حلول تمارين الكتاب

المدرسي الرياضيات

السنة الثالثة

متوسط

المثلث القائم و الدائرة

نشاط (1) و (2) ص 152 من إختبر مكتسباتك

(1) - مركز الدائرة المحيطة بالمثلث هي نقطة تقاطع المحاور

- رسم المثلث (ليس من الضروري رسم المحاور الثلاثة للمثلثABC حتى تتعيّن مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث) بل يكفي رسم محورين فقط

(2)

رسم مثلث BEF قائم في B الضلعان القائمان هما [BE] و[BF] الضلع [EF] يسمى وترا

نشاط (1) ص 153

(1

- رسم مثلث ABC قائم في A ثم رسم المستقيم (d) محور [AC]

* إثبات أن (d) يقطع الوتر [BC] في منتصفه O

لدينا (d) // (AB) ويشمل منتصف [AC] حسب النظرية العكسية لمستقيم المنتصفين فإن O منصف [BC]

* بما أن محور [BC] عمودي على [BC] في O منصف [BC] هذا يعني أنه يشمل O

(2

* مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC هي النقطة O لأنها نقطة تقاطع محاوره

* يمثل المتر [BC] بالنسبة لهذه الدائرة هو قطرها

(3

إذا كان مثلث قائما فإن **منتصف وتر** هذا المثلث هو **مركز** للدائرة المحيطة به

نشاط (2) ص 153

- كل الأقوال صحيحة

- الرباعي MKLJ فيه القطران متقايسان و متناصفان فهو مستطيل إذن المثلث JMK قائم في M

- إذا كان قطر دائرة ضلعا ً لمثلث مرسوم في هذه الدائرة فإن هذا المثلث قائما ووتره هو ذلك القطر

نشاط (3) ص 154

(1

O منتصف [BC] لأن المتوسط المتعلق [BC] يقطع [BC] في منتصفه

(2

الدائرة المحيطة بالمثلث ABC مركزها هي O لأن O منصف وتره لأن هذا المثلث قائم في A

(3

بما أن المثلث ABC قائم في A فإن **الوتر** [BC] هو **قطر** للدائرة المحيطة به

إذن النقطة O منتصف [BC] هي مركز هذه الدائرة

يكون إذن OA =OB + OC ومنه $OA = \frac{BC}{2}$

نشاط (4) ص 154

- رسم المثلث DEF حسب المعطيات الواردة في النشاط

- النقطة E تنتمي إلى الدائرة لأن IE = ID = IF

و I مركزها أي IE هو نصف قطر لها

- إذا كان طول متوسط في مثلث المتعلق بأحد الأضلاع يساوي نصف طول هذا الضلع فإن هذا المثلث قائم

مناقشة نشاط 3 **ص** 152 **(إختبر مكتسباتك)**

$177.42cm^2$ **(**1

3.08 cm **(**2

نشاط (1) ص 154

1) رسم مثلث قائم في A في جميع الحالات الأربعة

2) في كل حالة $AB^2 + AC^2 = BC^2$

نشاط (2) ص 154

1) رسم مربعاً ضلعه a+b بالطريقة المبيّنة في الشكل (2) ثم تلوين المثلثات بالأصفر والرباعي الداخلي بالأخضر

2)

مساحة المربع الخارجي بدلالة a و b هي $(a+b)^2$

3) الرباعي الأخضر مربع لأن

مساحته هي c^2

المثلثات الأربعة الملوّنة بالأصفر هي قائمة و $c^2=a^2+b^2$ في كل حالة (حسب الخاصية السابقة)

4) مساحة المثلث الواحد هي $\frac{a\times b}{2}$

ومساحة المثلثات الأربعة هي $2\times a \times b$

5) المساواة $(a+b)^2 = c^2 + 4 \times \left(\frac{a\times b}{2}\right)$ صحيحة لأن مساحة المربع الخارجي= مساحة المربع الداخلي + مساحة المثلثات الأربعة

هذه المساواة تبسط كالآتي :

