المجال المفاهيمي الرابع: العمليات المالية طويلة الأجل

الوحدة (16): استهلاك القروضAmortissement des Emprunts

الكفاءات المستهدفة:

ـ ينجز جدول استهلاك القرض العادي.

المدة اللازمة : 10 ساعات

المراجع: الكتب المدرسية المقررة .

مؤشرات التقويم الذاتي:

- تُحدد استهلاك وفائدة كل دفعة ثابتة.
- تُحدد العلاقات بين عناصر القرض العادي.

تصميم الدرس

- تعريف القرض العادي
- طريقة استهلاك القرض
- جدول استهلاك القرض
- العلاقات بين مختلف عناصر الجدول
- بناء جدول استهلاك قرض
- أنشطة الإعلام الآلي وحلولها
- أسئلة التقويم الذاتي
- أجوبة التقويم الذاتي

http://www.onefd.edu.dz

جميع الحقوق محفوظة ©

تعريف القرض العادي:

بهدف تمويل تجهيزات جديدة تحصلت مؤسسة " المصبرات الفلاحية " على قرض من البنك الوطني قيمته 1.000.000 دج بمعدل فائدة 10% سنويا. يسـدد على 5 دفعات سنوية ثابتة تدفع الأولى في نهاية السنة الأولى مـن توقيـع عقـد القرض.

كيف يتم إعداد جدول استهلاك القرض ؟

يعرف القرض العادي بأنه ذلك القرض الـذي لا يتضـمن إلا مقرضا واحدا (بنك، مؤسسة مالية ...). يـتم إثبـات القـرض بواسطة وثيقة قانونية ملزمة للمقرض والمقترض والتي تتمثـل في عقد القرض، الذي يتضمن عادة البيانات التالية:

مبلغ القرض، تاريخ عقد القرض، معدل الفائدة ونوعها، طريقة استهلاك القرض، نوع وقيمة الضمان،...

تعريف

القرض العادي هو القرض الذي يـتم بـين شخصـين (طبيعيـين أو اعتباريين) ويسـمى هـذا النـوع مـن القـروض بـالقروض غيـر المجزأة(Emprunts Indivis) حيث يحتوي عقد القرض على مقرض واحد.

جميع الحقوق محفوظة ©

طريقة استهلاك القرض:

يقصد باستهلاك القرض سداده من قبل الشخص المقترض إلـى الشخص المقرض.

تُستخدم في استهلاك القرض وفق المنهـاج طريقـة الـدفعات الثابتة. طبقًا لهذه الطريقة فإن المقترض يقوم بسداد في نهاية كل وحدة زمنية دفعات ثابتة، تتضمن جزء من أصل القرض يسمى بالاستهلاك بالإضافة إلى فائدة على القرض المتبقي (الرصـيد) في بداية الوحدة الزمنية.

فالمقترض يقوم دورياً بتسديد دفعة ثابتة تحتوي على:

الدفعة الثابتة = فائدة رأس المال المتبقي + الاستهلاك

جدول استهلاك القرض

إذا حلّلنا عناصر كل دفعة من الدفعات يمكننا وضـع جـدول استهلاك القرض العادي.

فإذا رمزنا بـ:

V_0 : لرأس المال المقترض (أصل القرض) في التاريخ صـفر (الزمن صفر).

$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$: الدفعات المتتابعة لنهاية المدة، تدفع الأولـى سنة في نهاية الوحدة الزمنية الأولى مـن إبـرام العقد.

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

$A_1, A_2, A_3, ..., A_n$: الاستهلاكات المتتابعة المتضمنة في الدفعات الأولى، الثانية، الثالثة، وإلى غاية الدفعة الأخيرة.

$V_1, V_2, V_3, ..., V_n$: القرض المتبقي بعد تسديد الدفعة الأولى ، الثانية، الثالثة، .... الأخيرة.

i : المعدل الاسمي للقرض.

n : مدة تسديد القرض .

باستخدام الرموز السابقة يمكن إعداد الجدول التالي:

الوحدات الزمنية	القرض المتبقي في بداية الوحدة الزمنية	الفائدة	الاستهلاك	الدفعة	القرض المتبقي في نهاية الوحدة الزمنية
1	V_0	$V_0 i$	A_1	$a_1 = V_0 i + A_1$	$V_1 = V_0 - A_1$
2	V_1	$V_1 i$	A_2	$a_2 = V_1 i + A_2$	$V_2 = V_1 - A_2$
3	V_2	$V_2 i$	A_3	$a_3 = V_2 i + A_3$	$V_3 = V_2 - A_3$
p-1	V_{p-2}	$V_{p-2} i$	A_{p-1}	$a_{p-1} = V_{p-2} i + A_{p-1}$	$V_{p-1} = V_{p-2} - A_{p-1}$
P	V_{p-1}	$V_{p-1} i$	A_p	$a_p = V_{p-1} i + A_p$	$V_p = V_{p-1} - A_p$
P+1	V_p	$V_p i$	A_{p+1}	$a_{p+1} = V_p i + A_{p+1}$	$V_{p+1} = V_p - A_{p+1}$
n-1	V_{n-2}	$V_{n-2} i$	A_{n-1}	$a_{n-1} = V_{n-2} i + A_{n-1}$	$V_{n-1} = V_{n-2} - A_{n-1}$
n	V_{n-1}	$V_{n-1} i$	A_n	$a_n = V_{n-1} i + A_n$	$V_n = V_{n-1} - A_n = 0$

من الجدول نستنتج أن :

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة

$$V_{n-1} = A_n$$

$$V_n = 0$$

$$a_n = A_n(1+i)$$

أي أن الدفعة الثابتة تساوي الاستهلاك الأخير مضافًا إليه فائدته.

