

المرين الأول : التيار المتناوب ثلاثة الطور

النشاط الأول :

الشكل التالي يمثل مأخذ التيار ثلاثي الطور .

باستعمال الجهاز المتعدد القياسات نقىس التوتر بين كل طورين و المحايد ثم نقىس التوتر بين كل طورين.

ذكير :

(وضع مقاييس القراءة على ACV و نختار عيار (750V)

النتائج مبينة في الشكل التالي :

V_{1N}	V_{2N}	V_{3N}	U_{12}	U_{31}	U_{23}
220 V	220 V	220 V	380 V	380 V	380 V

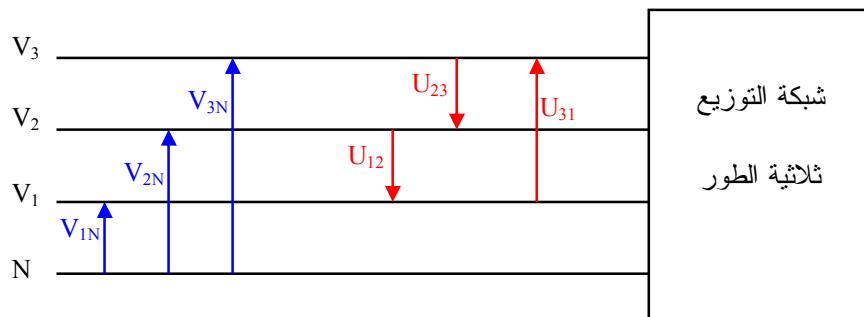
خلاصة :

- التوتر المقاس بين المحايد وأحد الأطوار الثلاثة يسمى التوتر البسيط . عند القياس وجدنا المقادير الثلاثة متساوية (220V)
- التوتر المقاس بين طورين يسمى التوتر المركب ويختلف عن التوتر البسيط من حيث القيمة . (380V)
- النسبة بين التوتر المركب والبسيط هي :

$$\frac{U}{V} = \frac{380}{220} = 1.73 = \sqrt{3} \Rightarrow U = \sqrt{3} \cdot V$$

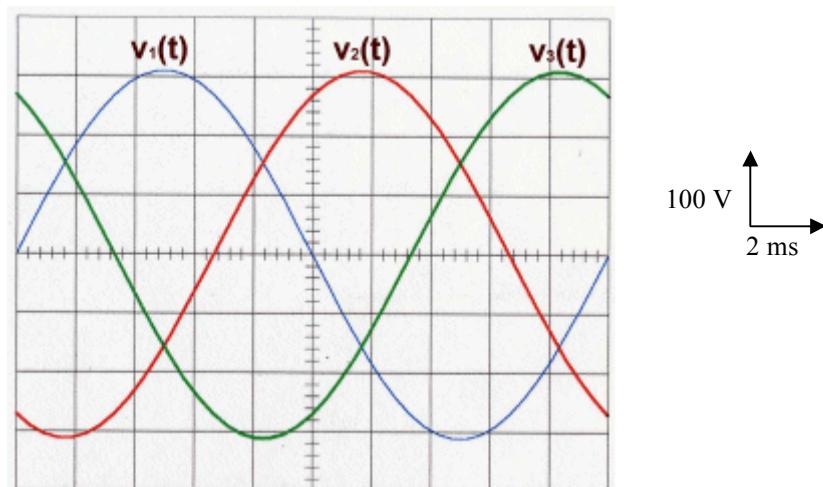
تعريف :

تحتوي شبكة التوزيع على أربعة أسلاك منها ثلاثة أطوار و الرابع يسمى المحايد . و نستعمل هذه الشبكة عندما تفوق الاستطاعة المنتجة 10KW



النشاط الثاني :

باستعمال راسم الاهتزاز المهبطي نقوم بمعاينة امدادات البسيطة فنحصل على الإشارات التالية :



أحسب السعة ، الدور (التوتر) و فرق الصفة لكل إشارة من الإشارات التالية :