$(a\times b) \quad (a\times b) = c^2 + 2\,(a\times b)$

$a^2 + ab + ab + b^2 = c^2 + 2\,Ab$

$a^2 + 2\,Ab + b^2 = c^2 + 2\,Ab$

ومنه : $a^2 + b^2 = c^2$

نشاط 3 **ص** 155

$AB^2 + AC^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$

$BC^2 = 100$

$AB^2 + AC^2 = (5.4)^2 + (4.5)^2$

$= 29.16 + 20.25$

$= 49.42$

$BC^2 = 49.42$

$AB^2 + AC^2 = 12.25 + 5.76$

$= 18.06$

$BC^2 = 18.06$

نلاحظ في كل حالة أن

$BC^2 = AC^2 + AB^2$

رسم مثلث ABC حسب الحالات الثلاثة السابقة

إذا كانت أطوال المثلث ABC تحقق أن :

$BC^2 = AB^2 + AC^2$ فإن المثلث ABC قائم فيA

حل تمرين 2 ص 165

(1

بم أن المثلث قائم في B و $\hat{A} = 45°$ فإن $\hat{C} = 45°$

لأن مجموع أقياس زوايا مثلث هو 180°

الزاويتان $\hat{A}$ و $\hat{C}$ متقايستان يعني أن المثلث ABC متساوي الساقين أي BA =BC

بما أن BA = 4cm فإن BC=4cm الوتر هو [AC]

ولدينا $AC^2 = BA^2 + BC^2 = 16+16 = 32$

لأن المثلث قائم في $\hat{B}$ إذن AC = 5.6 cm

(2

إن وتر المثلث القائم ABC هو قطر للدائرة المحيطة به إذن منصف هذا الوتر هو مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث ونصف قطرها هو $\frac{1}{2}$ AC= 2.8cm

حل تمرين 4 ص 165

بما أن المثلث AMB القائم في M وتره هو قطر الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها 2cm فإن الدائرة المحيطة به هي مركزها O منتصف الوتر (حسب النظرية)

إذن M تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O

حل تمرين 6 ص 165

(1

المثلث AMBقائم في M لأن أحد أضلاعه قطر لها

(2

الرباعي AMBN فيه القطران متقايسان و متناصفان فهو مستطيل

حل تمرين 8 ص 166

(1

المثلث AMB فيه الضلع [AB] هو قطر للدائرة (C) فهو قائم في M

المثلث ANB فيه الضلع [AB] هو قطر للدائرة (C) فهو قائم في N

(2

المثلثان AMB وANBقائمان متقايسان لأن

* [AB] وتر مشترك

* $M\hat{A}B = N\hat{B}A$ ......بالتناظر المحوري

حل تمرين 13 ص 166

حسب نظرية فيتاغورس على المثلث القائم ABC في A

فإن $BC^2 = AC^2 + AB^2$ أي $BC^2 = 7^2 + 5^2$

ومنه : $BC^2 = 49 + 25$ أي $BC^2 = 74$

ومنه BC = 8.60

حل تمرين 15 ص 166

حسب نظرية فيتاغورس على المثلث القائم STR في S

$RT^2 = SR^2 + TS^2$ أي $100 = SR^2 + 36$

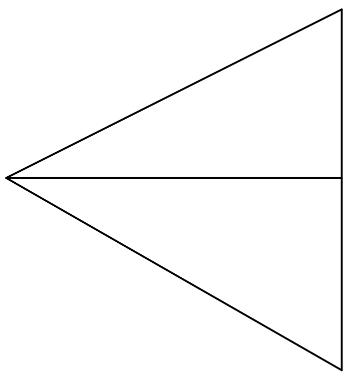
ومنه : $SR^2 = 100 - 36$ ومنه : $SR^2 = 64$ أي $SR = \sqrt{64} = 8$