ملاحظة

1. الدفعات ثابتة أي $a_n = \ldots = a_3 = a_2 = a_1$

2. أصل القرض يساوي مجموع الاستهلاكات أي:

$$V_0 = A_1 + A_2 + A_3 + \ldots + A_n$$

$$V_0 = \sum_{p=1}^{n} A_p$$

3. مجموع الدفعات تساوي مجموع الفوائد زائدا مجموع الاستهلاكات:

$$\sum_{p=1}^{n} a_p = \sum_{p=1}^{n} A_p + \sum_{p=1}^{n} I_p$$

العلاقات بين مختلف عناصر الجدول:

1. العلاقة بين الدفعات والاستهلاكات

أ ـ العلاقة بين استهلاكين متتابعين

إذا كان لدينا الدفعتين المتتاليتين a_{p-1} و a_p لنحسب الفرق بينهما:

جميع الحقوق محفوظة ©

$$a_p - a_{p-1} = (V_{p-1} i + A_p) - (V_{p-2} i + A_{p-1})$$

$$a_p - a_{p-1} = V_{p-1} i + A_p - V_{p-2} i - A_{p-1}$$

من جدول استهلاك القرض لدينا: $V_{p-1} = V_{p-2} - A_{p-1}$

و منه:

$$a_p - a_{p-1} = (V_{p-2} - A_{p-1}) i + A_p - V_{p-2} i - A_{p-1}$$

$$a_p - a_{p-1} = V_{p-2} i - A_{p-1} i + A_p - V_{p-2} i - A_{p-1}$$

$$a_p - a_{p-1} = -A_{p-1} i + A_p - A_{p-1}$$

و ما بما أن الدفعات متساوية فإن : $a_p - a_{p-1} = 0$

و منه :

$$-A_{p-1} i + A_p - A_{p-1} = 0$$

$$A_p = A_{p-1} i + A_{p-1}$$

$$A_p = A_{p-1} (1+i)$$

$$A_p = A_{p-1} (1+i)$$

أي أن أي استهلاك يساوي الاستهلاك السابق له مضروبا فـي (1+i)

جميع الحقوق محفوظة ©

ب ـ العلاقة بين الاستهلاكات والاستهلاك الأول

$$A_2 = A_1(1+i)$$
$$A_3 = A_2(1+i) = A_1(1+i)^2$$
$$A_4 = A_3(1+i) = A_1(1+i)^3$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$A_n = A_{n-1}(1+i) = A_1(1+i)^{n-1}$$

$$\boxed{A_n = A_1(1+i)^{n-1}}$$

أي أن أي اســتهلاك يســاوي الاســتهلاك الأول مضــروبا في $(1+i)^{n-1}$

جـ ـ العلاقة بين استهلاكين متعاقبين

بصفة عامة ومهما كان الاستهلاك فإن العلاقة بين اســتهلاكين متعاقبين هي:

$$A_n = A_1(1+i)^{n-1} \ldots\ldots(1)$$
$$A_p = A_1(1+i)^{p-1}$$
$$A_1 = A_p(1+i)^{-(p-1)} \ldots..(2)$$

بتعويض (2) في (1) نجد

$$A_n = A_p(1+i)^{-(p-1)}(1+i)^{n-1}$$
$$A_n = A_p(1+i)^{-p+1}(1+i)^{n-1}$$
$$A_n = A_p(1+i)^{-p+1+n-1}$$

http://www.onefd.edu ... جميع الحقوق محفوظة

$$\boxed{A_n = A_p(1+i)^{n-p}}$$

د ـ العلاقة بين الدفعة و الاستهلاك الأخير

القرض المتبقي في نهاية المدة V_n أي بعد تسديد الدفعة الأخيرة يساوي الصفر أي : $V_{n-1} = A_n$

لدينا من جدول استهلاك القرض:

$$a = V_{n-1} i + A_n$$

$$a = A_n i + A_n$$

$$a = A_n (1+i)$$

$$\boxed{a = A_n (1+i)}$$

أي أن الدفعة تساوي القيمة المكتسبة للاستهلاك الأخير لمدة سنة.

هـ ـ العلاقة بين الدفعة والاستهلاك الأول

لدينا:

$$a = A_n (1+i) \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$A_n = A_1 (1+i)^{n-1} \ldots\ldots (2)$$

بتعويض (2) في (1) نجد:

$$a = A_1 (1+i)^{n-1} (1+i)$$

$$\boxed{a = A_1 (1+i)^n}$$

أي الدفعة تساوي القيمة المكتسبة للاستهلاك الأول لـ (n) وحدة زمنية.

و ـ العلاقة بين الدفعة واستهلاك ما

http://www.onefd.edu.dz

لدينا:

$$a = A_n(1+i).....(1)$$

$$A_n = A_p(1+i)^{n-p} .....(2)$$

بتعويض (2) في (1) نجد:

$$a = A_p(1+i)^{n-p}(1+i)$$

$$a = A_p(1+i)^{n-p+1}$$

أي أن مبلغ الدفعة يساوي القيمة المكتسبة لاستهلاك السنة (p) خلال المدة $(n-p+1)$

2. العلاقة بين أصل القرض والاستهلاكات

أصل القرض يساوي مجموع الاستهلاكات

$$V_0 = A_1 + A_2 + A_3 + ... + A_n$$

$$V_0 = \sum_{j=1}^{n} A_j .....(1)$$

تشكل الاستهلاكات متتالية هندسية حدها الأول A_1 وأساسها $(1+i)$ وعدد حدودها n. وعليه فإن العلاقة (1) تكون على الشكل

$$V_0 = A_1 \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1} = A_1 \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

ومنه يمكن تحديد A_1 :

$$A_1 = V_0 \frac{1}{(1+i)^n - 1}$$

3. العلاقة بين أصل القرض والدفعات

طبقًا لطريقة الدفعات الثابتة فإن المقترض يقوم بسـداد أصـل القرض وفوائده (القيمة المكتسبة للقرض) على دفعـات ثابتـة ومتساوية، بحيث تكون القيمة المكتسبة للدفعات في نهاية المـدة مساوية للقيمة المكتسبة للقرض.

