto a \sin(\omega t + \varphi)$ (3) (تابع)	2
		9	الدالة الأسية: نشاط، تعريف وخواص الدالة $x \mapsto \exp(x)$ . (4)	2
		10	دراسة الدالة الأسية النيبيرية وتوظيف خواصها في حل معادلات ومتراجحات.	2
		11	توظيف خواص دوال أسية $x \mapsto e^{kx}$ .	1

1	توظيف خواص دوال أسية $e^{kx} \mapsto x$ (تابع)	12	الدوال العددية (التفاضلية)	4
1	دراسة الدالة $\exp au$ .	13		
1	الدوال اللوغاريتمية: تعريف وخواص الدالة اللوغاريتمية النيبيرية (5)	14		
2	دراسة الدالة اللوغاريتمية النيبيرية وتوظيف خواصها في حل معادلات ومترجمات.	15		
2	دراسة الدالة $\ln au$ ، تعريف اللوغاريتم العشري. (6)	16		
2	حل معادلات تفاضلية من الشكل: $y' = ay + b$ .	17		
2	النهايات: حساب نهاية منتهية أو غير منتهية لدالة عند الحدود (المنتهية أو غير المنتهية) لمجالات مجموعة تعريف. المستقيمات المقاربة الموازية للمحورين. (7)	18		
2	حساب نهاية باستعمال المبرهنات المتعلقة بالعمليات على النهايات. (8)	19		
1	دراسة السلوك التقاربي لدالة، المستقيم المقارب المائل. (9)	20		
2	حساب نهاية باستعمال المقارنة أو الحصر ومركب دالتين.	21		
1	دوال القوى والجذور النونية وتوظيف خواصهما.	22		
1	دوال القوى والجذور النونية وتوظيف خواصهما. (تابع)	23		
1	معرفة وتفسير النهايات: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ ؛ $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0$ ؛ $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$ ؛ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ (10)	24	التزايد المقارن ودراسة الدوال	6
2	تطبيقات على النهايات الأسية واللوغاريتمية	25		
3	تطبيقات على النهايات دراسة دوال كثيرات حدود، ناطقة، صماء، دوال القوى. وحل مشكلات باستعمالها (11)	26		
4	تطبيقات على النهايات دراسة دوال أسية، اللوغاريتم، دوال القوى وحل مشكلات باستعمالها. (تابع)	27		
1	توليد متتالية عددية: استعمال التمثيل البياني لتخمين سلوك ونهاية متتالية عددية. (12)	28		
1	استعمال التمثيل البياني لتخمين سلوك ونهاية متتالية عددية. (تابع)	29		
2	التذكير بالمتتالية الحسابية والمتتالية الهندسية من خلال أنشطة وتطبيقات عليها	30		
3	الاستدلال بالتراجع: إثبات خاصية بالتراجع.	31	المتتاليات العددية	8
1	خواص المتتاليات: دراسة سلوك ونهاية متتالية. (13)	32		
2	خواص المتتاليات: دراسة سلوك ونهاية متتالية. (تابع) (13)	33		
1	المتتاليتان المتجاورتان: تعريف ومفهوم متتاليتين متجاورتين. (14)	34		
3	حل مشكلات توظف فيها المتتاليات والبرهان بالتراجع.	35		
1	القسمة الإقليدية في $\mathbb{Z}$ : قابلية القسمة $\mathbb{Z}$ ، إثبات أن عدداً صحيحاً يقسم عدداً صحيحاً آخرأ.	36		
1	استعمال خواص قابلية القسمة في $\mathbb{Z}$ . (15)			
2	استعمال خوارزمية إقليدس لتعيين القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين. (16)		الأعداد والحساب	10
1	حل مشكلات بتوظيف خواص القاسم المشترك الأكبر. (17)			
2	الموافقات في $\mathbb{Z}$ : معرفة واستعمال خواص الموافقات في $\mathbb{Z}$ . (18)			