حل تمرين 17 ص 167

1) إنشاء D نظيرة C بالنسبة إلى B

2) لدينا (AB) محور [CD] إذن المثلث ACD متساوي الساقين رأسه A

- ABC مثلث قائم في B	C



وحسب نظرية فيتاغورس فإن

$AB^2 + BC^2 = AC^2$

9 + 4 = 13

A	B	إذن $AC = \sqrt{13} = 3.60$

هذا يعني أن

$AD = \sqrt{13} = 3.60$

لأن المثلث ACD متساوي

الساقين ولدينا CD = 4cm

D

حل تمرين 18 ص 167

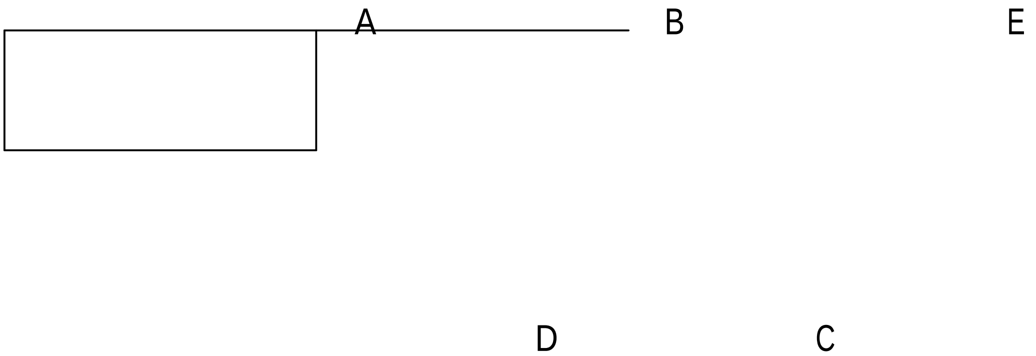
لدينا : $MN = (4.7)^2 = 22.09$

و $MP = 4.2^2 = 17.64$ و $NP = (2.45)^2 = 6$

إذن $MN^2 = MP^2 + NP^2$ فحسب نظرية فيتاغورس فإن المثلث NM P قائم في P

حل تمرين 21 ص 167

1) رسم ABCD مستطيل ُم انشاء E نظيرة A بالنسبة إلى B



2) - بعد E عن مستقيم (BC) هو 5.5cm

- - بعد E عن مستقيم (AD) هو 11cm

- بعد Cعن مستقيم (AE) هو cm3

- بعدD عن مستقيم (BA) هو 3cm

حل تمرين 22 ص 167

1) نقل الشكل الذي يتكون من مستقيم (d) ونقطة A بعدها عن (d) هو2cm

- إنشاء M تنتمي إلى (d) بحيث يكون AH هو بعد

Aعن (d)

- نقول عن المستقيمين (AH) و(d) أنهما متعامدان

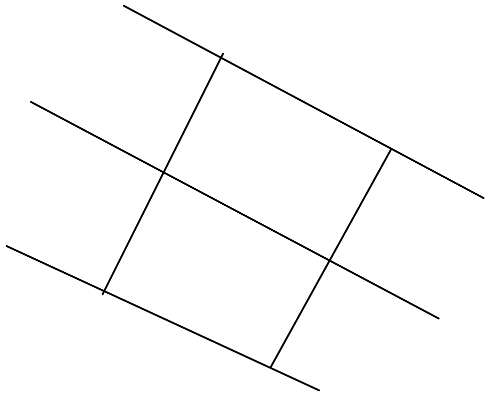
2) إنشاء B تختلف عن A والنقط H ، B ، A على استقامة واحدة و AH = BH

- المستقيم (d) يمثل محور [AB] لأنه عمودي عليها في منتصفها

3) إنشاء نقطتين E وF مختلفتين عن A و B ويقعان على جهتي (d) بحيث أن بعد كل منهما عن (d) يساوي 2cm

- نعم (L) يشمل A

والمستقيم (K) يشمل F ويوازي (d)



A

H E

(L)

B (d)

F (K)

نشاط (4) من إختبر مكتسباتك ص 152

- وضعية النقطة A داخل الدائرة (E) لأن $OA<3.5cm$
- وضعية النقطة B تنتمي إلى الدائرة(E) لأن $OB=3.5cm$
- وضعية النقطة C خارج الدائرة (E) لأن $OC>3.5cm$

نشاط (1) ص 158

1)- عدد النقط المشتركة بين الدائرة (C) و المستقيم (d)

في الشكل (1) هي نقطتين

- عدد النقط المشتركة بين الدائرة (C) و المستقيم (d)

في الشكل (2) هي نقطة واحدة

- لا توجد نقط مشتركة بين الدائرة (C) و المستقيم (d)

في الشكل (3)

* في الشكل (1) (d) قاطع للدائرة (C)

في الشكل (2) (d) مماس للدائرة (C)

في الشكل (3) (d) خارج للدائرة (C)

2) يمثل OH بعد النقطة O عن المستقيم (d)

نلاحظ أنه في الشكل (1) الطول OH أصغر من نصف القطر وفي الشكل (2) الطول OH يساوي نصف القطر

و في الشكل (3) الطول OH أكبر من نصف القطر

نشاط (2) ص 158

1) في حالة بعد النقطة **I** عن المستقيم (Δ) يساوي 4cm فإن (Δ) هو خارج الدائرة (C)

2 **)** في حالة بعد النقطة **I** عن المستقيم (Δ) يساوي 1.5 cm فإن (Δ) هو مماس الدائرة (C)