* حساب السعة :

$$V_{1\max} = V_{2\max} = V_{3\max} = 3.1 \cdot 100 = 310 \text{ V}$$

$$V_{\text{eff}} = U_{\max} / \sqrt{2} = 310 / \sqrt{2} = 219.2 \approx 220 \text{ V}$$

* حساب الدور (T) و التواتر (f) :

$$T_1 = T_2 = T_3 = 10 \cdot 2 \text{ ms} = 20 \text{ ms} = 0.02 \text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.02} = 50 \text{ Hz}$$

* حساب فرق الطور (ϕ) :

الفارق الزمني بين الإشارتين $V_1(t)$ و $V_2(t)$ هو θ حيث :

$$\theta = 3.3 \cdot 2 \text{ ms} = 6.6 \text{ ms}$$

إذن فرق الطور بين الإشارتين ϕ حيث :

$$\phi = \frac{2}{T} \pi \theta = \frac{2 \pi}{3} \text{ radians}$$

$$\phi = \theta \cdot \frac{360}{T} = 6.6 \cdot \frac{360}{20} = 120^\circ$$

و بنفس الكيفية :

فرق الطور بين الإشارتين $V_1(t)$ و $V_3(t)$ هو $\frac{4\pi}{3}$ أي 240° و فرق الطور بين الإشارتين $V_2(t)$ و $V_3(t)$ هو 120° أي $\frac{2\pi}{3}$

خلاصة :

تحصلنا على توترات متناظرة لها نفس الدور و نفس القيمة العظمى و تبتعد عن بعضها البعض بثلث دور (120°).
نقول أن هذه التوترات تشكل نظام ثلاثي الطور متوازن.

2- التمثيل الرياضي لإشارة جيبية ثلاثة الطور متوازنة :

نمثل إشارة جيبية بالعلاقة التالية :

$$U(t) = U_{\max} \sin(\omega t + \varphi)$$

حيث :	
U_{\max}	: السعة
$f = \omega / 2\pi$: التواتر
$U_{cc} = 2 U_{\max}$: القيمة ذروة
	ذروة
$U_{moy} = 0$: القيمة المتوسطة
$U_{eff} = U_{\max} / \sqrt{2}$: القيمة الفعلية
φ	: فرق الصفحة

نمثل الآن الإشارات التي رأيناها سابقاً تمثيلاً رياضياً حيث تعطى بالعلاقات التالية :

$$\left\{ \begin{array}{l} V_1(t) = V_{1\max} \sin \omega t \\ V_2(t) = V_{2\max} \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \\ V_3(t) = V_{3\max} \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \end{array} \right.$$

ملاحظة :

إن الإشارة التي مثناها رياضياً بالعلاقة :

$$U(t) = U_{\max} \sin(\omega t + \varphi)$$

يمكن تمثيلها أيضاً بالأعداد المركبة :

$$U(t) = U \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} = U \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{j\varphi} = U \cdot e^{j\omega t}$$

حيث U هو عدد مركب يمثل التوتر و $U(t)$ هو التوتر المركب .

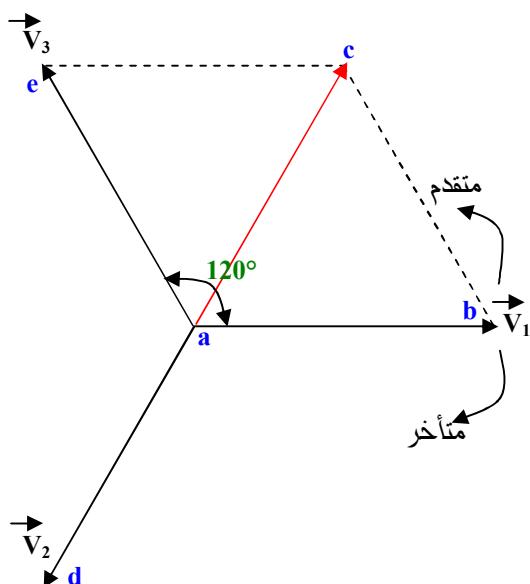
3- تمثيل فريبن لإشارة جيبية ثلاثة الطور متوازنة :

أ- العلاقة الموجودة بين التوترات البسيطة :

