2 . شرح حركة كوكب أو قمر اصطناعي

تصميم الدرس

2 . 1 . قوانين كبلر

2 . 2 . تفسير حركة الكواكب و الأقمار الاصطناعية

2 . 2 . 1 . باستعمال قانون الجذب العام

2 . 2 . 2 . باستعمال القانون الثاني لنيوتن

2 . 2 . 3 . عبارة قيمة سرعة كوكب يدور حول الشمس

2 . 2 . 4 . قانون الدور الفلكي (المداري) لكوكب يدور حول الشمس

2 . 2 . 5 . قمر كوكب

2 . 3 . الأقمار الاصطناعية الأرضية

2 . 3 . 1 . وضع القمر الاصطناعي في مداره

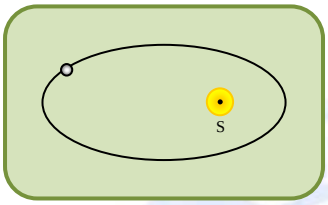
2 . 3 . 2 . أهمية شروط وضع القمر في مداره

2 . 3 . 3 . القمر الاصطناعي الجيوثابت

2 . 1 . قوانين كبلر

- **القانون الأول- قانون المسار.**

توصل العالم كبلر بعد جملة من القياسات التي قام بها إلى استنتاج مسار حركة الكواكب التي تدور حول الشمس، كما بينت هذه



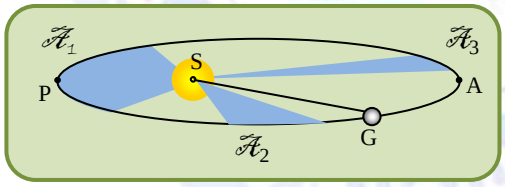
القياسات بأن مسار حركة كوكب يقع في مستوي يشملُ مركز الشمس.

نص القانون :

في مرجع هيليومركزي، مدارات الكواكب هي عبارة عن قطوع Ellipses يكون فيها مركز الشمس عبارة عن أحد بؤرها.

- **القانون الثاني: قانون المساحات**

نعتبر كوكب مركزه G . نصف القطر الذي يربط بينه و بين مركز الشمس هو SG . بينت القياسات التي



قام بها كيبلر أنه في مجالات زمنية متساوية Δt تكون المساحات $\mathscr{A}$ التي يمسحها نصف القطر SG متساوية: $\mathscr{A}_1 = \mathscr{A}_2 = \mathscr{A}_3$

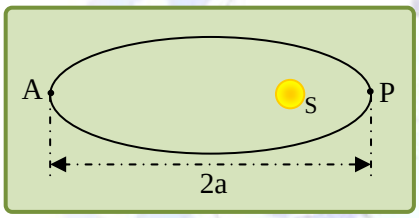
لا تتعلق قيمة الكسر $\frac{\mathscr{A}}{\Delta t}$ بالمدة الزمنية Δt و لكن تتعلق بالكوكب.

نص القانون :

تكون المساحة $\mathscr{A}$ التي يمسحها نصف القطر الذي يربط بين مركز الشمس ومركز الكوكب ثابتة خلال نفس المدة الزمنية Δt ، كما أن هذه المساحة لا تتعلق بوضع الكوكب على مداره.

يسمح هذا القانون بالتأكيد على أن سرعة الكوكب لا تبقى ثابتة خلال حركته في مداره. تكون أصغرية لما يكون الكوكب في الوضع A (Aphélie) وأعظمية لما يصبح في الوضع P (Périhélie).

القانون الثالث : قانون الدور الفلكي (Période de révolution sidérale).



نقول عن كوكب معين بأنه قام بدورة فلكية واحدة عندما يمر من نفس الوضع من مداره الفلكي حول الشمس مرتين متتاليتين. المدة الزمنية التي يستغرقها لتحقيق دورة فلكية واحدة تدعى: الدور الفلكي (Période siderale) أو الدور المداري (Période orbitale).

