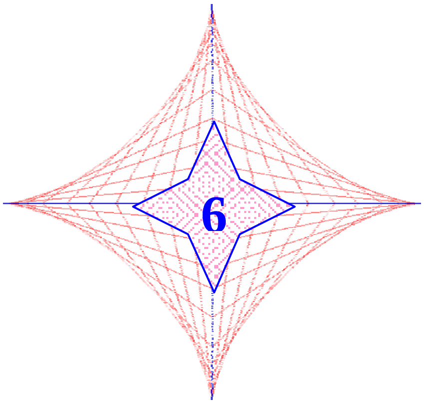


المتتاليات العددية

الكفاءات المستهدفة

- وصف ظاهرة بواسطة متتالية
- التعرف على إتجاه تغير متتالية.
- التعرف على متتالية حسابية (هندسية)
- حساب الحد العام لمتتالية حسابية (هندسية)
- حساب مجموع P حدا متعاقبة
- حساب نهاية متتالية عددية .

الأنشطة

نشاط 1 :

الهدف : تعريف متتالية بحدها العام .

$u_5=5\times5=25$ ، $u_6=6\times5=30$ ،

$u_7=7\times5=35$ ، $u_8=8\times5=40$ ؛

$u_{18}=18\times5=90$ ، $u_{120}=120\times5=600$

و $u_n=5n$.

نشاط 2 :

الهدف : تعريف متتالية بعلاقة تراجعية .

1) $u_5=10$ ، $u_6=15$ ، $u_7=21$ ، $u_8=28$.

2) $u_{n+1}=u_n+n-1$

3) $u_{13}=u_8+8+9+10+11+12=28+50=78$

نشاط 3 :

الهدف : حساب الحدود باستعمال العلاقة التراجعية .

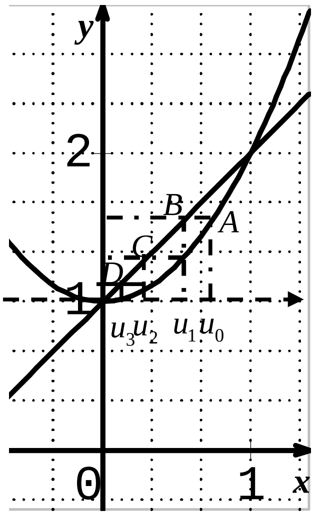
1) $u_{n+1}=u_n+4$. $u_0=1$ ، $u_1=5$ ،

$u_2=29$ ، $u_3=885$ ، $u_4=714029$.

2) $u_{n+1}=u_n+4$.

نشاط 4 :

الهدف : تمثيل الحدود واتجاه تغير متتالية .



1)الرسم

إحداثيات نقطتا التقاطع هي : $(1;2)$ ؛ $(0;1)$

2) في المعلم $(O';\vec{i};\vec{j})$

(C_g) : $y=x^2$

(Δ) : $y=x$

ومنه $f(x)=x^2$

3) لدينا $u_1=f(u_0)$

ومنه ترتيب A هو u_1 هو كذلك ترتيب B وبما أن $B\in(\Delta)$ فإن $B(u_1;u_1)$

4) بما أن $u_0\in[0;1]$ فإن كل الحدود u_n تنتمي إلى $[0;1]$

ومنه : $0<u_n^2<u_n<1$ وبالتالي $u_{n+1}<u_n$ إذن الدالة u متناقصة تماما . بينما الدالة f متزايدة تماما على $[0;1]$

نشاط 5 :

الهدف : المقارنة بين متتالية حسابية ومتتالية هندسية.

A .1) $u_1=11000$ ، $u_2=u_1+\frac{1}{10}u_1$ ، $u_3=12100$ ،

$u_4=13310$ ، $u_5=14641$ ، $u_6=16105,1$

، $u_7=17715,61$.

2) $u_{n+1}=1,1\,u_n$

B .1) $v_2=v_1+1200=11200$ ، $v_3=12400$ ،

$v_4=13600$ ، $v_5=14800$ ، $v_6=16000$ ،

$v_7=17200$.

2) $v_{n+1}=v_n+1200$.

3) العقد الأول (مرتب u_n) أكثر فائدة

الأعمال الموجهة

الوسط الحسابي:

الهدف : استغلال الوسط الحيابي لاختصار الحسابات:

1) نعلم أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم

$u_{n+1}=u_n+r$ و منه $u_{n-1}=u_n-r$

و بالتالي $u_{n+1}+u_{n-1}=2u_n$ (الجمع طرف بطرف).

2) نفس الطريقة $a+c=2b$

تطبيق:

بتطبيق الوسط الحسابي نجد $b=5$.

و منه $a=2$ و $c=8$.

أو $a=8$ و $c=2$.

الوسط الهندسي:

الهدف : استغلال الوسط الهندسي لاختصار الحسابات:

1) نعلم أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم

$u_{n+1}=u_n\times r$ و منه $u_{n-1}=u_n/r$

و بالتالي $u_{n+1}\times u_{n-1}=u_n^2$ (الضرب طرف بطرف).

2) نفس الطريقة $ac=b^2$

تطبيق:

بتطبيق الوسط الهندسي نجد $b=6$.

و منه $a=2$ و $c=18$.

أو $a=18$ و $c=2$.

نهاية مجموع حدود متتالية هندسية:

$S_n=u_0+u_1+....+u_n$

1) $q=0$ $S_n=u_0$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=u_0$

2) $q=1$ $S_n=u_0+u_0+....+u_0$ أي $S_n=(n+1)u_0$

و منه إذا كان $u_0>0$ فإن $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=+\infty$

إذا كان $u_0<0$ فإن $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=-\infty$

3) $q\neq0$ و $q\neq1$. $S_n=u_0\dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$

$q>1$ و $u_0>0$ $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=+\infty$

$q>1$ و $u_0<0$ $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=-\infty$

$-1<q<1$ $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=\dfrac{u_0}{1-q}$ لأن $\lim\limits_{n\to+\infty}q^{n+1}=0$

$q\leq-1$ نهاية S_n غير موجودة

تطبيق:

الحالة $q=0$ غير واردة

من أجل $q=1$: $a=2$

و $S_n=3(n+1)$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n=+\infty$.

