مراجعة الأعداد العقدية الجزء الأول ذ:الرقبة

تمرين:1

ليكن f التطبيق المعرف من $\mathbb{C}-\{-i\}$ نحو $\mathbb{C}$ بما يلي : $f:\mathbb{C}-\{-i\}\to\mathbb{C}$

$$z\mapsto f(z)=\frac{iz}{z+i}$$

من المستوى العقدي نعتبر النقطة M ذات اللحق z

1- حدد z_0 لحق النقطة B حيث $f(z_0)=1+2i$

2- ليكن r و θ عددان حقيقيان حيث $\arg(z+i)\equiv\theta[2\pi]$ و $|z+i|=r$

حدد بدلالة r و θ معيار وعمدة العدد العقدي $f(z)-i$

3- لتكن A النقطة ذات اللحق $-i$

a) حدد (ℓ) مجموعة النقط $M(z)$ حيث $|f(z)-i|=\sqrt{2}$

b) حدد (D) مجموعة النقط $M(z)$ حيث $\arg(f(z)-i)=\frac{\pi}{4}[2\pi]$

تمرين 2

في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد وممنظم التى $(o,\vec{u},\vec{v})$

نعتبر النقط M_1 و M_2 و M_3 ألحاقها على التوالي هي .

z_1 و z_2 و z_3 حيث : $z_1=\sqrt{3}-i$ و $z_2=\sqrt{3}+i$ و $z_3=2i$

a) بين أن النقط M_1 و M_2 و M_3 تنتمي إلى دائرة مركزها o

b) أحسب $|z_2-z_1|$ و $|z_2-z_3|$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $oM_1M_2M_3$

تمرين 3

ليكن α عددا عقديا غير منعدم

(1 a- احسب : $(2\alpha+i)^2$

(2 نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v},)$ النقطتين $A(-\alpha)$ و $B(\alpha+i)$.

a- حدد قيم α لكي تنتمي النقطتان A و B للدائرة التي مركزها O وشعاعها I.

b- نعتبر النقط $M(i)$ و $N\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i\right)$ و $P\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i\right)$

احسب : $\frac{MN}{MP}$ و $\left(\overrightarrow{MP};\overrightarrow{MN}\right)$، ثم استنتج طبيعة المثلث MNP.

تمرين -4-

لكل z من $\mathbb{C}^*$ نضع $f(z)=\frac{1+i\sqrt{3}}{z}$

1) اكتب على الشكل المثلثي الأعداد $f(1)$ و $f(-1)$ و $f(i)$ و $f\left(1-i\sqrt{3}\right)$.

2) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $f(z)=z$.

3) حدد وأنشئ في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$:

أ- (Γ) مجموعة النقط M ذات اللحق z بحيث يكون $|f(z)|=1$

ب- (Δ) مجموعة النقط M ذات اللحق z بحيث يكون : $\arg(f(z))\equiv\frac{\pi}{6}[2\pi]$

http://www.0et1.com

مراجعة الأعداد العقدية الجزء الأول ذ:الرقبة

تمرين 5

1- لتكن الأعداد العقدية $z_0;z_1;z_2$ بحيث : $z_0=\left[\frac{2}{3},\frac{\pi}{5}\right]$; $z_1=\left[\frac{3}{2},\frac{19\pi}{30}\right]$; $g^{-1}\ z_2=\left[\frac{2}{3},\frac{23\pi}{15}\right]$

نضع : $u_1=z_0z_1$ و $u_2=\frac{z_2}{z_0}$

أ- بين أن : $u_1=\frac{-\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ و $u_2=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$

ب- أحسب : ${u_1}^6+{u^6}_2$

2- المستوى العقدي (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{e_1},\vec{e_2}\right)$، نعتبر في (P) النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ و u_1 و u_2. أحسب المسافة BC وحدد قياسا للزاوية $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right)$

تمرين6

في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$، نعتبر النقطتين $M_1\left(z_1\right)$ و $M_2\left(z_2\right)$ حيث

$z_1=1+i\tan\theta$ و $z_2=i+\tan\theta$ مع $-\frac{\pi}{2}\le\theta\le\frac{\pi}{2}$

a- اكتب على الشكل المثلثي كلا من العددين z_1 و z_2 .

b- بين أن $OM_1=OM_2$ وحدد $\left(\overrightarrow{OM_1},\overrightarrow{OM_2}\right)$.

c- حدد θ ليكون المثلث OM_1M_2 متساوي الأضلاع.

تمرين7

نعتبر المتتالية $\left(z_n\right)_{n\in\mathbb{N}^*}$ المعرفة ب :

$$\begin{cases}z_1=1\\ \forall n\in\mathbb{N}^*,z_{n+1}=(1+i)z_n\end{cases}$$

1- أحسب z_2 و z_3 و z_4 و z_5 وأرسم صورها من المستوى العقدي

2- أحسب z_n بدلالة n و $(1+i)$ و استنتج أن المتتالية $\left(z_n\right)_{n\in\mathbb{N}^*}$ هندسية محددا عناصرها الأساسية

3- ماهي مجموعة الأعداد p بحيث z_p بحيث يكون عددا حقيقيا

تمرين8

θ عدد حقيقي حيث $0\prec\theta\prec2\pi$. نعتبر العددين العقديين $z=\cos\theta+i\sin\theta$ و $Z=\frac{1+z}{1-z}$ حيث $z\neq1$

1- a) ماهي قيم θ التي من أجلها Z معرفة

b) بين أن : $Z=i\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{\theta}{2}}$

c) ماهي قيم θ التي من أجلها يمكن حساب عمدة Z ، $\arg Z$ وما هو العمدة من هذه الحا لة

2- أحسب معيار Z بدلالة θ