حسب تمثيل فريبن للتوترات البسيطة نجد :

نشاط :

أحسب المجموع الجبري للشعاعات الثلاثة ؟



$$\vec{V_1} + \vec{V_2} + \vec{V_3} = ?$$

$$\vec{ab} + \vec{ae} = \vec{ac}$$

$$\vec{V_1} + \vec{V_3} = \vec{ac}$$

$$\vec{ac} + \vec{ad} = \vec{ac} + \vec{ca} = \vec{aa} = \vec{0}$$

Donc

$$\vec{V_1} + \vec{V_2} + \vec{V_3} = \vec{0}$$

المجموع الجيري للتوترات البسيطة يساوي الصفر .

ب- العلاقة الموجودة بين التوترات المركبة :

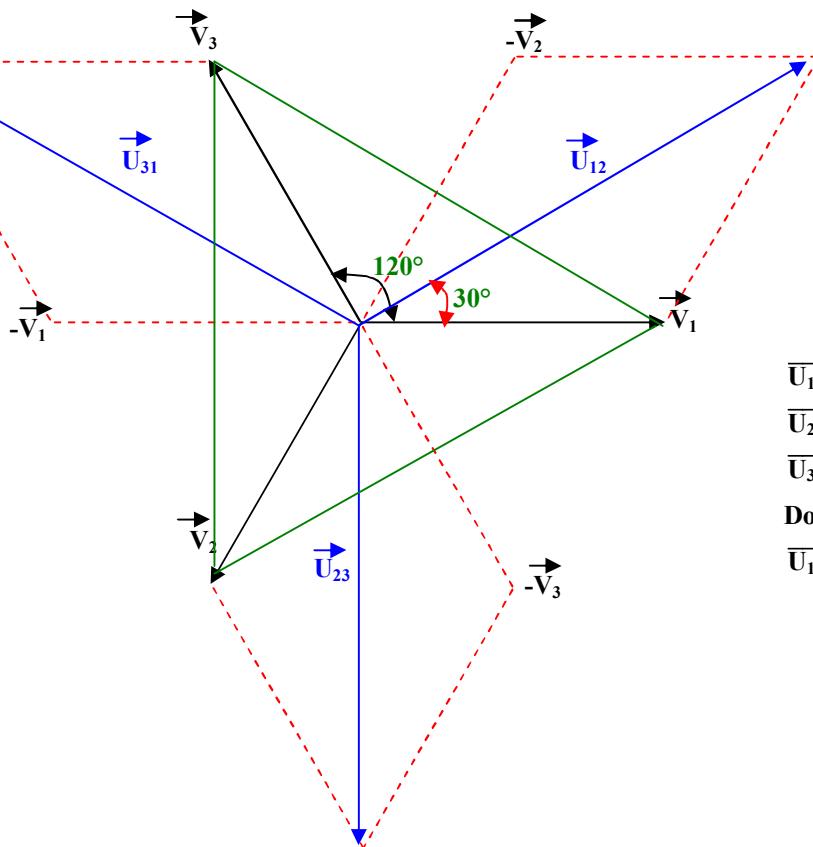
U_{12} : التوتر بين الطور (1) و الطور (2)

U_{23} : التوتر بين الطور (2) و الطور (3)

U_{31} : التوتر بين الطور (3) و الطور (1)

نشاط:

أحسب المجموع الجبري للتوترات الثلاثة؟



$$\overrightarrow{U_{12}} = \overrightarrow{V_1} - \overrightarrow{V_2} = \overrightarrow{V_1} + (-\overrightarrow{V_2})$$

$$\overrightarrow{U_{23}} = \overrightarrow{V_2} - \overrightarrow{V_3} = \overrightarrow{V_2} + (-\overrightarrow{V_3})$$

$$\overrightarrow{U_{31}} = \overrightarrow{V_3} - \overrightarrow{V_1} = \overrightarrow{V_3} + (-\overrightarrow{V_1})$$

