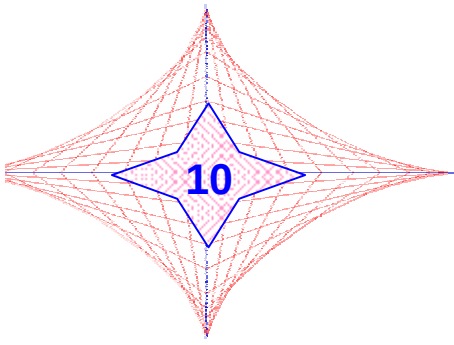
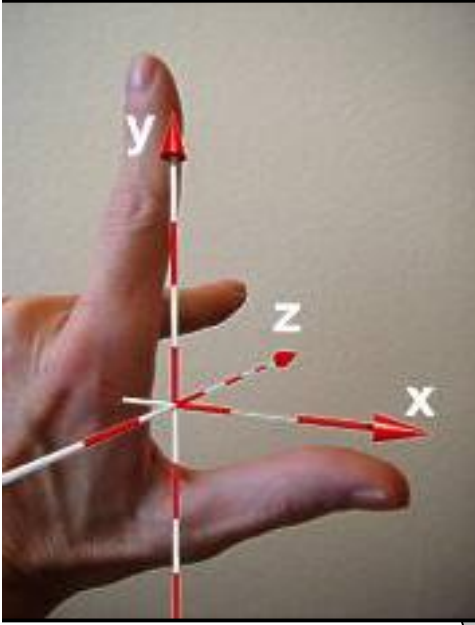




الكفاءات المستهدفة



- ◀ تعليم نقط أعطيت إحداثياتها.
- ◀ تعيين معادلة لمستو مواز لأحد مستويات الإحداثيات.
- ◀ تعيين معادلات مستقيم معرف بنقطة و شعاع توجيه له.
- ◀ إثبات أن أشعة معطاة تنتمي إلى نفس المستوي.
- ◀ استعمال مبرهنة فيثاغورس لإيجاد المسافة بين نقطتين.
- ◀ استعمال دستور المسافة بين نقطتين لتعيين مجموعة
- ◀ نقط تحقق خاصية ما.

يتمحور هذا الفصل على ثلاث محاور أساسية هي:

1 * تعليم النقط في الفضاء من خلال

إدراج مفهوم المعلم.

2 * استعمال الإحداثيات لحل مسائل

مرتبطة بالاستقامية، التوازي، الأشعة من نفس المستوي...

3* تعيين المعادلة الديكارتية لكل من سطح

الكرة، المخروط الدوراني، الاسطوانة

الدورانية، المستوي الموازي لأحد مستويات الإحداثيات...

الأنشطة

النشاط 1 :

الهدف : تعيين إحداثيات نقط في معلم للفضاء

(1) لدينا $A(0,0,0)$ ، $B(3,0,0)$ ، $C(3,0,2)$ ،

$D(0,0,2)$ ، $E(0,4,0)$ ، $F(3,4,0)$ ، $H(0,4,2)$

(2) $I(1,0,0)$ ، $J(0,1,0)$ ، $K(0,0,1)$. النقطة A هي

مبدأ المعلم.

(3) $L(3,2,2)$ و $M(2,4,2)$

النشاط 2 :

الهدف : تعيين معادلات مستويات و مستقيمات.

(1) $A(0,0,0)$ ، $B(1,0,0)$ ، $C(0,1,0)$ ،

$D(0,0,1)$ ، $F(1,1,0)$ ، $G(1,0,1)$ ، $E(0,1,1)$

و $H(1,1,1)$

(2) المستوي (GDE) : $z=1$ ، x و y كيفيان.

المستوي (ABC) : $z=0$ ، x و y كيفيان.

المستوي (EHF) : $y=1$ ، x و z كيفيان.

المستقيم (AB) : $y=0$ و $z=0$ ، x كيفي.

المستقيم (AC) : $x=0$ و $z=0$ ، y كيفي.

المستقيم (HE) : $y=1$ و $z=1$ ، x كيفي.

(3) إحداثيات منتصف $[AB]$ هي $(\frac{1}{2}, 0, 0)$.

إحداثيات منتصف $[CE]$ هي $(0, 1, \frac{1}{2})$.

النشاط 3 :

الهدف : تعيين المسافة بين نقطتين.