القيمة المكتسبة للدفعات = القيمة المكتسبة للقرض

القيمة المكتسبة للقرض في نهاية المدة n تساوي $V_0(1+i)^n$.

القيمة المكتسبة لدفعات نهاية المدة تساوي:

$$a\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

وعليه فإن:

$$V_0(1+i)^n = a\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

بضرب طرفي المساواة في $(1+i)^{-n}$ نحصل على:

$$V_0(1+i)^n(1+i)^{-n} = a(1+i)^{-n}\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

ومنه :

جميع الحقوق محفوظة ©

$$V_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

وبالتالي فإن الدفعة الثابتة a تحسب بالعلاقة:

$$a = V_0\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

يحسب الحد $\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$ من الجدول المالي رقـم (5) أو باستعمال الآلة الحاسبة.

4. العلاقة بين الفوائد والاستهلاكات

الفوائد تشكل متتالية حسابية متناقصة أي فائدة السنة الأولى أكبر من فائدة السنة الثانية لأن رأس المال المتبقي يتناقص من فتـرة لأخرى.

إذا وضعنا الفرق بين فائدة سنتين متتاليتين يكون لـدينا حسـب جدول استهلاك القرض:

$$I_{n-1} - I_n = (a_{n-1} - A_{n-1}) - (a_n - A_n)$$
$$I_{n-1} - I_n = a_{n-1} - A_{n-1} - a_n + A_{n-1}$$

و بما أن الدفعات ثابتة فإن:

$$I_{n-1} - I_n = -A_{n-1} + A_n$$
$$I_{n-1} - I_n = A_n - A_{n-1}$$
$$I_{n-1} - I_n = A_{n-1}(1+i) - A_{n-1}$$
$$I_{n-1} - I_n = A_{n-1} + A_{n-1}i - A_{n-1}$$

$$I_{n-1} - I_n = A_{n-1}i$$

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة

مثلاً: $I_1 - I_2 = A_1 i$ ، $I_9 - I_{10} = A_9 i$

5. حياة القرض

أ ـ أصل القرض المسدد إلى غاية تسديد الدفعة (P):

نرمز للمبلغ المسدد من أصل القرض إلى غاية تسـديد الدفعـة (p) بـ (R_p) و هو يساوي مجموع الاستهلاكات المدفوعة إلى غاية تلك المدة.

$$R_p = A_1 + A_2 + {}_3 + \ldots + A_p$$

و بما أن الدفعات ثابتة فإن الاستهلاكات تشكل متتالية هندسـية أساسها $(1+i)$

$$R_p = A_1 + A_1(1+i) + A_1(1+i)^2 + \ldots + A_1(1+i)^{p-1}$$

مجموع حدود المتتالية الهندسية يعطينا:

$$R_p = A_1 \frac{(1+i)^p - 1}{i}$$

يمكننا تعديل العلاقة السابقة باستخدام علاقـة أصـل القـرض والاستهلاك الأول كما يلي: $A_1 = V_0 \frac{i}{(1+i)^n - 1}$

$$R_p = V_0 \frac{i}{(1+i)^n - 1} \times \frac{(1+i)^p - 1}{i}$$

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

ب ـ أصل القرض المتبقي بعد تسديد الدفعة (P):

في جدول استهلاك القرض رمزنا للقرض المتبقي بالرمز (V_p) وباعتبار أن (R_p) تم حسابه فإن:

$$V_p = V_0 - R_p$$

نعوض (R_p) بقيمته:

$$V_p = V_0 - V_0 \frac{i}{(1+i)^n - 1} \times \frac{(1+i)^p - 1}{i}$$

$$V_p = V_0 \left[1 - \frac{i}{(1+i)^n - 1} \times \frac{(1+i)^p - 1}{i} \right]$$

$$V_p = V_0 \left[1 - \frac{(1+i)^p - 1}{(1+i)^n - 1} \right]$$

$$V_p = V_0 \left[\frac{(1+i)^n - 1 - (1+i)^p - 1}{(1+i)^n - 1} \right]$$

$$V_p = V_0 \frac{(1+i)^n - (1+i)^p}{(1+i)^n - 1}$$

ـ يمكن حساب القرض المتبقي باستخدام القيمة الحالية للدفعات المتبقية خلال المدة $(n-p)$ كما يلي:

$$V_p = a \frac{1 - (1+i)^{-(n-p)}}{i}$$

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

■ بناء جدول استهلاك قرض

يتضمن الجدول بالنسبة لكل سنة (وحدة زمنية) ما يلي:

- القرض المتبقي (الرصيد) في بداية وحدة الزمن.
- الفائدة المتضمنة في الدفعة الثابتة.
- الاستهلاك الخاص بالسنة (الوحدة الزمنية).
- قيمة الدفعة الثابتة.
- القرض المتبقي (الرصيد) بعد تسديد الدفعة الثابتة.

✱جدول استهلاك القرض في مؤسسة " المصبرات الفلاحية ".