من أجل $0<a<2$: $q>1$ $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n=+\infty$

من أجل $-2\le a<0$ $q\le -1$ نهاية S_n غير موجودة

من أجل $a<-2$ أو $a>2$: $-1<q<1$

. $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n=\frac{3a}{a-2}$

متتالية غير رتيبة:

1) $u_{n+1}-u_n=(-2)^{n+1}-(-2)^n$

$u_{n+1}-u_n=(-2)^n(-2)-(-2)^n$

$=(-2)^n(-3)$

2) إذا كان ن زوجي $u_{n+1}-u_n<0$

إذا كان ن فردي $u_{n+1}-u_n>0$

3) (u_n) ليست رتيبة

تطبيق:

من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n

$$u_n=(3)\left(-\frac32\right)^n$$

$$u_{n+1}-u_n=3\left(-\frac32\right)^{n+1}-3\left(-\frac32\right)^n$$

$$=3\left(-\frac32\right)^n\left(-\frac32-1\right)$$

$$u_{n+1}-u_n=-\frac{15}{2}\left(-\frac32\right)^n$$

و الإشارة ليست ثابتة ، إذا (u_n) ليست رتيبة

دراسة متتالية تراجعية:

$u_0=a$ $(a\in\mathbb{R})$، و من أجل كل عدد طبيعي n :

. $u_{n+1}=\frac12u_n^2$

الجزء الأول : $a=\frac74$.

(1

x	$-\infty$	0		2	$+\infty$
$\frac12x^2-x$	+	0	-	0	+

2) على المجال $]0,2[$ $\frac12x^2-x<0$ و منه

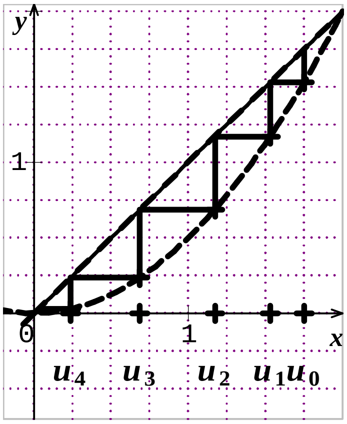
على المجال $]0,2[$ $\frac12x^2<x$ و بالتالي

على المجال $]0,2[$ $0\le\frac12x^2<x\le2$

(3

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	0	↗ $+\infty$

(4



5)الرسم يوحي باتجاه تغيرات المتتالية و هي متناقصة

6) $u_{n+1}-u_n=\frac12u_n^2-u_n$

من السؤالين الأول و الثاني نستنتج أن المتتالية (u_n) متناقصة على ط ..

من دراسة الدالة f يتبين أن (u_n) و f ليس لهما نفس اتجاه التغير .

الجزء الثاني : $a=4$.

1) $x>2$ و منه $x^2>4$ و منه $\frac12x^2>2$

أي $f(x)>2$

بما أن $u_0>2$ فإن $u_1>2$ و منه $u_2>2$ وهكذا حتى $u_n>2$

(2

$$u_{n+1}-u_n=\frac12u_n^2-u_n$$

$$=\frac12u_n(u_n-2)$$

و منه نستنتج أن (u_n) متزايدة على ط .

الجزء الثالث : نفرض $a=2$.

1) $f(2)=\frac12\times4=2$.

2) من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=2$ و منه المتتالية (u_n) ثابتة على ط

تـــمــاريـــن

1 الحد الأول للمتتالية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة $u_n = \frac{1-n^2}{1+n^2}$ ، هو $u_0 = 1$ ومنه الحد الخامس هو $u_4 = \frac{-15}{17}$ وبالتالي الجواب خطئ .

2 صحيح المتتالية متزايدة .لأن من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} - u_n = (n+1)\times 2^{n+1} - n\times 2^n = 2^n(n+2)$ ومنه $u_{n+1} - u_n > 0$.

3 صحيح لأن من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = 2n+1$ ومنه : $u_{n+1} - u_n > 0$ إذن المتتالية (u_n) متزايدة تماما إذن هي رتيبة .

4 صحيح لأنه إذا كان u_0 موجب تماما فإن كل حدود المتتالية الهندسية (u_n) تكون موجبة تماما وبالتالي من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 4u_n$ معناه أن $\frac{u_{n+1}}{u_n} = 4$ ومنه $\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$.

5 $u_{n+1} = u_n - 3$ معناه $u_{n+1} - u_n = -3$ ومنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n < 0$ إذن صحيح.

6 من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = u_n + r$ و $u_{n+1} = qu_n$ ومنه : $u_n + r = qu_n$ بوضع $u_n = x$ يصبح لدينا من أجل كل عدد حقيقي x : $x + r = qx$ معناه $q = 1$ و $r = 0$ إذن (u_n) متتالية ثابتة وأجب بصحيحة.

7 خطأ لأن إذا قبلت متتالية نهاية فإنها تكون وحيدة.

8 لدينا : $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ، $AC = AB + r$ ، $BC = AB + 2r$ نضع $AB = a$

إذن : $(a+2r)^2 = a^2 + (a+r)^2$ ومنه :

$a^2 + 4ar + 4r^2 = a^2 + a^2 + 2ar + r^2$ إذن :

$3r^2 + 2ar - a^2 = 0$ ، $\Delta' = 4a^2$ ومنه : $r = -a$ أو $r = \frac{a}{3}$ نستبعد $r = -a$ لأنه في هذه الحالة $AC = 0$ وكذلك $BC = -a$ الطول سالب وبالتالي أجب بصحيح

9 خطأ لأن $u_{n+2} = 4u_{n+1} - 3u_n$ معناه $u_0q^n q^2 = u_0q^n(4q-3)$ بما أن $u_0 \neq 0$ و $u_0 \neq 0$ فإن $q^2 = 4q - 3$ وبالتالي : $q^2 - 4q + 3 = 0$ ومنه : $(q-1)(q-3) = 0$ أي : $q = 1$ أو $q = 3$

10 صحيح لأن من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_{n+1} - u_n = a$ و a عدد حقيقي ثابت إذن (u_n) هي متتالية حسابية أساسها a (يمكن $a = 0$) .

11 لدينا $u_0 = u_1$ و $u_1 = 0$ وبما أن من أجل كل $n \in ¥$: $u_{n+1} = (1-n)u_n$ فإن $u_n = 0$ وبالتالي (u_n) متتالية معدومة وهي هندسية أساسها أي عدد حقيقي إذن صحيح .

12 خطأ لأنه لا يمكن الحكم على (v_n) أنها هندسية من الحدين v_1 و v_2 فقط .

13 $3 + 7 + 11 + 15 + ... + 203 = 5160$ هو مجموع حدود متتابعة لمتتالية حسابية (u_n) معرفة على ¥ بـ : $u_n = 4n + 3$ إذن $u_0 = 3$ ، $u_{50} = 203$ ومنه :

$\frac{51}{2}(u_0 + u_{50}) = 51\times 103 = 5253$ إذن الإجابة خاطأ

• $1 + 2 + 4 + 8 + ... + 128 = 263$ هو مجموع حدود متتابعة لمتتالية هندسية (v_n) معرفة على ¥ بـ : $v_n = 2^n$ إذن $v_0 = 1$ ، $v_7 = 2^7 = 128$ ومنه

$v_0\frac{q^8-1}{q-1} = \frac{2^8-1}{2-1} = 255$ إذن الإجابة خاطأ .