نص القانون :

يتناسب مربع الدور المداري طردا مع مكعب نصف طول المحور الكبير للمدار الاهليليجي، حسب العلاقة $\frac{T^2}{a^3} = K_S$

وحدة الدور المداري T هي الثانية (s) ، كما يقدر a بـ المتر، بينما يتعلق الثابت K_S بالشمس المعتبر، و وحدته هي $s^2.m^{-3}$

2 . 2 . تفسير حركة الكواكب و الأقمار الاصطناعية

2 . 2 . 1 . باستعمال قانون الجذب العام

تشكل مدارات حركة الأقمار الاصطناعية مثالا مهما للحركة الدائرية. إن نيوتن هو أول من وصف العلاقة الموجودة بين المسارات ذات المدى القصير والحركة المدارية. تصور مدفعا موجود على قمة جبل عال، يقذف كريات بسرعات ابتدائية مماسية لسطح الأرض كما تبينه الوثيقة المقابلة. إذا أخذت الكرية سرعة ابتدائية ضعيفة فإنها تأخذ مسار قطع مكافئ وهذا طبعا عند إهمال مقاومة الهواء، من أجل سرعة ابتدائية أكبر فإنها تذهب بعيدا قبل أن تسقط.

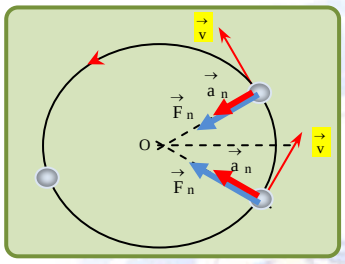
اتجاه تسارع الجاذبية الأرضية متغير على طول المسار ويكون الشكل العام للمسار اهليليجيا. إذا كانت السرعة الابتدائية كافية تستطيع الكرية القيام بدورة حول الأرض لكي تعود بعد ذلك لنقطة البداية (نقطة قذفها). نقول في هذه الحالة إن الكرية تسقط، ولكن خلف الأرض. يتطابق انحناء الأرض مع انحناء مسار الكرية. من خلال هذا استنتج نيوتن بأن المدار يمنع سقوط القمر الاصطناعي على الأرض.

يصلح الاستدلال الأخير على المدارات الدائرية فقط، والتي تشكل حالة خاصة من المدارات الإهليليجية. إذا فرضنا بأن كتلة الجسم المركزي، أي الجسم الذي يمارس الجذب (الشمس مثلا)، هي أكبر بكثير من كتلة الجسم في المدار (كوكب الأرض مثلا)، يمكننا اعتبار الجسم المركزي ساكنا. نهمل في دراستنا قوى الاحتكاك الناتجة عن جو الأرض في حالة الأقمار الاصطناعية ذات المدارات المنخفضة.

2 . 2 . 2 . باستعمال القانون الثاني لنيوتن

توصلنا من خلال الدراسات السابقة إلى أن الجسم الذي يقوم بحركة دائرية بسرعة ثابتة قيمتها v ، يكتسب تسارعا ناظميا يعطى بالعلاقة:

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{r} \cdot \vec{n}$$



ويكون هذا التسارع محمولا على نصف قطر المسار الدائري وموجها نحو مركز المسار كما هو مبين على الوثيقة المقابلة. نطبق القانون الثاني لنيوتن $\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$

$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ على مركز عطالة الجسم الذي يدور.