1. حساب الاستهلاك الأول A_1 :

$$A_1 = V_0 \frac{1}{(1+i)^n - 1}$$

$$A_1 = 1.00.000 \frac{1}{(1,1)^5 - 1}$$

$$A_1 = 163.797,48DA$$

2. حساب الاستهلاك الأخير A_5 :

$$A_n = A_1(1+i)^{n-1}$$

$$A_5 = A_1(1+i)^{5-1}$$

$$A_5 = 163.797,48(1,1)^4$$

$$A_5 = 239.815,89DA$$

3. حساب الدفعة الثابتة a :

أ ـ انطلاقًا من العلاقة: $a = V_0 \frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

$$a = 1.000.000 \frac{0,1}{1-(1,1)^{-5}}$$

$$a = 263.797,48DA$$

ب ـ انطلاقًا من تجزئة الدفعة الثابتة للسنة الأولى (فائدة السنة الأولى + استهلاك السنة الأولى) $a = V_0.i + A_1$

ـ فائدة السنة الأولى I_1 :

$$I_1 = V_0.i$$

$$I_1 = 1.000.000 \times 0,1 = 100.000DA$$

ـ استهلاك السنة الأولى:

$$A_1 = 163.797,48DA$$

إذن الدفعة الثابتة:

$$a = 100.000 + 163.797,48$$

$$a = 263.797,48 \text{ DA}$$

جـ ـ انطلاقًا من تجزئة الدفعة الثابتة للسنة الخامسة (السنة الأخيرة):

$$a = V_{n-1}.i + A_n$$

ـ استهلاك السنة الأخيرة :

$$A_5 = 239.815,89DA$$

ـ فائدة السنة الخامسة I_5 :

$$I_n = V_{n-1}.i$$

$$V_{n-1} = A_n$$

ومنه: $I_n = A_n.i$

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

أي الفائدة الأخيرة تساوي الاستهلاك الأخير مضروبا في المعدل.

$$I_n = 239.815,89 \times 0,1 = 23.981,589 DA$$

إذن الدفعة الثابتة:

$$a = 23.981,589 + 239.815,89 = 263.797,48 \text{ DA}$$

ملاحظة

- بالنسبة لكل سطر من جدول استهلاك القرض:
- تحسب الفائدة بضرب القرض المتبقي في بداية السنة في المعدل i .
- يحسب الاستهلاك بضرب الاستهلاك السابق له في (1+i).
- القرض المتبقي في نهاية الوحدة الزمنية يساوي القرض المتبقي في بداية الوحدة الزمنية – الاستهلاك

أي : $(V_1 = V_0 - A_1)$ و $(V_2 = V_1 - A_2)$ وهكذا...

جميع الحقوق محفوظة ©

يكون جدول استهلاك قرض مؤسسة " المصبرات الفلاحية " على الشكل التالي:

السنوات	القرض المتبقي في بداية الوحدة الزمنية	الفائدة	الاستهلاك	الدفعة	القرض المتبقي في نهاية الوحدة الزمنية
1	1.000.000,00	100.000,00	163.797,48	263.797,48	836.202,52
2	836.202,52	83.620,25	180.177,23	263.797,48	656.025,29
3	656.025,29	65.602,53	198.194,95	263.797,48	457.830,34
4	457.830,34	45.783,03	218.014,45	263.797,48	239.815,89
5	239.815,89	23.981,59	239.815,89	263.797,48	0,00
			1.000.000		

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

أنشطة الإعلام الآلي :

1. النموذج التالي (الصورة) يمثل جـدول اسـتهلاك القـرض العادي باستخدام المجدول Excel .

العمل المطلوب:

أعد رسم النموذج على ورقة المصـنف مـع كتابـة البيانـات والصيغ الضرورية لإعداد الجدول.

	A	B	C	D	E	F
1	جدول استهلاك قرض عادي					
2	أصل القرض		مدة القرض			
3	معدل القرض					
4	المدة	رأس المال المتبقي في بداية المدة	الفائدة	الاستهلاك	الدفعة	رأس المال المتبقي في نهاية المدة
5						
6						
7						
8						
9						

2. تطبيق عددي:

- أصل القرض 500.000 دج.
- معدل القرض: 8%
- مدة تسديد القرض : 5 سنوات

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

الحلول المقترحة لأنشطة الإعلام الآلي :

1. إعداد الجدول كما هو وارد في الشكل أعلاه على ورقة المصنف.

2. كتابة الصيغ الحسابية للسطر الأول من جدول الاستهلاك كما هو وارد في الصورة التالية.

3. كتابة الصيغ الحسابية للسطر الثاني من جدول الاستهلاك ثم نسخها على بقية الأسطر.

	A	B	C	D	E	F
1	جدول استهلاك قرض عادي					
2	أصل القرض		مدة القرض			
3	معدل القرض					
4	المدة	رأس المال المتبقي في بداية المدة	الفائدة	الاستهلاك	الدفعة	رأس المال المتبقي في نهاية المدة
5	1	=B2	=B5*$B$3	=B2*($B$3/(((1+$B$3)^(D 2)-1))	=C5+D5	=B5-D5
6	=A5+1	=F5	=B6*$B$3	=D5*(1+$B$3)	=C6+D6	=B6-D6
7	=A6+1	=F6	=B7*$B$3	=D6*(1+$B$3)	=C7+D7	=B7-D7
8	=A7+1	=F7	=B8*$B$3	=D7*(1+$B$3)	=C8+D8	=B8-D8
9	A8+1=	=F8	=B9*$B$3	=D8*(1+$B$3)	=C9+D9	=B9-D9