3 **)** في حالة بعد النقطة **I** عن المستقيم (Δ) يساوي 1cm فإن (Δ) هو قاطع الدائرة (C)

نشاط (3) ص 158

AB<AM لأن B تنتمي إلى الدائرة (C) بينما M تقع خارج الدائرة (C)

- يمثل AB نصف قطر الدائرة (C)

- المستقيمان (Δ) و (AB) متعامدان لأن AM>r أي كل نقطة من (Δ) تختلف عن B تقع خارج الدائرة (C)

أي أن الطول AB أصغر مسافة بين A و المماس (Δ) إذن (AB) ⊥ (Δ) في B

- إن المماس للدائرة (C) في النقطة B **عمودي** على المستقيم **(**AB**)**

حل تمرين 23 **ص** 168

وضعية المستقيم (AB) بالنسبة إلى (C) هو قاطع لأنه يشترك معها في نقطتين

حل تمرين 24 ص 168

* مركز الدائرة المحيطة بمثلث قائم هو منتصف وتره **صواب**

* ركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC هو النقطة A **خطأ**

* الضلع [AB] هو قطر للدائرة المحيطة بالمثلث ABC **خطأ**

*الضلع [BC] هو قطر للدائرة المحيطة بالمثلث ABC **صواب**

* المثلث EOM متساوي الساقين **صواب**

* المثلث EMF قائم في F **خطأ**

*بعد O عن (d) يساوي 1.5cm **صواب**

* بعد O عن (d) هو OL **خطأ**

* المستقيم (d) قاطع لدائرة (C) **خطأ**

حل تمرين 25 ص 168

- وضعيّة (d) بالنسبة إلى هذه الدائرة (C) هو مماس لها في النقطة H لأن (d) عمودي على المستقيم القطري (IH)

- وضعيّة (d) بالنسبة للدائرة (L) هو خارج الدائرة (L) لأن IH>0.5

- النقطة A هي نقطة من الدائرة (L) لأن (d) يبعد عن I ب 2.5cm وA تبعد عن (d) ب 2cm و الدائرة (L) نصف قطرها 0.5cm

- وضعيّة (D) بالنسبة إلى الدائرة (C) هو قاطع لها لأنه يشترك معها في نقطتين

OGH	OEF	OCD	OAB	المثلث
4	3	2.5	1.6	طول الضلع المجاور للزاوية 35°
5	3.5	3	2	طول الوتر
0.8	0.8	0.8	0.8	حاصل قسمة طول الضلع المجاور للزاوية 35° على طول الوتر

نشاط (3) ص 160

1) cos 30° = 0.86
2) cos 65° = 0.42
3) cos 60° = 0.5

لدينا $\hat{A}$ cos = 0.342 إذن $\hat{A}$ = 70°

$\hat{B}$ cos = 0.5 إذن $\hat{B}$ = 60°

نشاط (4) ص 160

* $\hat{C}$ cos = 0.8

* حساب AC

$\hat{C}$ cos = $\frac{AC}{BC}$ أي AC = $\hat{C}$ cos×BC

إذن AC = 0.8×5 ومنه AC = 4cm

* حساب AB

لدينا $BC^2 = AC^2 + AB^2$

ومنه : AB^2 + 16 = 25 أي AB^2 = 25-16

ومنه : AB^2 = 9 أي AB = $\sqrt{9}$ ومنه AB = 3

حل التمرين 28 ص 169

1) لدينا (d) // (d') و (OC) قاطع لهما
إذن x = 35° (بالتماثل)

2) cos 35° = 0.81

حساب الطول OB

المثلث OBA في A ومنه $\cos35° = \frac{OA}{OB}$

أي $\frac{2}{OB} = 0.81$ ومنه $OB = \frac{2}{0.81}$

ومنه : OB = 2.46

3) **حساب AB**

حسب نظرية فيتاغورس فإن

$OB^2 = AB^2 + OA^2$ ومنه $6.9 = AB^2 + 4$

$AB^2 = 6.9 - 4$ ومنه $AB^2 = 2.9$

ومنه $AB = \sqrt{2.9}$ ومنه AB = 1.7 cm

4) **حساب AE**

المثلث AEC قائم في C إذن $\cos x \frac{AC}{AE}$

أي $\frac{1.5}{AE} = 0.81$ أي $AE = \frac{1.5}{0.81}$ ومنه AE=1.8

5) لدينا الرباعي ABDE فيه (BD) // (AE) ...(1)