بالإسقاط على المحور المماسي نجد:

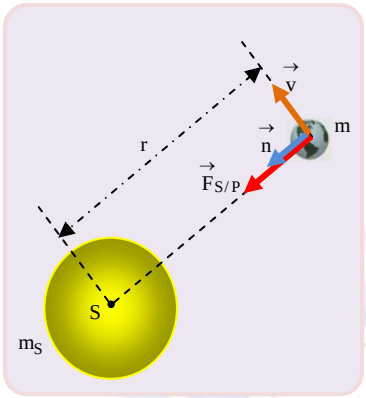
$m \cdot a_T = 0$ ومنه $a_T = \frac{dv}{dt} = 0$ وهو ما يؤكد طبيعة الحركة (دائرية منتظمة)

بالإسقاط على المحور الناظمي نكتب:

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{F} = \vec{F}_n = m \cdot a_n \cdot \vec{n} = m \cdot \frac{v^2}{r} \cdot \vec{n}$$

تكون محصلة القوى المؤثرة على الجسم الذي يقوم بحركة دائرية منتظمة، موجهة نحو مركز المسار الدائري ومحمولة على المحور الناظمي.

2 . 2 . 3 . عبارة قيمة سرعة كوكب يدور حول الشمس



نفرض كوكبا P (الأرض مثلا) كتلته m يقوم بحركة دائرية منتظمة حول الشمس. نعتبر أن كتلة الشمس هي m_S ومركزها هو S . البعد بين مركز الشمس ومركز الكوكب هو r .

ندرس حركة الكوكب P بالنسبة للمرجع الهيليومركزي الذي نعتبره مرجعا غاليليا.

القوة الجاذبة التي تمارسها الشمس على الكوكب لما يكون في وضع ما هي:

$$\vec{F}_{S/P} = G\frac{m_S \cdot m}{r^2}\cdot\vec{n} \quad \text{.....(1)}$$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكوكب P نصل إلى:

$$\vec{F}_{S/P} = ma_n \cdot \vec{n} \quad \text{.....(2)}$$

نساوي بين العبارتين (1) و (2) فنجد:

$$\vec{a}_n = G\frac{m_S}{r^2}\cdot\vec{n} \quad \text{.....(3)}$$

توصلنا من خلال الدراسات السابقة إلى أن: $\vec{a}_n = \frac{v^2}{r}\cdot\vec{n}$ .....(4)

حيث يمثل v قيمة شعاع سرعة الكوكب.

نساوي بين العبارتين (3) و (4) فنصل إلى:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot m_S}{r}}$$

نلاحظ من خلال هذه العبارة أن كتلة الكوكب لا تؤثر على السرعة التي يدور بها هذا الكوكب حول الشمس ولكن كتلة الشمس تؤثر على هذه السرعة.

إذا لم تتحقق قيمة هذه السرعة، فإن المدار يكون إهليليجيا.

2 . 2 . 4 . قانون الدور الفلكي (المداري) لكوكب يدور حول الشمس.

نقول عن كوكب معين بأنه قام بدورة فلكية واحدة عندما يمر من نفس الوضع من مداره الفلكي حول الشمس مرتين متتاليتين. تدعى المدة الزمنية التي يستغرقها لتحقيق دورة فلكية واحدة : الدور الفلكي

المسافة التي يقطعها الكوكب خلال دور فلكي واحد هي $2\pi r$

و منه نكتب: $T = \frac{2\pi \cdot r}{v}$

نعوض عبارة قيمة السرعة في هذا القانون وبعد تنظيم العبارة نصل إلى:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G \cdot m_S}} = \frac{2\pi(r)^{3/2}}{\sqrt{G \cdot m_S}}$$

نلاحظ كذلك من خلال هذه العبارة أن كتلة الكوكب لا تؤثر على الدور المداري للكوكب بل يتأثر بكتلة الشمس.

ملاحظة :

نقوم بتربيع عبارة مربع الدور المداري:

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{r^3}{G \cdot m_S}$$

نعدل هذه العبارة كما يلي:

$$K_S = \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot m_S}$$

نلاحظ أننا تحصلنا على القانون الثالث لكبلر وكذلك على عبارة الثابت K_S، حيث تتعلق قيمة هذا الثابت بالجسم الذي ينسب إليه المرجع (في هذه الحالة الشمس) وثابت الجذب العام.