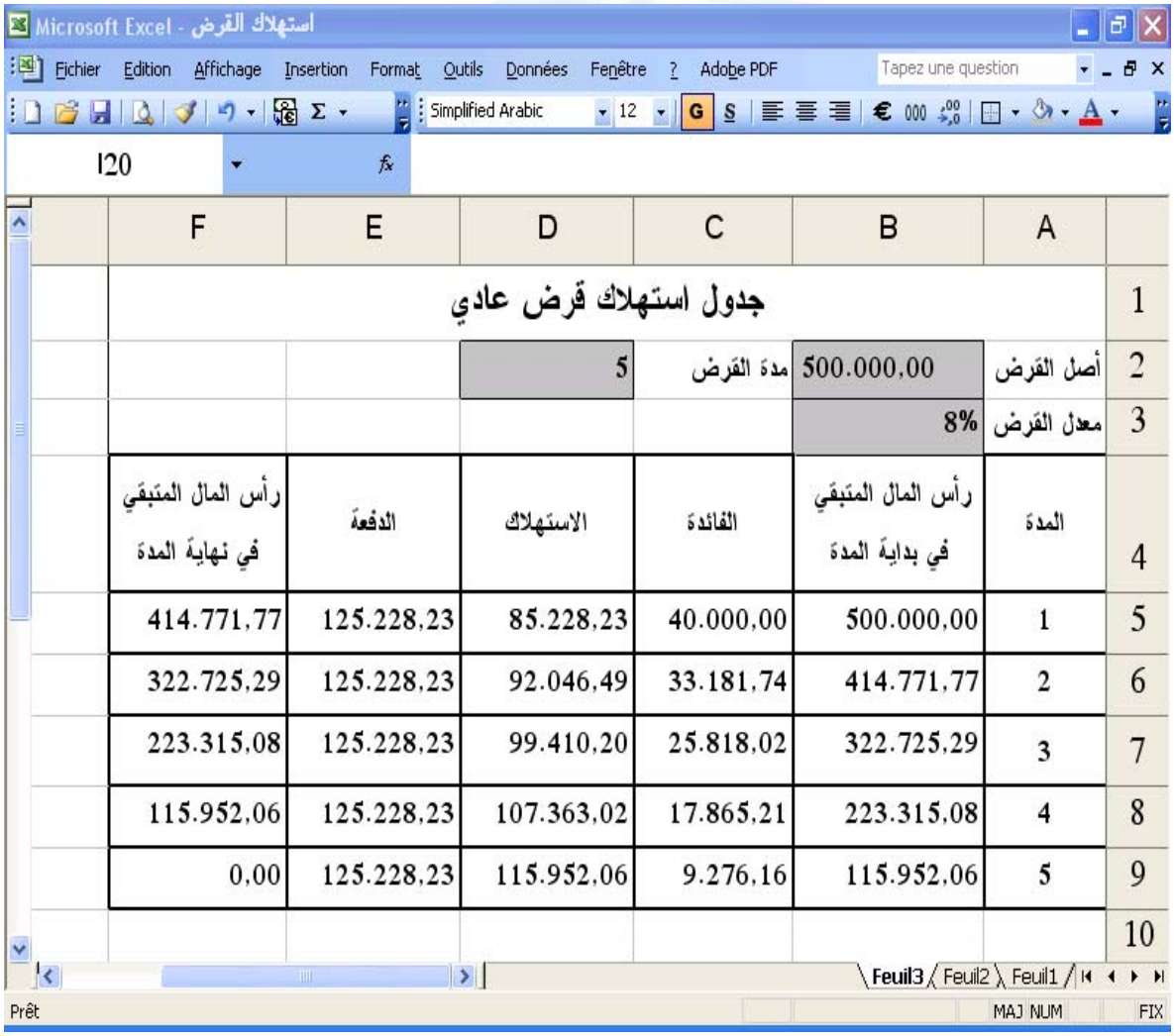
صيغة حساب الاستهلاك الأول في الخلية D5:

B2*($B$3/((1+$B$3)^($D$2)-1))=

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

ملاحظة: استخدام الرمز $ في الخلية مثـل ($B$3) بـدلاً مـن (B3) يعني أن Excel يقرأ دائماً القيمة المكتوبة في تلك الخليـة عند إجراء العمليات الحسابية، وعند نسخ الخلية إلى مكـان آخـر فإن عنوان الخلية لا يتغير.

3. الحل النهائي المقترح يظهر كما يلي:



	A	B	C	D	E	F
1	جدول استهلاك قرض عادي					
2	أصل القرض	500.000,00	مدة القرض	5		
3	معدل القرض	8%				
4	المدة	رأس المال المتبقي في بداية المدة	الفائدة	الاستهلاك	الدفعة	رأس المال المتبقي في نهاية المدة
5	1	500.000,00	40.000,00	85.228,23	125.228,23	414.771,77
6	2	414.771,77	33.181,74	92.046,49	125.228,23	322.725,29
7	3	322.725,29	25.818,02	99.410,20	125.228,23	223.315,08
8	4	223.315,08	17.865,21	107.363,02	125.228,23	115.952,06
9	5	115.952,06	9.276,16	115.952,06	125.228,23	0,00
10						

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

أسئلة التقويم الذاتي :

التمرين (1):

اقترضت مؤسسة " ع.ل " من بنك التنمية المحلية مبلغ 900.000 دج، يسدد بواسطة 5 دفعات ثابتة، تدفع الدفعة الأولى منها في نهاية السنة الأولى من توقيع عقد القرض. فإذا كان المعدل 8,5% سنويا.

العمل المطلوب:

أنجز كل سطر من الأسطر: الأول، الثاني ،الثالث والأخير من جدول استهلاك القرض.