(DE) // (BA) ...لأنهما عموديان على(OC) ......(2)

من (1) و(2) ينتج أن الرباعي ABDE فيه كل ضلعان متقابلان متوازيان فهو متوازي أضلاع

أطواله BD =AE = 1.8cm و BA = DE = 1.7cm

حل التمرين 29 ص 169

* في المثلث ABC لدينا $\cos\hat{B} = \frac{1}{CB}$ **صواب**

* BC = 3 **خطأ**

*طول الوتر يساوي حوالي 2.23 **صواب**

*$\cos\hat{B} \approx 0.89$ **خطأ**

* $\cos\hat{B} \approx 0.89$ إذن $\hat{B} = 27.12°$ **صواب**

* $\cos\hat{C} \approx 0.44$ **خطأ**

* $\hat{C} \approx 63.8°$ **خطأ**

* $\hat{C} \approx 70°$ **خطأ**

حل مسألة 34 ص 170

1) الإنشاء

2) يمكن إستعمال الزوايا لإثبات أن (AE) مماس للدائرة (C) في A أو :

في المثلث OAE لدينا OB=BE (لأن E منتصف [EO]) إذن (BA) متوسط في المثلث OAE بما أن B تنتمي إلى الدائرة (C) إذن OB = 2.5cm

و OE = 5cm و AB = 2.5cm إذن $AB=\frac{1}{2}$ OE

فحسب الخاصية العكسية للمتوسط المتعلق بالوتر فإن المثلث OAE قائم في A

- بعد المركز O عن A يساوي قطر الدائرة و(AE) عمودي على حامل نصف القطر [OA] في A

إذن (AE) مماس للدائرة في النقطة A

حل مسألة 35 ص 170

البرهان على أن GJ = EI

لدينا EFG مثلث قائم في G وI منتصف [EF] فحسب خاصية المتوسط في المثلث القائم فإن $IG = \frac{1}{2}$ EF

أي IG = IE ....(1)

ولدينا IG = GJ ....(2)

من (1) و (2) ينتج أن GJ = IE

البرهان أن E **منتصف** [IK]

لدينا IJK مثلث فيه G منتصف [IJ] و(JK) // (EG)

حسب النظرية العكسية لمستقيم المنتصفين فإن E منتصف [IK]

البرهان على أن المثلث IJK متساوي الساقين رأسه I

لدينا IG= GJ ....(1)

IE = EK ....(2)

GJ = EI ....(3)

من (1) و(2) و(3) ينتج أن IK = IJ فالمثلث IJK متساوي الساقين رأسه I

البرهان أن (D) يوازي (FE)

لدينا (D) ⊥ (KJ) و (EG) //(KJ) فإن (D) ⊥ (EG)

ولدينا (FG) ⊥ (EG) إذن (D) // (FG)

البرهان على أن L منتصف [EG]

المثلث EIGمتساوي الساقين فيه (IL) إرتفاع متعلق بالضلع[EG] فهو متوسط فإن Lمنصف [EG]

حل مسألة 36 ص 170

1) إنشاء دائرة (E) مركزها O ونصف قطرها 3cm

تعيين A من الدائرة (E)

2) إنشاء المماس للدائرة (E) في A

تعيين C من هذا المماس حيث AC= 2cm

حسابOC

المثلث OAC قائم A لأن المماس الذي يشمل C عمودي على المستقيم القطري (OA) وحسب نظرية فيتاغورس فإن