14 لدينا $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ وبالتالي الإقتراحين الأول والثاني خاطئين .

لدينا : $u_{n+1} - u_n = f(n+1) - f(n) = -\frac{3}{4}(2n+1)$

الفرق $u_{n+1} - u_n$ ليس ثابتا إذن (u_n) ليست حسابية .

$f'(x) = -\frac{3}{2}x$ من أجل كل x موجب، $f'(x) \leq 0$ إذن f متناقصة ومنه (u_n) متناقصة والإقتراح 4 صحيح

15 $u_1 = \frac{9}{5}$ ، $u_2 = \frac{57}{50}$ ، $u_3 = \frac{317}{375}$.

$\frac{u_2}{u_1} = \frac{57}{90}$; $0,63$ ، $\frac{u_3}{u_2} = \frac{634}{855}$; $0,74$ ليست هندسية

$u_2 - u_1 =$ -0.66 ، $u_3 - u_2$; -0.3 ليست حسابية

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n} + \left(\frac{4}{5}\right)^n = 0$ وبالتالي الاقتراحات الأول والثاني والرابع خاطئة . بينما الاقتراح الثالث صحيح لأن $u_{n+1} - u_n =$ -$\left[\frac{1}{\text{n+1}} + \frac{1}{5}\left(\frac{4}{5}\right)^n\right]$ إذن من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_{n+1} - u_n < 0$ ومنه المتتالية (u_n) متناقصة .

16 لدينا $-2 \leq 1 \leq 2$ ومنه $-\frac{2}{n} \leq \frac{1}{n} \leq \frac{2}{n}$ إذن $4 - \frac{2}{n} \leq 4 + \frac{1}{n} \leq 4 + \frac{2}{n}$ ، إذن يمكن أخذ $u_n = 4 + \frac{1}{n}$ الاقتراحان الأول والثاني خطئان .

من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $4 < \frac{2}{n}$ ومنه :

$4-\frac{2}{n}>0$ إذن : $u_n>0$ والاقتراح الثالث صحيح .

$\lim\limits_{n\to+\infty} 4+\frac{2}{n}=\lim\limits_{n\to+\infty} 4-\frac{2}{n}=4$ إذن $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=4$

ومنه (u_n) متقاربة إذن الاقتراح الرابع صحيح كذلك.

17 بوضع u_n السعر للبضاعة خلال n سنة ، $u_0=P$

لدينا $u_{n+1}=u_n+0.05u_n$ ومنه $u_{n+1}=1{,}05u_n$ نحصل على متتالية هندسية أساسها 1,05 ومنه: $u_n=P(1{,}05)^n$

بالآلة الحاسبة لدينا : $(1{,}05)^{10} ; 1.6$ ؛

$(1{,}05)^{15} ; 2.08$ ؛ $(1{,}05)^{14} ; 1.9799$

إذن $u_n\ge 2P$ إذا كان $n\ge15$ إذن الاقتراح 2) صحيح .

18 $u_n=\frac{3^{n+2}}{4^{n-2}}$ معناه $u_n=\left(\frac{3}{4}\right)^n\times9\times16$ أي :

$u_n=144\left(\frac{3}{4}\right)^n$ إذن (u_n) هندسية أساسها $\frac{3}{4}$ وحدها الأول $u_0=144$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=0$ أي متقاربة ولكن متناقصة

. إذن : الاقتراحان الأول و الثالث صحيحان والاقتراحان الثاني و الرابع خطئان.

19 الاقتراح الأول صحيح ، عبارة الحد العام لمتتالية هندسية حدها الأول u_0 و أساسها q .

$u_n=u_0+q^n$ معناه $u_n=u_0+\frac{u_n}{u_0}$ أي $u_n=\frac{{u_0}^2}{u_0-1}$

إذن الاقتراح الثاني يكون صحيح في حالة خاصة فقط وهي عندما يكون $u_0\ne1$ و $q=1$

الاقتراحان الثالث والرابع صحيحان في حالة $q=1$ فقط .

20 1° $u_n=3n-4$ ؛ f معرفة على $[0\,;+\infty[$ بـ : $f(x)=3x-4$. $u_0=-4$ ، $u_1=-1$ ، $u_2=2$ ، $u_3=5$.

2° $u_n=\frac{n-2}{n+2}$ ؛ f معرفة على $[0\,;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{x-2}{x+2}$. $u_0=-1$ ، $u_1=-\frac{1}{3}$ ، $u_2=0$ ، $u_3=\frac{1}{5}$.

3° $u_n=n^2-\sqrt{n}$ ؛ f معرفة على $[0\,;+\infty[$ بـ : $f(x)=x^2-\sqrt{x}$. $u_0=0$ ، $u_1=0$ ، $u_2=4-\sqrt{2}$ ، $u_3=9-\sqrt{3}$.

4° $u_n=\cos\left(3n-\frac{p}{4}\right)$ ؛ f معرفة على $[0\,;+\infty[$ بـ : $f(x)=\cos\left(3x-\frac{p}{4}\right)$.

$u_0=\cos\left(-\frac{p}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ، $u_1=\cos\left(\frac{12-p}{4}\right)$ ،

$u_1 ; -0{,}6$ ؛ $u_2=\cos\left(\frac{24-p}{4}\right)$ ، $u_2 ; 0{,}48$

$u_3=\cos\left(\frac{36-p}{4}\right)$ ، $u_3 ; -0{,}35$.

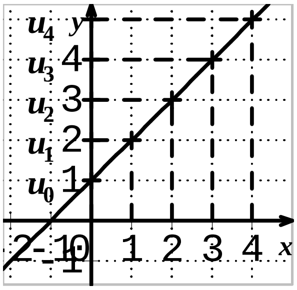
21 1° $f : x \text{ a } (x-1)^2$ معرفة على $[-2\,;+\infty[$ ؛ $u_1=9$ ، $u_2=64$ ، $u_3=3969$

2° $f : x \text{ a } \sqrt{x+1}$ معرفة على $[0\,;+\infty[$ ؛ $u_1=\sqrt{\frac{3}{2}}$ ، $u_2=\sqrt{\sqrt{\frac{3}{2}}+1}$ ، $u_3=\sqrt{\sqrt{\sqrt{\frac{3}{2}}+1}+1}$

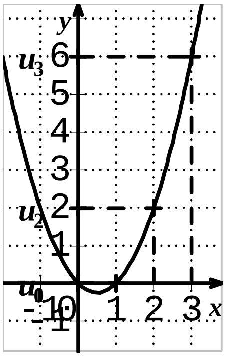
3° $f : x \text{ a } \frac{2x}{x+1}$ معرفة على $[0\,;+\infty[$ ؛ $u_1=\frac{8}{5}$ ، $u_2=\frac{16}{13}$ ، $u_3=\frac{32}{29}$.