(1) $A(0,0,0)$ ، $B(3,0,0)$ ، $C(3,4,0)$ ،

$D(0,4,0)$ ، $E(0,0,2)$ ، $F(3,0,2)$ ، $G(3,4,2)$

و $H(0,4,2)$

(2) بتطبيق مبرهنة فيثاغورث في المثلث ACG و علما أن

$CG = AE$ يكون لدينا: $AG^2 = AC^2 + AE^2$.

بتطبيق نفس المبرهنة في المثلث ABC و علما

أن $BC = AD$ يكون لدينا: $AC^2 = AB^2 + AD^2$. من

العلاقتين السابقتين نستنتج المطلوب.

(3) $AG^2 = 29$ و منه $AG = \sqrt{29}$

(4) $\sqrt{(x_G - x_A)^2 + \dots} = \sqrt{29} = AG$

(5) باستعمال من جهة النتيجة السابقة و باستعمال العلاقة

$MN = \frac{1}{2} EG$ في المثلث EHG من جهة ثانية نجد:

$MN = 5/2$

النشاط 4 :

الهدف : دراسة تقاطع مخروط دوراني مع مستو.

تصحيح : $x = \frac{3}{4} \sqrt{z^2 - \frac{16}{9} b^2}$

(1) • (Σ) دائرة مركزها النقطة C و نصف قطرها R .

• بتطبيق مبرهنة طالس نجد: $R = \frac{3}{4} C$ و منه معادلة

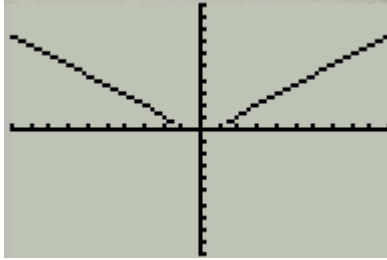
(Σ) هي: $x^2 + y^2 = \frac{9}{16} c^2$.

• المستوي (P) يولد المخروط الدوراني لما تتغير c في

المجال $[0, 4]$ و منه المعادلة.

(2) • معادلة المستوي (Q) هي: $y = b$.

• بكتابة جملة التقاطع نتحصل على المطلوب.



الأعمال الموجهة

الهدف من الأعمال الموجهة الخاصة بهذا الفصل هو تعيين المعادلات الديكارتية لبعض المجموعات المنصوص عليها في البرنامج و بالتالي فكل النتائج الأساسية الخاصة بهذه المعادلات قد أعطيت و لا نرى أي داع لإعادة كتابتها.

تمارين

1 (1 خطأ . 2 صحيح . 3 خطأ).

2 (1 خطأ . 2 خطأ . 3 خطأ).

3 (1 صحيح . 2 خطأ . 3 خطأ).

4 (1 خطأ . 2 صحيح . 3 خطأ).

5 (1 خطأ . 2 صحيح . 3 خطأ).

6 (1 خطأ . 2 خطأ . 3 صحيح).

7 خطأ

8 (الجواب ج)

9 (الجواب ب)

10 (الجواب ج)

11 (الجواب ب)

12 (الجواب ب)

13 (الجواب ب)

14 (الجواب ج)

$$\begin{cases} 3x - 2y - 8 = 0 \\ y - 3z + 2 = 0 \end{cases}, \begin{cases} x = 2k + 2 \\ y = 3k - 1 \\ z = -k + 1 \end{cases}$$

78 نقطة التقاطع هي (2,1,3)

79

$$\begin{cases} x = 2 + k \\ y = 1 - k \\ z = k \end{cases}$$

بوضع مثلا $z = k$ يكون لدينا $y = 1 - k$ و $x = 2 + k$

بالتالي فالنقطة هي (2,1,0) و الشعاع وهو (1,-1,1)

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9 \quad 83$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 9 \\ x - y = 1 \\ z = 2 \end{cases} \quad 84$$

نتحصل مثلا على المعادلة

$$x^2 - x - 2 = 0 \quad \text{ذات المجهول } x$$

86

تقاطع سطح الكرة مع المستوي هي الدائرة التي مركزها (3,0,0) و نصف قطرها 4 و هي معرفة