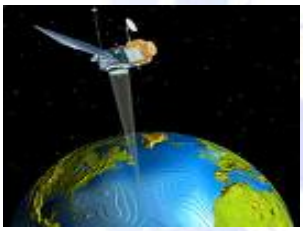
في الحالة التي يكون المسار إهليليجيا، نعوض r^3 بـ a^3 فنجد:

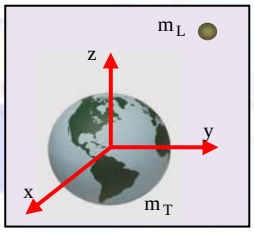
$$K_S = \frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot m_S}$$

2 . 2 . 5 . قمر كوكب

نقول عن جسم ما بأنه قمرا لكوكب ما، إذا كان هذا الجسم يتحرك في مدار حول هذا الكوكب. تدرس حركة القمر بالنسبة لمرجع يكون في حالة حركة انسحابية بالنسبة للمرجع الهيليومركزي، وبالتالي يكون المركز O للكوكب ثابتا في هذا المرجع.

مثلا، لدراسة حركة القمر الطبيعي (Lune) للأرض نختار المرجع الجيومركزي، كما أن حركة الأقمار الاصطناعية مثل Arabsat ، Nilsat، météosat وغيرها تدرس كذلك بالنسبة لهذا المرجع.





تطبيق

يقوم قمر كتلته m بحركة دائرية منتظمة حول كوكب كتلته M.البعد بين مركز القمر ومركز الكوكب هو r .

1. ما هو المرجع الذي تأخذه لدراسة حركة هذا القمر؟ وما هو الشرط الذي يجب أن يتوفر فيه حتى يكون صالحا لهذه الدراسة ؟

2. استنتج، اعتمادا على التحاليل السابقة، ما يلي:

أ. عبارة تسارع حركة القمر حول الكوكب.

ب . عبارة سرعة دوران القمر حول الكوكب.

جـ . عبارة مربع الدور المداري للقمر ثم استنتج القانون الثالث لكبلر.

حل التطبيق :

1. المرجع الذي نأخذه لهذه الدراسة هو المرجع الجيوكوكبي، أي مرجع مرتبط بمركز الكوكب الذي يدور حوله القمر، ويشترط أن يكون هذا المرجع في حالة

انسحابية بالنسبة للمرجع الهيليومركزي (مرجع غاليلي) وهو ما يجعل المركز O للمعلم المرتبط بالكوكب يبدو ساكنا بالنسبة للمرجع الهيليومركزي.

2. أ. توصلنا من خلال الدراسات السابقة إلى أن التسارع يكون ناظميا وأن قيمته تتعلق بكتلة الجسم الذي ينسب إليه المرجع، ثابت الجذب العام ومربع البعد الموجود بين مركزي الجسمين، وعليه نكتب:

$$\vec{a}_n = G\frac{M}{r^2}\cdot\vec{n}$$

2 . ب . سرعة الدوران تكون مماسية للمسار أي عمودية على r ، قيمتها تتعلق بكتلة الجسم الذي ينسب إليه المرجع، ثابت الجذب العام والبعد الموجود بين مركزي الجسمين، وعليه نكتب: $\vec{v} = \sqrt{\frac{G\cdot M}{r}}\cdot\vec{t}$

2 . جـ . يتعلق مربع الدور المداري بكتلة الجسم الذي ينسب إليه المرجع، ثابت الجذب العام ومكعب البعد الموجود بين مركزي الجسمين، وعليه نكتب: $T^2 = 4\pi^2\frac{r^3}{G\cdot M}$

و منه نستنتج القانون الثالث لكبلر: $K_P = \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G\cdot M}$

2 . 3 . الأقمار الاصطناعية الأرضية

2 . 3 . 1 . وضع القمر الاصطناعي في مداره

لوضع قمر اصطناعي في مداره نستعمل مركبة فضائية أو صاروخا فضائيا.