4° $f : x \text{ a } x^2-2x$ معرفة على ¡ ؛ $u_1=15$ ، $u_2=195$ ، $u_3=37635$.

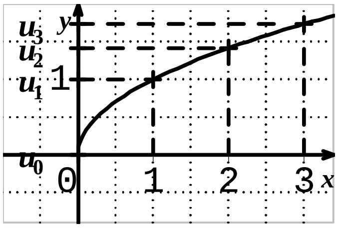
22 1° $u_n=n+1$. $u_0=1$ ، $u_1=2$ ، $u_2=3$ ، $u_3=4$. نعتبر الدالة f حيث $f(x)=x+1$ و $u_n=f(n)$.



2° $u_n=n^2-n$. $u_0=0$ ، $u_1=0$ ، $u_2=2$ ، $u_3=6$ نعتبر الدالة f حيث $f(x)=x^2-x$ و $u_n=f(n)$.

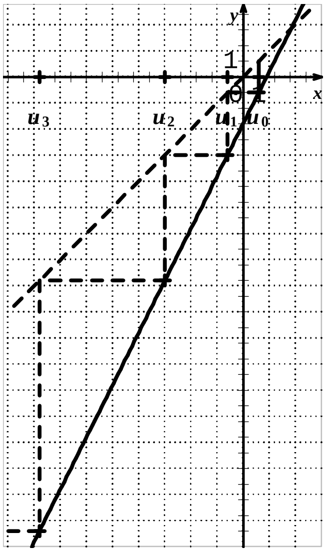


3° $u_n=\sqrt{n}$. $u_0=0$ ، $u_1=0$ ، $u_2=\sqrt{2}$ ، $u_3=\sqrt{3}$ نعتبر الدالة f حيث: $f(x)=\sqrt{x}$ و $u_n=f(n)$.



4° $\begin{cases} u_0=1 \\ u_{n+1}=2u_n-3 \end{cases}$ $u_1=-1$ ، $u_2=-5$ ، $u_3=-13$

لتكن الدالة f حيث: $f(x)=2x-3$ و $u_{n+1}=f(u_n)$.



23 الشكل 1 : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = -2u_n + 1$.

الشكل 2 : $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = 2u_n + 1$.

الشكل 3 : $u_0 = 8$ و $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 1}$.

24 **1°** $u_n = 4n - 1$ ؛ $u_{n+1} = 4n + 3$ ؛

$u_n + 1 = 4n$ ؛ $u_{2n} = 8n - 1$ ؛ $u_{n^2} = 4n^2 - 1$ ؛

$u_{2n+1} = 8n + 3$ ؛ $u_{2n-1} = 8n - 5$.

2° $u_n = n^2 + n - 3$ ؛ $u_{n+1} = n^2 + 3n - 1$ ؛

$u_n + 1 = n^2 + n - 2$ ؛ $u_{2n} = 4n^2 + 2n - 3$ ؛

$u_{n^2} = n^4 + n^2 - 3$ ؛ $u_{2n+1} = 4n^2 + 5n - 2$ ؛

$u_{2n-1} = 4n^2 - 3n - 2$.

3° $u_n = \dfrac{n}{n+1}$ ؛ $u_{n+1} = \dfrac{n+1}{n+2}$ ؛ $u_n + 1 = \dfrac{2n+1}{n+1}$

$u_{2n} = \dfrac{2n}{2n+1}$ ؛ $u_{n^2} = \dfrac{n^2}{n^2+1}$ ؛ $u_{2n+1} = \dfrac{2n+1}{2n+2}$ ؛

$u_{2n-1} = \dfrac{2n-1}{2n}$.

4° $u_n = \sqrt{n} + 1$ ؛ $u_{n+1} = \sqrt{n+1} + 1$ ؛

$u_n + 1 = \sqrt{n} + 2$ ؛ $u_{2n} = \sqrt{2n} + 1$ ؛ $u_{n^2} = n + 1$ ؛

$u_{2n+1} = \sqrt{2n+1} + 1$ ؛ $u_{2n-1} = \sqrt{2n-1} + 1$.

25 $u_n = 2^{3n}$ ؛ $u_{n+1} = 2^{3(n+1)} = (2^3)^{n+1} = 8^{n+1}$ ؛

$u_{2n} = 2^{6n} = (2^6)^n = 64^n$ ؛

$u_{2n-1} = 2^{3(2n-1)} = 2^{6n-3} = 2^{6n} \times 2^{-3} = \dfrac{64^n}{8}$ ؛

$u_{n^2} = 2^{3n^2} = (2^3)^{n^2} = 8^{n^2}$.

26 1) $u_0 = 3$ ؛ $u_1 = 5$ ؛ $u_2 = 3$.

(u_n) متتالية غير ثابتة .

2) $u_n - 3 = n(n^2 - 5n + 6) = n(n-2)(n-3)$

إلى جداء عوامل . $u_n = n^3 - 5n^2 + 6n + 3$

3) $u_n = 3$ معناه $u_n - 3 = 0$ ومعناه :

$n(n-2)(n-3) = 0$ أي: $n = 0$ أو $n = 2$ أو $n = 3$

27 1) $u_0 = -5$ ، $u_1 = -2$ ، $u_2 = 5$ ، $u_3 = 10$.

2) $u_0 = -1$ ، $u_1 = 6$ ، $u_2 = 10,5$ ، $u_3 = 12$.

3) $u_0 = 6$ ، $u_1 = 10,5$ ، $u_2 = 12$ ، $u_3 = 12,5$.

28 1) $u_1 = 4$ ، $u_2 = 5$ ، $u_3 = 6$

2) من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = u_n + 1$.

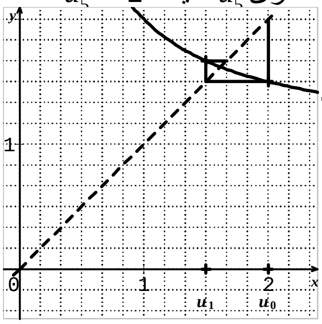
29 1) $f(x) = \dfrac{x}{5} + \dfrac{5}{x} = \dfrac{x^2 + 25}{5x}$

2) $f'(x) = \dfrac{1}{5} - \dfrac{5}{x^2} = \dfrac{x^2 - 25}{5x^2}$ ومنه f متناقصة تماما على $]0;5]$ ومتزايدة تماما على $[5;+\infty[$.