$OC^2 = OA^2 + AC^2$ أي $OC^2 = 9 + 4$ إذن $OC^2 = 13$

ومنه $OC^2 = \sqrt{13}$ ومنه OC = 3.60

حساب $\cos\hat{O}$

$\cos\hat{O} = \frac{OA}{OC} = \frac{3}{3.60}$ ومنه $\cos\hat{O} = 3.60$

- نظيرة C بالنسبة إلىI هيO

3) طبيعة الرباعي OACD

الرباعي OACD فيه القطران [AD] و [OC] متناصفان

فهو متوازي أضلاع وفيه $O\hat{A}C$زاوية قائمة فهو مستطيل

حساب مساحة المستطيل OACD

S = OA × OC

ومنه S = 3 × 2

إذن S = 6 cm^2

حل مسألة 37 ص 170

1) إنجاز الشكل حسب المعطيات الواردة في بداية نص المسألة

2) مركز الدائرة (E) هو O ونصف قطرها IO

لأن OB =BJ و IA = AO و OA = OB أي OA=OB

أي OI = OJ

3) طبيعة المثلث ONJ

* المستقيم (NJ) مماس للدائرة (C) في N إذن

(NJ) ⊥ (NO) حسب خاصية المماس فالمثلث ONJ قائم في N

* طبيعة المثلث IMJ

المثلث IMJ فيه الضلع [IJ] قطر للدائرة (E) و M نقطة من الدائرة (E) حسب النظرية العكسية لنظرية الدائرة المحيطة بمثلث قائم فإن المثلث IMJ قائم في M

4) البرهان أن (MI) يوازي (NO)

لدينا (NJ) ⊥ (ON) أي (MJ) ⊥ (ON) .....(1)

ولدينا أيضا (MJ) ⊥ (IM) برهانا ....(2)

من (1) و(2) ينتج أن (NO) // (MI)

- البرهان أن N منتصف [JM]

المثلث JMI فيه O منتصف [IJ] و (IM) // (ON)

حسب النظرية العكسية لمستقيم المنتصفين فإن N منتصف [MJ]

- حساب IM

* إثبات أن المثلث IMO متقايس الأضلاع

لدينا (IM) // (ON) و (IJ) قاطع لهما فإن $N\hat{O}J = M\hat{I}O$ بالتماثل

ولدينا (IM) // (ON) و (MO) قاطع لهما فإن

$I\hat{M}O = N\hat{O}M$ .....بالتبادل الداخلي (2)

ولدينا $180° = N\hat{O}B + N\hat{O}M + M\hat{O}I$ ....(3)

$I\hat{M}O + M\hat{I}O + M\hat{O}I = 180°$ ....(4)

من (1) و(2) و (3) و(4)

ينتج أن $M\hat{O}I = M\hat{I}O = I\hat{M}O = 60°$ فالمثلث IMO متقايس الأضلاع إذن IM = 3cm

- حساب MJ

حسب نظرية فيثاغورس على المثلث القائم IMJ

$IJ^2 = IM^2 + MJ^2$ أي $36 = 9 + MJ^2$ ومنه $MJ^2 = 36-9$

ومنه $MJ^2 = 27$ أي $MJ = \sqrt{27}$ ومنه MJ = 5.19 cm

حساب $\cos \hat{I}$

$$\cos \hat{I} = \frac{IM}{IJ} = \frac{3}{6} = 0.5$$

$$\cos \hat{J} = \frac{MJ}{IJ} = \frac{5.19}{6} = 0.86$$

5) البرهان على أن (BN) // (OM)

لدينا : N منتصف [MJ] و O منتصف [IJ] حسب نظرية مستقيم المنتصفين فإن (BN) // (OM)

<u>حساب OM</u>

بما أن المثلث IMJ قائم M و O منتصف [MJ] فإن (MO) متوسط متعلق بالوتر [IJ] ومنه $OM = 3cm$

<u>حساب NB</u>

بنفس الطريقة نجد $NB = 1.5cm$

6) بما أن D منتصف [OM] فإن $OD = 1.5\ cm$ و الدائرة (C)نصف قطرها 1.5cm إذن D تنتمي إلى الدائرة (C)

- الرباعي BNDO فيه $DO = NB$ و (NB) // (DO) فهو متوازي أضلاع وفيه $OD = OB$ فهو معين

نشاط (1) ص 155

H) في d ويعامد **(**1A) نقل الشكل الموجود في الكتاب ثم رسم المستقيم الذي يشمل

2AH**)** أصغر طول هو

نشاط (2) ص 155

H بالنسبة إلى B نظيرة 'B1**)** نقل الشكل ثم رسم

H[ويعامدها في 'BB منتصف [H) يشمل [d لأن ('BB**)** هو محور تناظر القطعة [d2**)** المستقيم **(**

'3BMB**)** لدينا في المثلث المتباينة $BM+B'M<BB'$

بالنسبة إلى B هي نظيرة 'B و بما أن $BM = B'M$) فإن d نقطة من [M) و 'BB) هو **محور** [dبما أن)

فالمتباينة $BB' = 2 \times BH$ فإن BH النقطةH

$B'M+ BM < BB'$ تصبح $BM < 2 \times BH$ **×**2

أي$BM < B'H$

d (عن المستقيم B) **بعد** النقطة BHيسمى الطول