المركبة أو الصاروخ الفضائي له دور مزدوج :

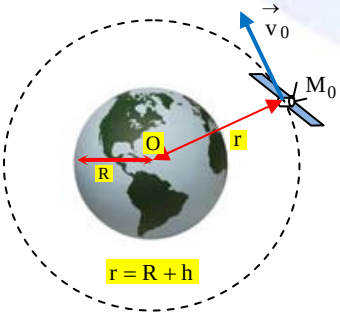
– أخذ القمر الاصطناعي إلى ارتفاع يفوق 200 Km تقريبا. في هذا الارتفاع يمكن اعتبار أن القمر الاصطناعي يخضع لقوة جذب الأرض له فقط. تكون الاحتكاكات مع الهواء مهملة ودافعة أرخميدس هي أيضا مهملة.

– إعطاؤه سرعة كافية لكي يبقى في مداره حول الأرض.

في هذه الحالة تكون حركة القمر الاصطناعي عبارة عن حركة سقوط حر في مرجع جيومركزي.

2 . 3 . 2 . أهمية شروط وضع القمر في مداره.

أ . المسار الدائري – الشرط على السرعة



نفرض قمرا اصطناعيا، كتلته m . وضع هذا القمر في مداره حول الأرض بسرعة شعاعها $\vec{v}_0$ انطلاقا من نقطة M_0 تبعد عن مركز الكرة الأرضية بمسافة (R + h) حيث R هو نصف قطر الأرض و h ارتفاع القمر الاصطناعي بالنسبة لسطح الأرض

لكي يكون مسار القمر الاصطناعي مسارا دائريا، يجب أن يحقق شعاع السرعة $\vec{v}_0$ شرطين التاليين:

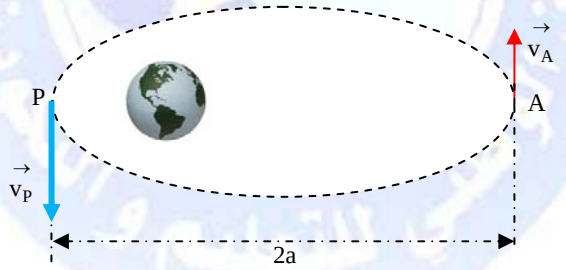
– حامله يجب أن يكون عموديا على OM_0.

– قيمته يجب أن تحقق العلاقة: $v_0 = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{(R+h)}}$

ب . المسار إهليليجي.

إذا لم يتحقق أحد الشرطين السابقين فإن مسار القمر الاصطناعي يكون مسارا اهليليجيا (elliptique).

أثناء حركته، يمر القمر الاصطناعي من موضعين مميزين:



– النقطة P وهي أقرب نقطة من الأرض (périgée) وتكون سرعته في هذا الوضع أعظمية.

– النقطة A وهي أبعد نقطة عن الأرض (apogée) وتكون سرعته عند هذا الوضع أصغرية.

2 . 3 . 3 . القمر الاصطناعي الجيوثابت satellite géostationnaire

أ . الدور الذاتي للأرض

في المرجع الجيومركزي، تدور الأرض من الشرق إلى الغرب حول محورها القطبي. تقوم بدورة واحدة وكاملة خلال مدة زمنية تقدر بيوم واحد أي 24,0 h تقريبا.

ب . مدار قمر جيوثابت

القمر الجيوثابت يكون ثابتا بالنسبة للأرض. لكي يبقى في مداره يجب أن تتوفر بعض الشروط. هذه الشروط هي:

– في مرجع جيومركزي، المدة الزمنية التي يستغرقها هذا القمر لإنجاز دورة واحدة تقدر بيوم واحد.

– مسار هذا القمر يكون دائريا و يقع في المستوي الذي يشمل خط الاستواء.

– يوجه مدار القمر في نفس اتجاه دوران الأرض، ويكون نصف قطره، أي البعد بين مركز الأرض ونقطة من مدار القمر، يساوي $r = 42{,}2.10^3\,\text{Km}$.