3) $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x) = +\infty$ ؛ $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

4) (u_n) ليست رتيبة .

5) (u_n) تقبل قيمة حدية صغرى u_5 حيث $u_5 = 2$



30 1) $u_1 = 1,5$ ؛ $u_2 \approx 1,66$ ، $u_3 = 1,6$.

2) $u_{n+1} = 1 + \dfrac{1}{u_n}$.

3) $u_4 = 1,625$ ؛ $u_5 \approx 1,615$ ، $u_6 \approx 1,619$

31 1) $u_1 = 1$ لأنه يوجد مثلث واحد AB_0B_1 ؛ $u_2 = 3$ لأنه توجد 3 مثلثات هي AB_0B_1 ، AB_0B_2 و AB_1B_2 .

2) $u_{n+1} - u_n = n + 1$.

3) $u_3 = 6$ ؛ $u_4 = 10$ ؛ $u_5 = 15$.

4) $v_1 = 1$ ؛ $v_{n+1} = \dfrac{(n+1)(n+2)}{2} = \dfrac{n(n+1)}{2} + \dfrac{2(n+1)}{2}$

$v_{n+1} = v_n + n + 1$ ومنه : $v_n = u_n$

32 1) $u_0 = 1$ ، $u_1 = 2$ ، $u_2 = 4$ ، $u_3 = 8$ ، $u_4 = 16$

2) $u_n = 2^n$. 3) $u_5 = 31$ ، $u_6 = 57$ ، $u_7 = 99$

التخمين خاطئ لأن $2^n \neq 31$.

33 1)

n	u_n
0	1
1	-998.99
2	-1998.98
3	-2998.97
4	-3998.96
5	-4998.95

1419	-63718.9
1420	-51166
1421	-38477.7
1422	-25652.5
1423	-12689
1424	414.1081
1425	13658.25

2001	441678067
2002	446113858
2003	450594016
2004	455118987
2005	459689216
2006	464305159
2007	468967270

(2
$u_{n+1}-u_n=1,01^{n+1}-1000(n+1)-1,01^n+1000n$

$u_{n+1}-u_n=0,01\left(1,01^n-\dfrac{1000}{0,01}\right)$

لدينا $u_{1158}-u_{1157}\approx-0,39$ و $u_{1159}-u_{1158}\approx 9,6$
ومنه $n_0=1158$ ونلاحظه كذلك من المجدول .

34 $u_n=-2n+3$. المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

35 $u_n=\dfrac{2-4n}{n+2}$.الدالة $f:x\mapsto\dfrac{2-4x}{x+2}$ متناقصة تماما على $[0;+\infty[$ إذن المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

36 $u_n=(n-5)^2$. المتتالية (u_n) غير رتيبة تكون متناقصة تماما من أجل $0\le n\le 5$ ومتزايدة تماما من أجل $n\ge 5$.

37 $u_n=\dfrac{3^{2n}}{2^{3n}}$. كل الحدود موجبة تماما و $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}=\dfrac{9}{8}$

$\dfrac{u_{n+1}}{u_n}>1$ ومنه إذن المتتالية (u_n) متزايدة تماما .

38 $u_n=\dfrac{n^2+1}{2n}$. الدالة $f:x\mapsto\dfrac{x^2+1}{2x}$ متزايدة تماما على $[1;+\infty[$ إذن المتتالية (u_n) متزايدة تماما .

39 $u_{n+1}-u_n=2n$ و $n\in\mathbb{N}$ إذن (u_n) متزايدة تماما.

40 $u_n=\left(-\dfrac{2}{3}\right)^{2n}=\left(\dfrac{2}{3}\right)^{2n}$. $0<\dfrac{u_{n+1}}{u_n}<1$ ونجد (u_n) متناقصة تماما.

41 $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}=\dfrac{2}{3}$ ومنه $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}<1$ وكل الحدود سالبة إذن $u_{n+1}>u_n$ ومنه (u_n) متزايدة تماما.

42 (u_n) ليست رتيبة .

43 1) $v_6=-41$ ؛ $v_{n+1}-v_n=2n-11$.
من أجل $n\ge 6$ ؛ $2n-11>0$ إذن (v_n) متزايدة تماما.

44 1) f متزايدة تماما على $]-\infty;0]$ و $[10;+\infty[$ ، ومتناقصة تماما على $[0;10]$.
2) ابتداء من الدليل 10 ، (u_n) متزايدة تماما.

45 1) $0,5$ ؛ 1 ؛ $2,25$ ؛ $5,4$ ؛ $13,5$.
2) $3^n>0$ و $n+2>0$ إذن $u_n>0$.
3) $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}-1=\dfrac{2n+3}{n+3}$ ومنه من أجل كل عدد طبيعي n ؛ $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}-1>0$

4) $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}>1$ وكا الحدود موجبة إذن (u_n) متزايدة تماما .

46 1) الدالة f ليست رتيبة .
2) $u_n=n+1$.
3) $u_{n+1}-u_n=1$ ومنه (u_n) متزايدة تماما .

47 1) $u_1=0,5$ ، $u_2\approx 0,166$ ، $u_3=0,083$ ، $u_4=0,05$.

2) $u_{n+1}=\dfrac{1}{n+1}-\dfrac{1}{n+2}=\dfrac{1}{(n+1)(n+2)}$.

3) $u_n=\dfrac{1}{n(n+1)}$ ومنه $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}=\dfrac{n}{n+2}$ ومنه $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}<1$

بما أن $\dfrac{1}{n}>\dfrac{1}{n+1}$ فإن $\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}>0$ ومنه كل الحدود موجبة وبالتالي (u_n) متناقصة تماما.

48 1) من المنحني البياني يلاحظ أن الدالة f ليست رتيبة
2) $u_n=\dfrac{2\sin(2\pi n)}{2n+1}=0$.
3) (u_n) متتالية معدومة إذن هي ثابتة .

49
(1

TEXAS INSTRUMENTS

n	u(n)
0	-.6667
1	-.25
2	0
3	.16667
4	.28571
5	.375
6	.44444

n=0

TEXAS INSTRUMENTS

n	u(n)
10	.61538
11	.64286
12	.66667
13	.6875
14	.70588
15	.72222
16	.73684

n=10

الحاسبة TI83+ نجد : $u_0=-0,67$ ، $u_1=-0,25$ ، $u_5=0,38$ ، $u_{10}=0,62$ ، $u_{15}=0,74$

2) $u_{2n}=1-\dfrac{5}{2n+3}$ ، $u_{4n+1}=1-\dfrac{5}{4n+4}$ ،
$u_{10^3n}=1-\dfrac{5}{10^3n+3}$.