التمرين (2):

قرض يستهلك بواسطة 10 دفعات ثابتة، تدفع الأولى في نهاية السنة الأولى من توقيع عقد القرض. فإذا كانت قيمتي الاستهلاكين الأول والثالث على التوالي: 14.950,36 دج و18.420,34 دج، وأن فائدة السنة الثالثة تساوي 24.030,02 دج.

العمل المطلوب:

1. أحسب المعدل (i).
2. أحسب أصل القرض (V_0).
3. أنجز الأسطر الثلاثة الأولى من جدول استهلاك القرض.
4. أنجز السطرين الأخيرين من جدول استهلاك القرض.

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

التمرين (3):

من جدول استهلاك قرض عادي يسدد بواسطة دفعات ثابتة تحصلنا على المعلومات التالية:

- فائدة السنة ما قبل الأخيرة تساوي 3.984,92 دج.
- فائدة السنة الأخيرة تساوي 2.087,34 دج.
- الفرق بين فائدتي السنة الأولى والثانية 1.296,07 دج

العمل المطلوب:

1. ماذا يمثل الفرق بين فائدتي سنتين متتاليتين ؟
2. أحسب على الترتيب كلا من :
   - معدل القرض.
   - الاستهلاك الأخير.
   - الدفعة الثابتة.
   - الاستهلاك الأول.
   - مبلغ القرض

التمرين(4):

قرض يسدد بواسطة 8 دفعات سنوية ثابتة من دفعات نهاية المدة، فإذا كان:

- رصيد القرض في بداية السنة الثانية : 182.511 دج.
- رصيد القرض في بداية السنة الثالثة: 163.273 دج.
- رصيد القرض في نهاية السنة الثالثة : 142.111,20 دج.

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

العمل المطلوب:

أحسب كلا من

1. معدل القرض.
2. مبلغ القرض.
3. أنجز السطر الأخير من جدول استهلاك القرض.

التمرين (5) (Bac 2001 Tc بتصرف):

من جدول استهلاك قرض عادي استخرجنا المعلومات التالية:

الاستهلاك الأول (A_1)= 69.029,49 دج،

الاستهلاك التاسع (A_9)= 127.768,77 دج.

العمل المطلوب:

احسب:

1. الاستهلاك الخامس (A_5) علماً بأن $A_5 = \sqrt{A_1 \times A_9}$
2. المعدل السنوي (i).
3. الدفعة الثابتة (a) علماً بأن القرض يستهلك عن طريق 10 دفعات ثابتة سنوية.
4. أصل القرض (V_0)
5. أثبت صحة العلاقة:

$A_5 = \sqrt{A_1 \times A_9}$ باستعمال العلاقـة بـين A_1 وA_9 .

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

التمرين (6) (Bac 2002 Tc بتصرف):

قرض يسدد بواسطة 6 دفعات ثابتة، تدفع الأولى منها في نهاية السنة الأولى من تاريخ استلام القرض.

فإذا علمت أن مجموع الاستهلاكات:$(A_4، A_3، A_2)$ يساوي:9.558,7 دج.

العمل المطلوب:

أحسب بمعدل فائدة مركبة 8% سنوياً على الترتيب:

1. الاستهلاك الأول (A_1).
2. المبلغ الباقي سداده بعد الدفعة الثالثة.
3. أصل القرض.
4. قدم السطرين الأول والثاني من جدول الاستهلاك.

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

أجوبة التقويم الذاتي :

حل التمرين (1):

1. تحديد الدفعة الثابتة (a):

$$a = V_0 \frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$a = 900.000 \frac{0,085}{1-(1,085)^{-5}}$$

$$a = 228.389,18DA$$

2. تحديد فائدة السنة الأولى (I_1):

$$I_1 = V_0 . i$$

$$I_1 = 900.000 \times 0,085$$

$$I_1 = 76.500DA$$

3. تحديد الاستهلاك الأول (A_1) :

$$V_0 = A_1 \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$A_1 = V_0 \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

$$A_1 = 900.000 \frac{0,085}{(1,085)^5 - 1}$$

$$A_1 = 151.889,18DA$$

أو:

$$A_1 = a - I_1$$

$$A_1 = 228.389,18 - 76.500 = 151.889,18DA$$

4. تحديد رصيد القرض في نهاية السنة الأولى (V_1):

$$V_1 = V_0 - A_1$$

$$V_1 = 900.000 - 151.889,18 = 748.110,82DA$$

http://www.onefd.edu.dz

جدول استهلاك القرض:

المدة	القرض المتبقي في بداية المدة	الفائدة	الاستهلاك	الدفعة الثابتة	القرض المتبقي في نهاية المدة
1	900.000,00	76.500,00	151.889,18	228.389,18	748.110,82
2	748.110,82	63.589,42	164.799,76	228.389,18	583.311,07
3	583.311,07	49.581,44	178.807,74	228.389,18	404.503,33
4	.....	.....	.....	228.389,18	.....
5	210.496,94	17.892,24	210.496,94	228.389,18	0,00

حل التمرين (2):

1.حساب المعدل (i):

$$A_n = A_1(1+i)^{n-1}$$

$$A_3 = A_1(1+i)^2$$

$$(1+i)^2 = \frac{A_3}{A_1}$$

$$(1+i)^2 = \frac{18.420,34}{14.950,36}$$

$$(1+i)^2 = 1,2321$$

$$(1+i) = \sqrt{1,2321}$$

$$i = 1,11 - 1 = 0,11$$

$$i = 11\%$$

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

3. حساب أصل القرض (V_0):