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الثالثة ثانوي		الشعبة: رياضيات	
الفصل الثاني: 10 أسابيع	الأعداد والحساب	أسبوعان	14 ساعة		
	الإحصاء والاحتمالات	أسبوعان	15 ساعات		
	الأعداد المركبة والتحويلات النقطية	3 أسابيع	21 ساعات		
	الدوال الأصلية	أسبوع	6 ساعات		
	تقويم ومعالجة	أسبوعان	14 ساعات		

الأسبوع	المحور	الدرس	العنوان	ح ساعي
1	الأعداد والحساب	36	التعداد: نشر عدد طبيعي وفق أساس. (19)	1
		37	الانتقال من نظام أساسه $\alpha$ إلى نظام أساسه $\beta$ .	1
		38	الأعداد الأولية: التعرف على أولية عدد طبيعي.	1
		39	استعمال تحليل عدد طبيعي إلى جُداء عوامل أولية لتعيين مضاعفاته وقواسمه. (20)	1
		40	المضاعف المشترك الأصغر: استعمال تحليل عدد طبيعي إلى جُداء عوامل أولية لتعيين المضاعف المشترك الأصغر والقاسم المشترك الأكبر.	1
		41	استعمال العلاقة بين المضاعف المشترك الأصغر والقاسم المشترك الأكبر. (21)	2
		42	استعمال خواص المضاعف المشترك الأصغر. (22)	1
		43	مبرهنة بيزو: استعمال مبرهنة بيزو. (23)	2
		44	مبرهنة غوص: استعمال مبرهنة غوص ونتائجها. (24)	2
		45	حل مسائل في الحساب	2
2	الإحصاء والاحتمالات	46	الاحتمالات المتساوية على مجموعة منتهية: إيجاد قانون احتمال لمتغير عشوائي. (25)	2
		47	حل مسائل في الاحتمالات توظف المتغيرات العشوائية، قانون احتمالها، التباين، الانحراف المعياري والأمل الرياضي. (26)	2
		48	المبدأ الأساسي للعد: تنظيم معطيات من أجل عدّها باستخدام المبدأ الأساسي للعدّ (المجموع والجُداء). (27)	1
		49	استخراج بعض قوانين التحليل التوفيقي (القوائم، الترتيبات، التبديلات، التوفيقات).	2
		50	حل مسائل في العد باستعمال قوانين التحليل التوفيقي	1
		51	دستور ثنائي الحد.	1
		52	الاحتمالات الشرطية: - التعرف على استقلال أو ارتباط حدثتين. توظيف شجرة الاحتمالات لحل مسائل في الاحتمالات الشرطية. (28)	2
		53	حل مسائل في الاحتمالات الشرطية باستعمال قوانين التحليل التوفيقي. (29)	1
		54	توظيف دستور الاحتمالات الكلية لحل مسائل في الاحتمالات تتعلق بسحب أكثر من وعاء.	2
		55	نمذجة وضعيات بالاعتماد على التجارب المرجعية للسحب أو الإلقاء. (30)	1
3	الأعداد المركبة	56	المجموعة $\mathbb{C}$ : إجراء العمليات الحسابية على الأعداد المركبة. (31)	1
		57	استعمال خواص مرافق عدد مركب، حساب طويلة عدد مركب.	1
		58	تعيين الجدرين التربيعيين لعدد مركب. (32)	1
		59	حل في $\mathbb{C}$ ، معادلة من الدرجة الثانية ذات معاملات حقيقية. (33)	1
		60	حل في $\mathbb{C}$ ، معادلات يؤول حلها إلى حل معادلة من الدرجة الثانية ذات معاملات حقيقية.	1
		61	الشكل المثلثي لعدد مركب غير معدوم: حساب عمدة لعدد مركب غير معدوم.	1
		62	الانتقال من الشكل الجبري إلى الشكل المثلثي والعكس.	1
		63	ترميز أولير: $e^{i\alpha}$ (34)	1
		64	التعبير عن خواص لأشكال هندسية باستعمال الأعداد المركبة. (35)	1
		65	توظيف خواص الطويلة والعمدة لحل مسائل في الأعداد المركبة وفي الهندسة.	2
4	التحويلات	66	توظيف دستور موافر لحل مسائل في الأعداد المركبة وفي الهندسة.	1
		67	التحويلات النقطية المألوفة: تعيين الكتابة المركبة للتحويلات النقطية المألوفة (الانسحاب، التحاكي، الدوران). - التعرف عن تحويل انطلاقاً من الكتابة المركبة. (36)	1
		68	حل مسائل هندسية تتطلب استعمال انسحابات، تحاكيات أو دورانات بواسطة الأعداد المركبة (37)	1
		69	توظيف الأعداد المركبة لبرهان خواص الانسحاب، الدوران والتحاكي.	1
		70	التشابهات المستوية المباشرة: التعرف على تشابه مباشر. (38)	1
		71	التعبير عن تشابه مباشر بالأعداد المركبة. (39)	1
		72	تركيب تشابهين مباشرين.	1
		72		1