Done

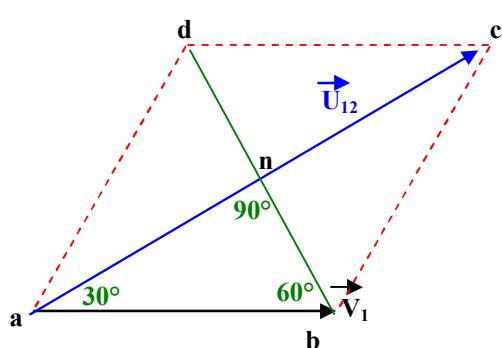
$$\overrightarrow{U_{12}} + \overrightarrow{U_{23}} + \overrightarrow{U_{31}} = \overrightarrow{0}$$

الخلاصة:

المجموع الجبري للتوترات المركبة يساوي الصفر.

ج - العلاقة الموجودة بين التوتر البسيط و التوتر المركب :

المثلث cba مثلث متساوي الساقين و وبالتالي له زاويتين متساويتين و تساوي $\pi/6$
المثلث abn :



$$\cos \pi/6 = \frac{an}{ab} \Rightarrow an = ab \cdot \cos(\pi/6)$$

$$an = \frac{1}{2} \cdot ac \quad (ac = U_{12})$$

$$ab = V_1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} ac = \frac{ab}{2} \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow U_{12} = \sqrt{3} \cdot V_1$$

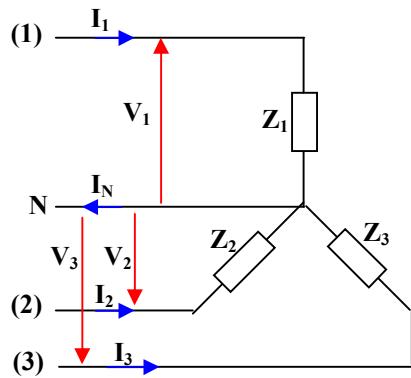
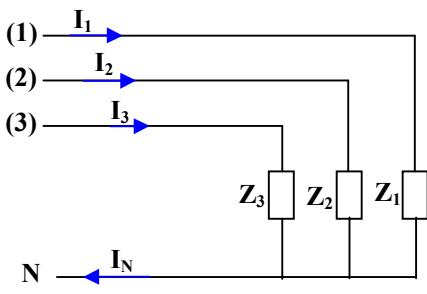
الخلاصة:

التوترات المركبة متقدمة على التوترات البسيطة ب $\pi/6$ و طولية القيمة المركبة هي حاصل جداء القيمة البسيطة و $\sqrt{3}$

4- تغذية حمولة ثلاثة طور متوازنة :

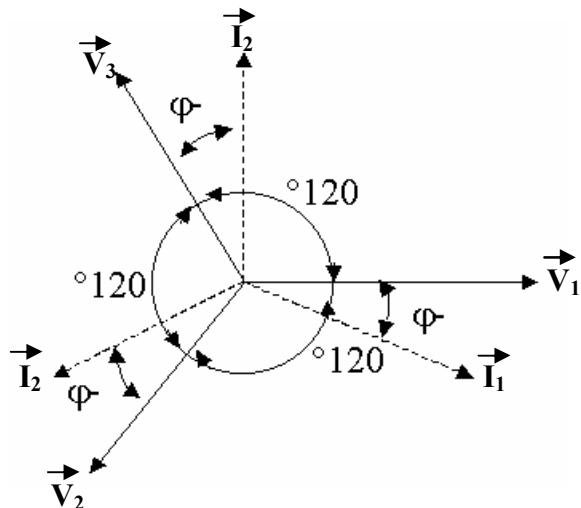
1-4 : التركيب النجمي :

لدينا ثلاثة ممانعات Z_1 ، Z_2 و Z_3 حيث تربط كل واحدة منها بين طور و المحايد لموزع ثلاثي الطور . نسمي هذا التركيب بالتركيب النجمي و نرمز له بالرمز  عندما يكون يحتوي على محايد ، أما إذا لم يكن يحتوي على محايد فنرمز له بالرمز .