- **حساب الدفعة الثابتة (a):**

$$a = A_3 + I_3$$

$$a = 18.420,34 + 24.030,02 = 42.450,36DA$$

- **حساب فائدة السنة الأولى (I_1):**

$$I_1 = a - A_1 = 42.450,36 - 14.950,36 = 27.500DA$$

- **حساب أصل القرض:**

$$I_1 = V_0.i \Rightarrow V_0 = \frac{I_1}{i} = \frac{27.500}{0,11} = 250.000DA$$

3. إنجاز الأسطر الثلاثة الأولى من جدول استهلاك القرض:

أ ـ السطر الأول:

$$V_0 = 250.000DA$$

$$I_1 = 27.500DA$$

$$A_1 = 14.950,36DA$$

$$a = 42.450,36DA$$

$$V_1 = 250.000 - 14.950,36 = 235.049,64DA$$

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

ب ـ السطر الثاني:

$$V_1 = 235.049,64DA$$
$$I_2 = V_1.i = 235.049,64 \times 0,11 = 25.855,46DA$$
$$A_2 = A_1(1+i) = 14.950,36(1,11) = 16.594,90DA$$
$$a = 42.450,36DA$$
$$V_2 = V_1 - A_2 = 235.049,64 - 16.594,90 = 218.454,75DA$$

جـ ـ السطر الثالث:

$$V_2 = 218.454,75DA$$
$$I_3 = V_2.i = 218.454,75 \times 0,11 = 24.030,02DA$$
$$A_3 = A_1(1+i)^2 = 14.950,36(1,11)^2 = 18.420,34DA$$
$$a = 42.450,36DA$$
$$V_3 = V_2 - A_3 = 218.454,75 - 18.420,34 = 200.034,41DA$$

4. إنجاز السطرين الأخيرين من جدول استهلاك القرض:

أ ـ السطر التاسع:

$$a = 42.450,36DA$$
$$A_9 = A_1(1+i)^8 = 14.950,36(1,11)^8 = 34.453,66DA$$
$$I_9 = a - A_9 = 42.450,36 - 34.453,66 = 7.996,69DA$$
$$V_8 = \frac{I_9}{i} = \frac{7.996,69}{0,11} = 72.697,23DA$$
$$V_9 = V_8 - A_9 = 72.697,23 - 34.453,66 = 38.243,56DA$$

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

يمكن حساب الاستهلاك التاسع بدلالة الدفعـة كما يلي:

$$a = A_p (1+i)^{n-p+1}$$

$$A_p = a(1+i)^{-(n-p+1)}$$

$$A_9 = a(1+i)^{-(10-9+1)}$$

$$A_9 = 42.450,36(1,11)^{-2} = 34453,66 \text{ DA}$$

ب ـ السطر العاشر والأخير:

$$V_9 = 38.243,56DA \quad , \quad a = 42.450,36DA$$

$$A_{10} = a(1+i) = V_9 = 38.243,56DA$$

$$I_{10} = a - A_{10} = 42.450,36 - 38.243,56 = 4.206,79DA$$

$$V_{10} = 0$$

المدة	القرض المتبقي في بداية المدة	الفائدة	الاستهلاك	الدفعة	القرض المتبقي في نهاية المدة
1	250.000,00	27.500,00	14.950,36	42.450,36	235.049,64
2	235.049,64	25.855,46	16.594,90	42.450,36	218.454,75
3	218.454,75	24.030,02	18.420,33	42.450,36	200.034,41
……	……	……	……	……	……
9	72.697,23	7.996,69	34.453,66	42.450,36	38.243,56
10	38.243,56	4.206,79	38.243,56	42.450,36	0,00

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

حل التمرين (3):

1. ماذا يمثل الفرق بين فائدتي سنتين متتاليتين:

$$I_1 - I_2 = (a - A_1) - (a - A_2) = \cancel{a} - A_1 - \cancel{a} + A_2 = A_1(1+i) - A_1 = A_1.i$$

$$I_2 - I_3 = (a - A_2) - (a - A_3) = \cancel{a} - A_2 - \cancel{a} + A_3 = A_2(1+i) - A_3 = A_2.i$$

$$I_m - I_{m+1} = (a - A_m) - (a - A_{m+1}) = \cancel{a} - A_m - \cancel{a} + A_{m+1} = A_m(1+i) - A_m = A_m.i$$

يمثل الفرق بين فائدتي سنتين متتاليتين m و m+1 في حالـة الدفعات الثابتة، فائدة استهلاك السنة m أي $A_m.i$

4. الحساب على الترتيب (i، A_n، a، A_1، V_0)

- **حساب معدل القرض (i):**

لدينا:

$$I_n = A_n.i$$

$$A_{n-1}(1+i).i = 2.087,34 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$I_{n-1} - I_n = A_{n-1}.i = 3.984,92 - 2.087,34$$

$$A_{n-1}.i = 1897,58 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

بقسمة (1) على (2):

جميع الحقوق محفوظة ©

$$\frac{A_{n-1}(1+i).i}{A_{n-1}.i} = \frac{2.087,34}{1897,58}$$

$$\frac{\cancel{A}_{n-1}(1+i).\cancel{i}}{\cancel{A}_{n-1}.\cancel{i}} = 1,10$$

$$1+i = 1,10$$

$$i = 0,1 = 10\%$$

- **حساب الاستهلاك الأخير (A_n):**

$$I_n = A_n.i$$

$$A_n = \frac{I_n}{i} = \frac{2.087,34}{0,1} = 20.873,4DA$$

- **حساب مبلغ الدفعة (a):**

$$a = A_n(1+i)$$

$$a = 20.873,40(1,1) = 22.960,74DA$$

- **حساب الاستهلاك الأول (A_1):**

$$I_1 - I_2 = A_1.i$$

$$1.296,07 = A_1 \times 0,1$$

$$A_1 = \frac{1.296,07}{0,1} = 12.960,7DA$$

- **حساب مبلغ القرض (V_0):**

$$I_1 = a - A_1 = 22960,7 - 12960,7 = 10.000DA$$

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

$$V_0 = \frac{I_1}{i}$$

$$V_0 = \frac{10.000}{0,1} = 100.000DA$$

حل التمرين (4):