50

TEXAS INSTRUMENTS

n	u(n)
1	0
2	1.5
3	2.6667
4	3.75
5	4.8
6	5.8333
7	6.8571

n=7

n	u(n)
10	9.9

n	u(n)
50	49.98

n	u(n)
20	19.95

n	u(n)
200	200
201	201

$= 0$ ... $u_3\approx 2,67$ ، $u_4=3,75$ ،
$u_{10}=9,9$ ، $u_{20}=19,95$ ، $u_{50}=49,98$ ،
$u_{200}=200$.

n	v(n)
0	2
1	1.5
2	.83333
3	-.3667

n	v(n)
10	-.459
11	1.7196

n	v(n)
20	-1.352
21	-.6124

$v_1=1,5$ ، $v_2=0,83$ ، $v_3\approx-0,37$ ، $v_{10}\approx-0,46$ ، $v_{20}\approx-1,35$.

51 °1 $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x} - 3x^2 = -\infty$.

°2 $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} - 3 = -3$.

°3 $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{x\to+\infty} \left(1-\sqrt{x}\right)\left(2+\frac{3}{x}\right) = -\infty$.

°4 $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x\sqrt{x}} = 0$.

°5 $\lim -\frac{1}{n} = \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0$.

ومن أجل كل n من ¥ : $-1 \le (-1)^n \le 1$ ؛ ومنه من أجل كل n من *¥ : $\frac{-1}{n} \le \frac{(-1)^n}{n} \le \frac{1}{n}$ إذن $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{(-1)^n}{n} = 0$.

°6 $\lim\limits_{n\to+\infty} -\frac{1}{3n^2} = \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{3n^2} = 0$.

ومن أجل كل n من ¥ : $-1 \le \sin\left(\frac{np}{4}\right) \le 1$ ؛ ومنه من أجل كل n من *¥ : $-\frac{1}{3n^2} \le \frac{\sin\left(\frac{np}{4}\right)}{3n^2} \le \frac{1}{3n^2}$

إذن $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$.

°7 $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ ، لأن $0 < 0,7 < 1$.

°8 $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ ، لأن $0 < \frac{\sqrt{5}}{4} < 1$.

°9 $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0$ ، لأن $0 < \frac{1}{3} < 1$.

°10 $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x+1}{3x+1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x}{3x} = \frac{1}{3}$.

52 (1 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x+1}{2x-1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$.

(2 $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \frac{1}{2}$.

53 من أجل كل n من ¥ : $u_{n+1} - u_n = 3$ إذن (u_n) متتالية حسابية أساسها 3 .

54 من أجل كل n من ¥ : $u_{n+1} - u_n = -3$ إذن (u_n) متتالية حسابية أساسها -3 .

55 من أجل كل n من ¥ : $u_{n+1} - u_n = 4n+5$ العبارة غير ثابتة إذن (u_n) متتالية ليست حسابية .

56 من أجل كل n من ¥ : $u_{n+1} - u_n = 2n+1$ العبارة غير ثابتة إذن (u_n) متتالية ليست حسابية .

57 من أجل كل n من ¥ : $u_{n+3} - u_{n+2} = -\frac{4}{5}$ إذن : (u_n) متتالية حسابية أساسها $-\frac{4}{5}$ وحدها الأول $u_2 = \frac{3}{5}$.

58 من أجل كل n من *¥ : $u_{n+1} - u_n = \frac{n+2}{n+1}$ العبارة غير ثابتة إذن (u_n) متتالية ليست حسابية .

59 من أجل كل n من ¥ : $u_{n+1} - u_n = 2$ إذن (u_n) متتالية حسابية أساسها 2 .

60 من أجل كل n من ¥ : $u_{n+1} - u_n = -5u_n$ العبارة غير ثابتة إذن (u_n) متتالية ليست حسابية .

61 $q = u_1 - u_0 = 7$ ؛ $u_{100} = u_0 + 100q = 698$.

62 $u_{15} = u_0 + 15q$ ومنه $q = \frac{u_{15} - u_0}{15} = 4$ ؛ $u_{2007} = u_0 + 2007q = 8027$.

63 $u_{200} = u_0 + 200q$ ؛ $q = \frac{u_{200} - u_0}{200} = 2,5 = \frac{5}{2}$ ؛ $u_{100} = u_0 + 100q = 253$

64 $u_{24} = u_7 + (24-7)q$ ؛ $q = \frac{u_{24} - u_7}{17} = 2$ ؛ $u_0 = u_7 + (0-7)q = -15$.

65 $u_0 = u_{17} + (0-17)q = 1$.

66 °1 $u_n = 4n - 1$. °2 $u_n = -5n + \frac{3}{2}$.

°3 $u_n = \frac{5}{4}n + \sqrt{3}$. °4 $u_n = 10^{-2}n + \frac{45}{2}$.

67 الشكل 1 يمثل متتالية هندسية حدها الأول $u_0 = -\frac{1}{2}$ وأساسها $\frac{3}{2}$. الشكل 2 يمثل متتالية ليست حسابية .

الشكل 3 يمثل متتالية حسابية حدها الأول $u_0 = 3$ وأساسها -1 . الشكل 4 يمثل كذلك متتالية حسابية حدها الأول $u_0 = -1$ وأساسها 2 .

68 °1 $u_n = u_{15} + (n-15)q$ ونجد $n = 53$.

°2 $q = \frac{u_{10} - u_5}{10-5} = -10$ ؛ $n = \frac{u_n - u_5}{q} + 5 = 15$.

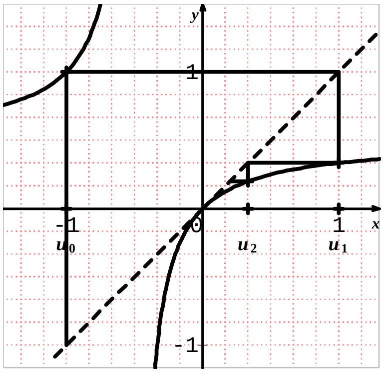
°3 $q = \frac{u_{31} - u_{19}}{31-19} = \frac{9}{2}$ ؛ $u_6 = 69 - 9q = \frac{57}{2}$ ؛ $n = \frac{u_n - u_6}{q} + 6 = 13$.