- عند المحايد لدينا : $I_1 + I_2 + I_3 = I_N$
- التوتر المطبق على كل ممانعة هو التوتر البسيط .
- تيار الخط هو التيار المار في الحمولة.
- في التركيب المترن لدينا : $Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z$ و $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi$ في هذه الحالة يمكننا الاستغناء عن المحايد لأن التيار الذي يعبره يكون معدوما .

$$I_n = I_1 + I_2 + I_3 = (V_1 + V_2 + V_3) / Z = 0$$



تمرين تطبيقي :

- 1- شبكة ثلاثة الأطوار 220V/380V ، 50Hz تغذي على شكل نجمي ثلاثة ممانعات متساوية $Z = 200 \Omega$ عبارة عن مقاومات خالصة .

- أحسب التيارات I_1, I_2, I_3
- أرسم تمثيل فريبنل المناسب للتيارات والتواترات .
- برهن أن : $\vec{I}_N = \vec{0}$

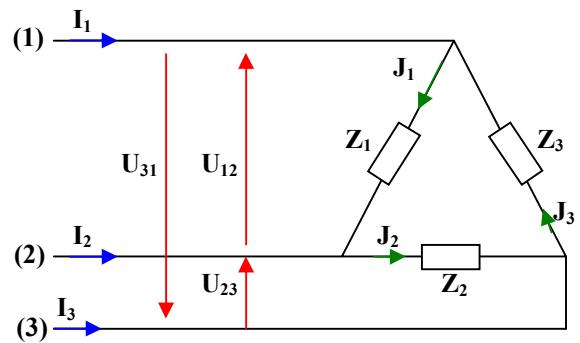
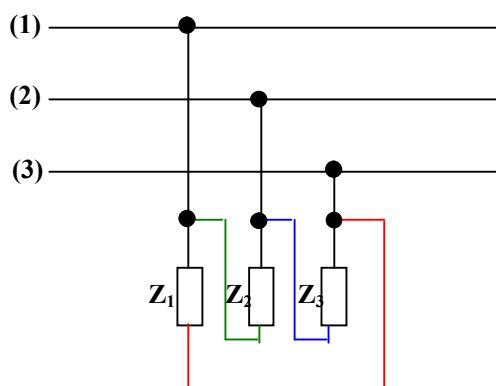
- 2- لدينا ثلاثة آخذات :
- ✓ الأولى مقاومة $R = 20\Omega$ فرق الطور بين التيار والتوتر معدوم
 - ✓ الثانية وشيعة $Z_L = 15\Omega$ فرق الطور بين التيار والتوتر $= 2/\pi$ +
 - ✓ الثالثة مكثفة $Z_c = 30\Omega$ فرق الطور بين التيار والتوتر $= 2/\pi$ -

- القيمة المنتجة للتوتر البسيط هي $V = 60V$
- أحسب التيارات I_1, I_2, I_3
- أرسم تمثيل فريبنل المناسب للتيارات والتواترات .

خلاصة :

- في التركيب النجمي المتوازن : $I_n = I_1 + I_2 + I_3 = 0$ و $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi$ و $Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z$

2- التركيب المثلثي :



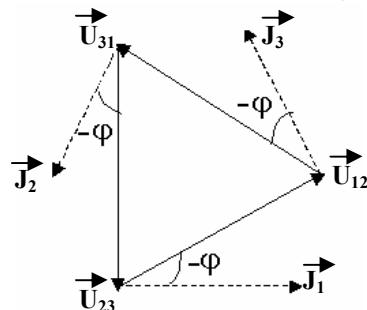
- الأطوار الثلاثة للأذندة موصولة بحيث تشكل دارة مغلقة " مثلث " .
- الأقطاب الثلاثة تشكل رؤوس المثلث .
- التوتر المطبق على كل ممانعة هو التوتر المركب .
- I_1, I_2, I_3 هي تيارات الخط .
- J_1, J_2, J_3 هي التيارات المارة في المولدة .
- في التركيب المترن لدينا : $\varphi_{12} = \varphi_{23} = \varphi_{31} = \varphi$ و $Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z$
- بتطبيق قانون العقد :

$$J_1 = I_1 + J_3 \Rightarrow I_1 = J_1 - J_3$$

$$J_2 = I_2 + J_1 \Rightarrow I_2 = J_2 - J_1$$

$$J_3 = I_3 + J_2 \Rightarrow I_3 = J_3 - J_2$$

نعلم أن المجموع الجبري لتيارات الخط معادل وبالناتي من العلاقات السابقة نجد أن المجموع الجبري لتيارات الفرع أيضا معادل .