1	تعيين التحليل القانوني لتشابه مباشر بواسطة الأعداد المركبة.	73	الدوال الأصلية	8
1	توظيف التحليل القانوني لتشابه مباشر بواسطة الأعداد المركبة.	74		
1	توظيف خواص التشابهات المباشرة لحل مسائل هندسية. (تابع)	75		
1	أنشطة حول تحويلات نقطية كتابتها المركبة هي $z' = az + b$ . (40)	76		
2	تعرف الدالة الأصلية لدالة على مجال والخواص. (41)	77		
1	تعيين الدالة أصلية التي تأخذ قيمة $y_0$ من أجل قيمة $x_0$ للمتغير. (42)	78		
2	تعيين دالة أصلية لدالة مستمرة على مجال. تعيين دوال أصلية لدوال مألوفة.	79		
1	حل معادلات تفاضلية من الشكل: $y' = f(x)$ ، $y'' = f(x)$ حيث $f$ دالة مألوفة.	80		

المادة: رياضيات		المستوى: السنة الثالثة ثانوي		الشعبة: رياضيات	
الفصل الثالث: 6 أسابيع	الحساب التكاملي	أسبوع ونصف	10 ساعات		
	الهندسة في الفضاء	أسبوعان ونصف	18 ساعة		
	تقويم ومعالجة	أسبوعان	14 ساعات		

الأسبوع	المحور	رقم الدرس	العنوان	ح ساعي
1	الحساب التكاملي	80	المقاربة والتعريف. (43)	1
		81	توظيف خواص التكامل لحساب مساحة سطح معطى. (44)	2
		82	مفهوم القيمة المتوسطة لدالة على مجال وحصرها.	1
		83	استعمال التكامل بالتجزئة.	2
		84	توظيف الحساب التكاملي لحساب دوال أصلية. (45)	1
		85	حساب حجم لمجسمات بسيطة. (46)	1
2	الهندسة في الفضاء	86	توظيف الحساب التكاملي لحل مشكلات بسيطة. (47)	2
		87	الجداء السلمي: توظيف الجداء السلمي لإثبات تعامد مستقيمين، تعامد مستويين، تعامد مستقيم ومستوي. (48)	2
		88	توظيف الجداء السلمي لتعيين معادلة لمستوي. (49)	2
		89	توظيف الجداء السلمي لحساب المسافة بين نقطة ومستوي.	1
3	الهندسة في الفضاء	90	توظيف الجداء السلمي لتعيين مجموعات نقط. (50)	3
		91	المستقيمات والمستويات في الفضاء: استعمال التمثيلات الوسيطة أو التمييز بالمرجح لحل مسائل الاستقامية، التلاقي، انتماء 4 نقط إلى نفس المستوي. (51)	3
		92	الانتقال من جملة معادلتين لمستقيم أو معادلة لمستوي إلى تمثيل وسيطي والعكس. (52)	2
4	الهندسة في الفضاء	93	الأوضاع النسبية: تحديد الوضع النسبي لمستويين، لمستقيم ومستوي، لمستقيمين. (53)	2
		94	تعيين تقاطع مستويين، مستقيم ومستوي، مستقيمين. تقاطع 3 مستويات.	3