69 $q = 5$ ؛ $u_{29} = 111$ ؛ $S = \frac{20}{2}\left(u_{10} + u_{29}\right) = 1270$

70 (1 $v_{n+1} - v_n = -\frac{1}{2}$ ؛ $v_0 = -\frac{1}{3}$.

2) $v_n=-\frac{1}{2}n-\frac{1}{3}$ 3) $u_n=\frac{6n-2}{3n+2}$.

71 1) التمثيل



2) $v_{n+1}-v_n=2$ ؛ $v_0=0$.

3) $v_n=2n$ ؛ $u_n=\frac{1}{2n-1}$.

4) $\lim\limits_{n\to 0}u_n=0$

72 1) $u_2=7$ ؛ $u_3=10$ ؛ $u_4=13$ ؛ $u_5=16$.

2) $u_{n+2}-u_{n+1}=u_{n+1}-u_n=u_1-u_0=3$ ؛ $q=3$.

3) $u_n=3n+1$. 4) $u_n=361$ معناه $n=120$.

5) $S=6n^2-n$.

73 1) $S=\frac{63}{2}(5+67)=2268$.

2) $u_n=2n+1$ ؛ $S=\frac{51}{2}(1+101)=2601$.

3) $S=(17+7-3-13-23-33-43-53)$
$+(12+2-8-18-28-38-48)$

$S=4(17-53)+\frac{7}{2}(12-48)=-270$

74 1° (u_n) هندسية و $r=3$.

2° (u_n) ليست هندسية . 3° (u_n) هندسية و $r=\frac{4}{3}$.

4° (u_n) هندسية و $r=9$. 5° (u_n) هندسية و $r=4$.

6° $u_{n+1}=5u_n+2n-\frac{1}{2}$ ؛ (u_n) ليست هندسية .

7° (u_n) ليست هندسية . 8° (u_n) هندسية و $r=\sqrt{2}$.

9° $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+1$ ؛ (u_n) ليست هندسية .

10° $\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{1}{3}u_n$ ؛ (u_n) ليست هندسية .

75 الشكل 1 يمثل متتالية هندية أساسها $-\frac{1}{2}$.

الشكل 2 يمثل متتالية ليست هندسية .

الشكل 3 يمثل متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$.

76 $u_n=3\times 2^n$.

77 $u_n=\frac{5}{2}\times(-3)^n$.

78 $u_3=4$ ؛ $u_5=16$.

79 $u_0=-320$ ؛ $u_2=-80$.

80 $q^3=\frac{1}{8}$ ومنه $q=\frac{1}{2}$ ؛ $u_{100}=\frac{11}{2^{92}}$.

81 1° (u_n) متناقصة تماما .

2° (u_n) متناقصة تماما . 3° (u_n) متناقصة تماما .

4° (u_n) ليست رتيبة . 5° (u_n) متناقصة تماما .

5° (u_n) ليست رتيبة .

82 1° $u_n=-\frac{7^n}{4}$ ؛ 2° $u_n=3^{n+1}$ ؛ 3° $u_n=\frac{\sqrt{2}}{(-2)^n}$

83 لدينا: $a+ar+ar^2=21$ ، $2a+ar-ar^2=27$

و $3a+2ar=48$ ونجد $a=\frac{48}{3+2r}$ ؛ ومنه

أي : $16+16r+16r^2=21+14r$

$16r^2+2r-5=0$ ؛ $\Delta'=81$ ؛ $r'=\frac{-5}{8}$ ؛ $r''=\frac{1}{2}$

$r=\frac{-5}{8}$ ، $a=\frac{192}{7}$ ، $b=-\frac{120}{7}$ ، $c=\frac{75}{7}$.

$r=\frac{1}{2}$ ، $a=12$ ، $b=6$ ، $c=3$.

84 1) لدينا $a+c=2b$ ، $ab=c^2$ و $a+b+c=18$

ومنه $b=6$ ويصبح لدينا $a+c=12$ و $a=\frac{c^2}{6}$ ونحل

المعادلة $c^2+6c-72=0$ ، $c'=-12$ ، $c''=6$

الحالة الأولى $(a;b;c)=(24;6;-12)$

الحالة الثانية $(a;b;c)=(6;6;6)$

2) الحالة الأولى الأساس -2 والحالة الثانية الأساس 1 .

85 1) $0<r<1$

2) $u_2=-\frac{1}{2}$ ثم نحل المعادلة $12x^2+13x+3=0$ ،

$\Delta=25$ ، $x'=-\frac{3}{4}$ ، $x''=-\frac{1}{3}$ وبما أن المتتالية

متزايدة فإن $u_1=-\frac{3}{4}$ ، $u_2=-\frac{1}{2}$ ، $u_3=-\frac{1}{3}$.

3) $u_n=-\frac{3}{4}\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$. 4) $S=\left(\frac{2}{3}\right)^{n-2}-\frac{9}{4}$

86 $1+y+y^2+y^3=\frac{y^4-1}{y-1}=(y+1)(y^2+1)$

$1+y+y^2+y^3=0$ معناه $y=-1$ ونجد $x=0$.

87 1) $u_1=0$ ، $u_2=\frac{2}{3}$ ، $u_3=\frac{10}{11}$.

2) $\frac{2}{3}-0\neq\frac{10}{11}-\frac{2}{3}$ و $\frac{2}{3}\neq 0\times q$.

3) $v_{n+1}=\frac{u_{n+1}-1}{u_{n+1}+2}=...=\frac{1}{4}v_n$. 4) $v_n=\frac{-2}{4^n}$.

5) $\lim_{n\to+\infty} v_n=0$ ، $u_n=\frac{-2v_n-1}{v_n-1}$ ومنه $\lim_{n\to+\infty} u_n=1$.

88 1) $v_{n+1}=\frac{u_{n+1}}{n+1}=...=\frac{3}{4}v_n$ ، $v_1=\frac{3}{4}$ ، $r=\frac{3}{4}$

2) $v_n=\left(\frac{3}{4}\right)^n$. 3) $v_{n+1}-v_n=-\frac{1}{4}\left(\frac{3}{4}\right)^n$ ومنه (v_n) متناقصة تماما .

4) $u_{n+1}-u_n=n\left(\frac{3}{4}\right)^n\frac{-n+3}{4n}$ ومنه ابتداء من الرتبة $n_0=3$ تكون (u_n) متناقصة تماما .

89 1) $a=-4$.

2) $v_{n+1}=u_{n+1}+4=...=\frac{1}{2}v_n$ ؛ $v_n=9\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ؛

$u_n=9\left(\frac{1}{2}\right)^n-4$.

3) $S_1=-18\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}+18$ ؛ $S_2=S_1-4(n+1)$.