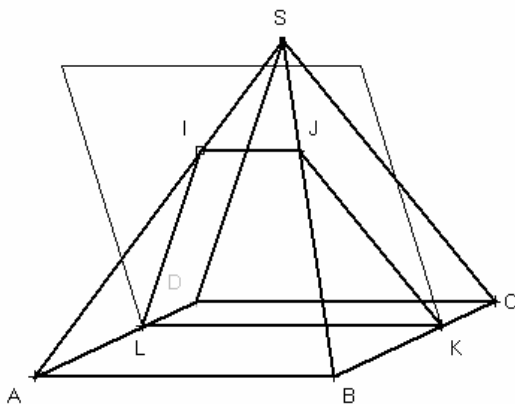
$$\begin{cases} y^2 + z^2 = 16 \\ x = 3 \end{cases} \quad \text{بالجملة:}$$

88

$$\vec{FJ} = -\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AD}, \vec{IK} = -\frac{3}{4}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AD}$$

ينتج أن $\vec{IK}$ و $\vec{FJ}$ من نفس المستوي.

89



$$\vec{AC} = \frac{3}{5}\vec{AE} - \frac{2}{5}\vec{AB} \quad 90$$

المستوي.

$$\vec{IJ} = \frac{1}{3}\vec{EG} \quad 92$$

و منه الشعاعان متوازيان.

$$\vec{IJ} = -\vec{AB} + 2\vec{AC} \quad 93$$

و منه $(IJ) \parallel (ABC)$

$$\vec{LA} = \vec{JI} = \vec{EH} = \vec{DG}, \vec{IK} = \vec{GL} = \vec{CE} \quad 15$$

$$\vec{LB} + \vec{BF} = \vec{LF}, \vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC} \quad 19$$

$$\vec{AC} + \vec{BD} = 2\vec{AD} \quad 25$$

$$\vec{EG} = 3\vec{AD} + 2\vec{DI} \quad 29$$

و منه فالأشعة من نفس المستوي

30 الأشعة $\vec{SA}, \vec{SB}, \vec{SD}$ ليست من نفس المستوي
الأشعة $\vec{SA}, \vec{AB}, \vec{SD}$ ليست من نفس المستوي
لدينا $\vec{SA} = \vec{SB} - \vec{CD}$ و منه فالأشعة $\vec{SA}, \vec{SB}, \vec{CD}$ من نفس المستوي.

$$\vec{AE} = -\frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC} \quad 32$$

$$\vec{u} = 5\vec{w} - 3\vec{v} \quad 33$$

(ب)

$$\vec{w} = \vec{u} + \vec{v} \quad 36$$

إذن الأشعة من نفس المستوي.

$$\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v} \quad 37$$

هل يوجد a و b بحيث:

$$\begin{cases} \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = 0 \\ \vec{GA'} + \vec{GB'} + \vec{GC'} = 0 \end{cases} \quad 42$$

ثم باستعمال علاقة

شال نتوصل إلى النتيجة.

$$\vec{v} = 2\vec{u} \quad 47$$

$$\vec{AB} = 2\vec{AC} \quad 51$$

النقط في استقامية.

$$\vec{AB} = k\vec{CD} \quad 54$$

مع $k = 1$ و منه $(AB) \parallel (CD)$.

$$D(8, -4, 6) \quad 63$$

$$G\left(\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right) \quad 66$$

$$\vec{u} = 0 \quad 69$$

و منه النقط من نفس المستوي.

73

94 $\vec{AE} = \frac{4}{3}\vec{AC} + \frac{1}{3}\vec{CD}$ و بالتالي فالأشعة من نفس

المستوي.

95 $\vec{u} = 2\vec{AB} - 3\vec{AC}$

96 $\vec{AM} = \vec{BC}$

97 لا توجد نقطة M تحقق الشرط لأن الشعاع مستقل عن النقطة M .

98 $\vec{EF} = \frac{1}{2}\vec{BC}$ و منه $(EF) \parallel (BC)$

99 $\vec{u} = 2(\vec{ME} + \vec{MF})$ (ا)

ب) النقطة I هي منتصف القطعة $[EF]$

100 التقاطع هي النقطة $(2,1,3)$

103
$$\begin{cases} x^2 + z^2 - \frac{1}{4}y^2 = 0 \\ 0 \leq y \leq 6 \end{cases}$$
 أو ...

104
$$\begin{cases} y^2 + z^2 = 9 \\ 2 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

في حالة سطح غير منته تكتب المعادلة على الشكل: $y^2 + z^2 = 9$.