خلاصة :

- في التركيب المثلثي المتوازن : $J_1 = J_2 = J_3 = J$ و $\varphi_{12} = \varphi_{23} = \varphi_{31} = \varphi$ و $Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z$

3- العلاقة التي تربط ما بين تيار الفرع و تيار الخط :

بنفس الطريقة السابقة برهن أن :

$$I = J \cdot \sqrt{3}$$

٤- الاستطاعة في ثلاثي الطور :

١- طريقة الواطمتر الواحد :

أ) التركيب النجمي المتزن :

في التركيب النجمي المتزن : $Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z$

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi$$

$$I_n = I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

الاستطاعة الفعالة :

نعلم أن عبارة الاستطاعة الفعالة هي :

$$P_1 = V_1 I_1 \cos \varphi_1$$

$$P_2 = V_2 I_2 \cos \varphi_2$$

$$P_3 = V_3 I_3 \cos \varphi_3$$

إذن الاستطاعة الكلية :

$$P_g = P_1 + P_2 + P_3$$

و بما أن التركيب متزن فإن : $P_1 = P_2 = P_3 = P = V \cdot I \cdot \cos \varphi$
فإن :

$$P_g = 3 \cdot P = 3 \cdot V \cdot I \cdot \cos \varphi$$

$$P_g = 3 \cdot (U/\sqrt{3}) \cdot I \cdot \cos \varphi = 3 \cdot (\sqrt{3}/\sqrt{3}) \cdot (U/\sqrt{3}) \cdot I \cdot \cos \varphi$$

إذن عبارة الاستطاعة الفعالة الكلية هي :

$$P_g = \sqrt{3} U \cdot I \cdot \cos \varphi \quad (\text{Watts})$$

الاستطاعة الإرتكاسية :

نعلم أن عبارة الاستطاعة الفعالة هي :

$$Q_1 = V_1 I_1 \sin \varphi_1$$

$$Q_2 = V_2 I_2 \sin \varphi_2$$

$$Q_3 = V_3 I_3 \sin \varphi_3$$

وبنفس الطريقة نجد :

$$Q_g = \sqrt{3} U \cdot I \cdot \sin \varphi \quad (\text{VAR})$$

الاستطاعة الظاهرية :

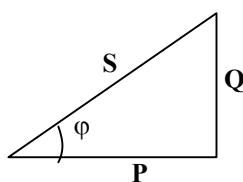
من مثلث الاستطاعات نجد :

$$S_g = \sqrt{P_g^2 + Q_g^2} \Rightarrow S_g^2 = P_g^2 + Q_g^2 = (\sqrt{3} U \cdot I \cdot \cos \varphi)^2 + (\sqrt{3} U \cdot I \cdot \sin \varphi)^2$$

$$S_g = \sqrt{3} U \cdot I \quad (\text{VA})$$

: استنتاج عامل الاستطاعة

$$\cos \varphi = \frac{P_g}{S_g}$$



ب) التركيب المثلثي المتزن :

الاستطاعة الفعالة :

نعلم أن عبارة الاستطاعة الفعالة هي :

$$P_1 = U_{12} \cdot J_1 \cos \varphi_{12}$$

$$P_2 = U_{23} \cdot J_2 \cos \varphi_{23}$$

$$P_3 = U_{31} \cdot J_3 \cos \varphi_{31}$$

إذن الاستطاعة الكلية :

$$P_g = P_1 + P_2 + P_3$$

و بما أن التركيب متزن فإن : $P_1 = P_2 = P_3 = P = U \cdot J \cdot \cos \varphi$

فإن :

$$P_g = 3 \cdot P = 3 \cdot U \cdot J \cdot \cos \varphi$$

$$P_g = 3 \cdot U \cdot (I / \sqrt{3}) \cdot \cos \varphi = 3 \cdot (\sqrt{3} / \sqrt{3}) \cdot U \cdot (I / \sqrt{3}) \cdot \cos \varphi$$