90 1) $u_1=p$ ، $u_2=\frac{p}{2}$ ، $u_3=\frac{p}{4}$ ، $u_n=\frac{p}{2^{n-1}}$.

2) الطول يساوي $2p\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right]$.

91 نضع a_n العدد الأول الموجود في السطر n و b_n العدد الموجود في آخره . لدينا : $b_n=n^2$ ، $a_{n+1}=b_n+1$ و $a_{n+1}=a_n+2n-1$ ومنه نستنتج $a_n=n^2-2n+2$ لدينا $a_n\le 2007\le b_n$.

$n^2-2n+2\le 2007$ تكافئ $-43\le n\le 45$

و $n^2\ge 2007$ تكافئ $n\ge 45$ أو $n\le -44$

(مع اعتبار n عدد طبيعي) إذن $n=45$ و $a_{45}=1937$

رقم العمود هو $2007-1937+1=71$

ولكن حسب المثال لدينا العدد 1 موجود في السطر 0

ومنه العدد 2007 موجود في السطر 44 والعمود 71

92 عدد الصفحات 63 و رقم الصفحة الملتصقة مع موالية لها هو 4 .

93 1) $u_1=0$ ، $u_2=-0,5$ ، $u_3=-0,75$.

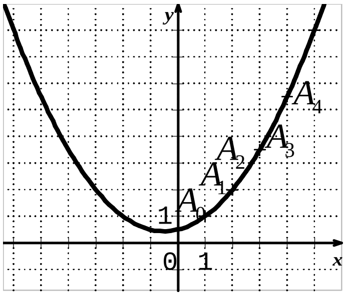
2) $v_{n+1}=\frac{1}{2}v_n+\frac{a-1}{2}$ ؛ $a=1$. $v_n=2\left(\frac{1}{2}\right)^n$

$u_n=2\left(\frac{1}{2}\right)^n-1$. 3) (u_n) متناقصة تماما .

4) $v_n<10^{-4}$ ، $v_{14}\,;\,0,000122$ ، $v_{15}\,;\,0,000061$ ومنه $n=15$.

5) $S_n=5-n-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$. 6) $\lim_{n\to+\infty}\frac{S_n}{n}=-1$.

94 $u_1=100$ ، $u_2=120$ ، عدد المرضى لليوم الرابع $u_4=100+4\times 20=180$ ؛ $u_7=240$ وعدد كل المرضى بعد 7 أيام هو $1190=\frac{7\times 340}{2}$ وبعد 15 اليوم 3600 .



95 1) التمثيل .
2) بالحساب نجد العبارة
3) $n=x_n-1$
$y_n=\frac{x_n^2+x_n+2}{4}$
4) إنشاء (P) .

96 تصحيح : تستقبل في كل سنة 20 تلميذ جديد في السنة الأولى **أكثر من السنة الماضية** .
متتالية حسابية أساسها 20 وحدها الأول $u_0=1500$ ونجد بعد 25 سنة يكون عدد التلاميذ 2000 .

97 لدينا متتالية حسابية حدها الأول $u_0=5,3$ وأساسها $r=0,0175$ ونجد في سنة 2000 عدد السكان $u_{10}=5,475$ وفي سنة 2007 : $u_{17}=5,5975$ وفي سنة 2030 : $u_{40}=6$ مقدرا بالمليار نسمة .

98 باعتبار متتالية حسابية حدها الأول $u_1=1$ وأساسها $r=2$ نجد ثمن الحصان هو $u_{24}=47$ مقدرا بالدينار .

99 1) $u_1=1$ ؛ $u_2=2$ ؛ ... $u_{10}=10$.
2) $u_n=n$. 3) ابتداء من $n=31$.

100 1) $l_n=A\Omega_n=10\left(\frac{1}{3}\right)^n$ ؛ $R_n=5\left(\frac{1}{3}\right)^n$.

2) $A\Omega_n-R_n=A\Omega_{n+1}+R_{n+1}=5\left(\frac{1}{3}\right)^n$.

3) $u_n=pR_n^2$ أساسها $\frac{1}{9}$.

4) $S_n=\frac{225p}{8}\left[1-\left(\frac{1}{9}\right)^{n+1}\right]$ ؛ $\lim_{n\to+\infty} S_n=\frac{225p}{8}$

101 1) $a=aa+b$ ومنه $a=\frac{b}{1-a}$.

2) $v_{n+1}=u_{n+1}-a=av_n$ الأساس هو a .

3) $v_n=(u_0-a)a^n$ ؛ $u_n=(u_0-a)a^n+a$ ؛

$u_n=\left(u_0-\frac{b}{1-a}\right)a^n+\frac{b}{1-a}$.

4) $h_n=u_n-u_{n-1}$ ؛ $h_n=\left(u_0-\frac{b}{1-a}\right)\left(1-\frac{1}{a}\right)a^n$

(h_n) هندسية أساسها a .

$h_1+h_2+...+h_n=u_1-u_0+u_2-u_1+$

$+...+u_n-u_{n-1}$

بحذف الحدود المتعاكسة نجد $h_1+h_2+...+h_n=u_n-u_0$

102 1) المثلثات متشابهة نبرهن أن الإرتفاعات h_n والأضلاع a_n تحقق : $h_{n+1}=2h_n$ و $a_{n+1}=2a_n$ ومنه $S_{n+1}=4S_n$ إذن المساحات (S_n) هندسية أساسها 4.

2) $\frac{h_n}{3}$ هو نصف قطر الدائرة المرسومة في المثلث ذي الارتفاع h_n والمساحة للقرص المرفق هي $S'_n=\frac{p}{9}h_n^2$

إذن (S'_n) هندسية أساسها 4.

103 تصحيح رقم التمرين غير موجود وبالنسبة للسؤال1) بين أن المتتالية (t_n) لمساحات المثلثات هي هندسية ...

1) المثلثات المتقايسة الأضلاع (اللون الأزرق) متشابهة ، نضع a_n طول ضلعها و b_n طول ارتفاعها ونبين أن :

$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{b_{n+1}}{b_n}=2$ والمساحة $t_n=\frac{1}{2}a_nb_n$ إذن المتتالية (t_n) هندسية أساسها 4 .

2) $h_n=t_n+3k_n$ حيث k_n مساحة المثلث المتساوي الساقين (اللون الأصفر) ذي القاعدة a_n والارتفاع $\frac{1}{3}b_n$.

ونجد $h_n=a_nb_n$ ومنه (h_n) هندسية أساسها 4 .

المتتالية $\frac{1}{2}a_0b_0$ ، a_0b_0 ، $\frac{1}{2}a_1b_1$ ، a_1b_1 . . . هي هندسية أساسها 2 .