إذن عبارة الاستطاعة الفعالة الكلية هي :

$$P_g = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi \quad (\text{Watts})$$

الاستطاعة الإرتكاسية :

$$Q_g = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \sin \varphi \quad (\text{VAR})$$

الاستطاعة الظاهرية :

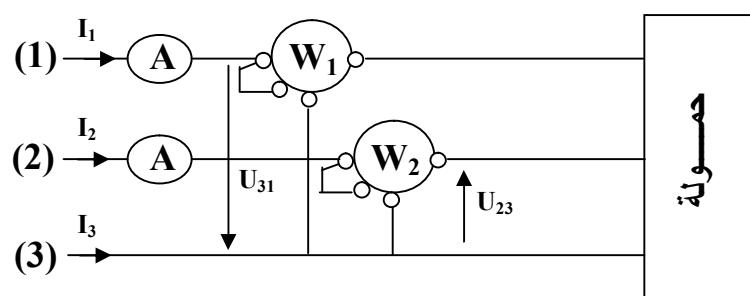
$$S_g = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \quad (\text{VA})$$

عامل الاستطاعة :

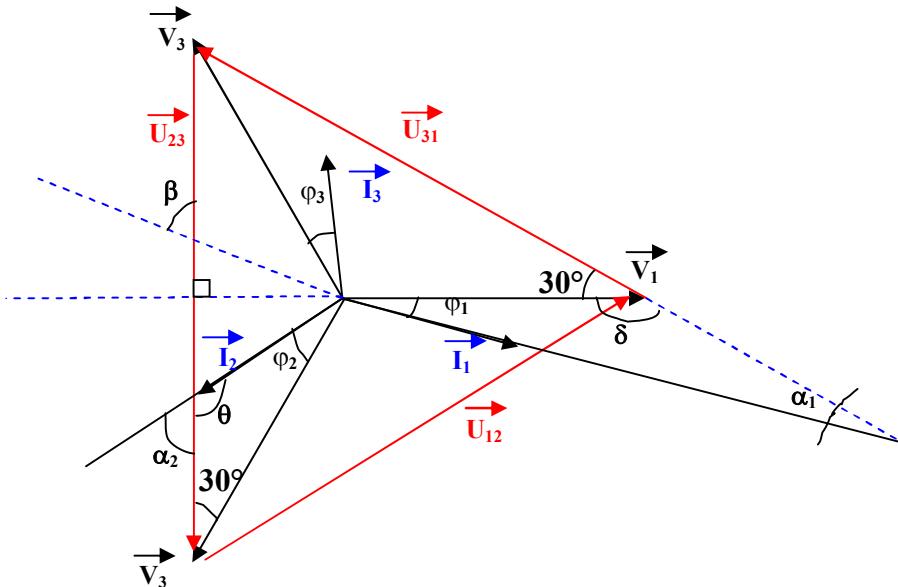
$$\cos \varphi = \frac{P_g}{S_g}$$

2- طريقة الواطومترين :

قياس الاستطاعة الفعالة :



حسب تمثيل فريندل :



استطاعة الواطمنتر (1) هي :

$$P_1 = U \cdot I \cdot \cos(\vec{I}_1, \vec{U}_{31}) = U \cdot I \cdot \cos \alpha_1 \dots \dots \dots (1)$$

استطاعة الواطمنتر (2) هي :

$$P_2 = U \cdot I \cdot \cos(\vec{I}_2, \vec{U}_{23}) = U \cdot I \cdot \cos \alpha_2 \dots \dots \dots (2)$$

التركيب متزن إذن :

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z$$

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi$$

من تمثيل "فريندل" نستطيع حساب الزوايا α_1 و α_2 .

حساب α_1 :

$$30^\circ + \delta = 180^\circ \quad \text{و} \quad \delta + \varphi + \alpha_1 = 180^\circ$$

و منه :

$$30^\circ = \varphi + \alpha_1 \Leftarrow 30^\circ + \delta = \delta + \varphi + \alpha_1$$

$$\varphi - 30^\circ = \alpha_1 \Leftarrow$$

حساب α_2 :

$$2\alpha + \theta = 180^\circ \quad \text{و} \quad 30 + \theta + \varphi = 180^\circ$$

و منه :

$$\varphi + 30^\circ = 2\alpha \Leftarrow 2\alpha + \theta = 30^\circ + \theta + \varphi$$

إذن :

$$P_1 = U \cdot I \cdot \cos(30^\circ - \varphi) \quad (1)$$

$$P_2 = U \cdot I \cdot \cos(30^\circ + \varphi) \quad (2)$$

$$P = P_1 + P_2 = U \cdot I ((\cos(30^\circ - \varphi) + \cos(30^\circ + \varphi))) \dots \dots \dots (3)$$

نعلم أن :

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

إذن

$$\cos(a+b) + \cos(a-b) = 2 \cos a \cos b$$

و بالتالي :

$$(3) \Rightarrow P = U \cdot I \cdot 2 \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos \varphi \Rightarrow P = U \cdot I \cdot (\sqrt{3}/2) \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

إذن :

$$P_g = P_1 + P_2$$

قياس الاستطاعة الارتكاسية :

$$P1 - P2 = U \cdot I \cdot ((\cos(30 - \varphi) - \cos(30 + \varphi)))$$

$$P1 - P2 = U \cdot I \cdot 2 \cdot \sin 30 \cdot \sin \varphi = U \cdot I (1/2) \cdot \sin \varphi = U \cdot I \cdot \sin \varphi$$

لكي نحصل على عبارة الاستطاعة الارتكاسية يكفي أن نضرب النتيجة في $\sqrt{3}$

إذن :

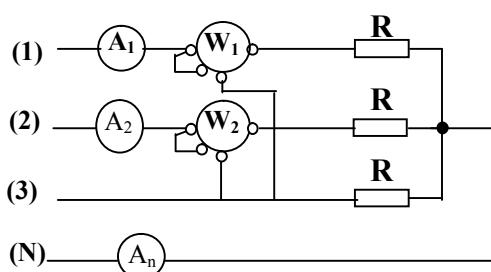
$$Qg = \sqrt{3} (P1 - P2)$$

هذه العلاقة صحيحة في حالة التركيب المتنز فـ !!



نشاط :

تحقق التجربة التالية باستعمال ثلاث مستقبلات متماثلة ذات مقاومات متساوية "R" موصولة في تركيب نجمي مغذي بشبكة ثلاثة الطور V 220 / 380 Hz ، كما هو موضح في الشكل التالي :
الواطمترين W_1 و W_2 وضعوا لقياس الاستطاعة الفعالة والارتكاسية الكلية والأمير مترين A_1 و A_2 وضعوا لحماية الواطمترين وأيضا لقياس شدة التيار في الخط . الأمير متر A_n موضع لقياس شدة التيار في المحاذ.



النتائج المحصل عليها موضحة في الجدول التالي :

القيمة	المقدار المفاس	الجهاز
2.2A	I_1	A_1
2.2A	I_2	A_2
725W	P_1	W_1
725W	P_2	W_2
0A	I_N	A_n

- أحسب الاستطاعة الفعالة والارتكاسية الكلية بالعلاقات المباشرة.
- تحقق من الطريقة المبرهن عليها سابقاً (طريقة الواطمترين).
- استنتج الاستطاعة الظاهرية.
- أحسب قيمة R .
- لماذا لم يشير الأمير متر A_n إلى أية قيمة؟ وماذا تستنتج؟

جدول محوصل :

حساب بالطريقة المباشرة	قياس بطريقة الواطمترين		التركيب	
	Q	P	متزني	متزنة
نعم	نعم	نعم	متزني	متزنة
نعم	نعم	نعم	نجمي	
لا	لا	نعم	متزني	غير متزنة
لا	لا	نعم	نجمي	