1. حساب معدل القرض (i):

لدينا:

- رصيد القرض في بداية السنة الثانية : $V_1 = 182.511$
- رصيد القرض في بداية السنة الثالثة: $V_2 = 63.273$
- رصيد القرض في نهاية السنة الثالثة: $V_3 = 142.111,20$

نعلم أن :

$$V_1 = V_0 - A_1 \quad , V_2 = V_1 - A_2 \quad , V_3 = V_2 - A_3$$

نضع الفرق $V_1 - V_2$

$$V_1 - V_2 = V_1 - (V_1 - A_2)$$
$$V_1 - V_2 = A_2$$
$$V_1 - V_2 = A_1(1+i) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

نضع الفرق $V_2 - V_3$

$$V_2 - V_3 = V_2 - (V_2 - A_3)$$
$$V_2 - V_3 = A_3$$
$$V_2 - V_3 = A_1(1+i)^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

بقسمة (2) على (1) نحصل على:

$$\frac{V_2 - V_3}{V_1 - V_2} = \frac{A_1(1+i)^2}{A_1(1+i)}$$

$$\frac{V_2 - V_3}{V_1 - V_2} = (1+i)$$

و منه بالتعويض:

$$\frac{163.273 - 142.111,20}{182.511 - 163.273} == (1+i)$$

$$\frac{21.161,8}{19.238} = (1+i)$$

$$(1+i) = 1,1$$

$$i = 0,1$$

$$i = 10\%$$

2. حساب مبلغ القرض

من العلاقة (1) نستخرج الاستهلاك الأول:

$$V_1 - V_2 = A_1(1+i)$$

$$A_1 = \frac{V_1 - V_2}{(1+i)}$$

$$A_1 = \frac{19.238}{1,1} = 17.489\text{DA}$$

نعلم أن :

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

$$V_1 = V_0 - A_1$$
$$182.511 = V_0 - 192.380$$
$$V_0 = 182.511 + 17.489 = 200.000DA$$

3. إنجاز السطر الأخير من جدول استهلاك القرض

ـ حساب الاستهلاك الثامن (الأخير):

$$A_8 = A_1(1+i)^7 = 17.489(1,1)^7 = 34.081,11DA$$

ـ حساب قيمة الدفعة:

$$a = A_1(1+i)^8 = 17.489(1,1)^8 = 37.489,22DA$$

ـ حساب الفائدة:

$$I_8 = a - A_8 = 37.489,22 - 34.081,11 = 3.804,11DA$$

المدة	القرض المتبقي في بداية المدة	الفائدة	الاستهلاك	الدفعة	القرض المتبقي في نهاية المدة
.....	.....	.....	.....	.....	.....
8	34.081,11	3.408,11	34.081,11	37.489,22	0

حل التمرين (5):

1. حساب الاستهلاك الخامس (A_5):

لدينا من المعطيات:

$$A_5 = \sqrt{A_1 \times A_9}$$

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

$$A_5 = \sqrt{69.029,49 \times 127.768,77}$$

$$A_5 = \sqrt{8819813031,0273}$$

$$A_5 = (8819813031,0273)^{\frac{1}{2}} = 93913,86 \text{ DA}$$

2. حساب المعدل السنوي (i):

$$A_9 = A_1(1+i)^8$$

$$(1+i)^8 = \frac{A_9}{A_1} = \frac{127.768,77}{69.029,49}$$

$$(1+i)^8 = 1,850930232$$

$$1+i = \sqrt[8]{1,850930232}$$

$$i = (1,850930232)^{\frac{1}{8}} - 1$$

$$i = 1,08\text{-}1$$

$$i=0,08=8\%$$

3. الدفعة الثابتة (a):

$$a = A_1(1+i)^n$$

$$a = 69.029,49(1,08)^{10} = 149.029,49\text{DA}$$

4. أصل القرض (V_0):

$$I_1 = a - A_1 = 149029,49 - 69.029,49 = 80.000DA$$

$$V_0 = \frac{I_1}{i} = \frac{80.000}{0,08} = 1.000.000DA$$

5. إثبات صحة العلاقة: $A_5 = \sqrt{A_1 \times A_9}$

نعلم أن:

جميع الحقوق محفوظة ©

$$A_5 = A_1(1+i)^4 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$A_9 = A_5(1+i)^4 \Rightarrow A_5 = A_9(1+i)^{-4} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

بضرب العلاقة (1) في (2):

$$A_5.A_5 = A_1(1+i)^4 . A_9(1+i)^{-4}$$

$$(A_5)^2 = A_1 . A_9$$

$A_5 = \sqrt{A_1 \times A_9}$ وهـــو المطلـــوب إثباتـــه

حل التمرين (6):

1. حساب الاستهلاك الأول (A_1):

لدينا:

$$A_2 + A_3 + A_4 = 9.558,7$$

$$A_1(1+i) + A_1(1+i)^2 + A_1(1+i)^3 = 9.558,7$$

$$A_1\left[(1+i) + (1+i)^2 + (1+i)^3\right] = 9.558,7$$

$$A_1\left[(1,08) + (1,08)^2 + (1,08)^3\right] = 9.558,7$$

$$A_1\left[3,506112\right] = 9.558,7$$

$$A_1 = \frac{9.558,7}{3,506112} = 2.726,29 \text{ DA}$$

2. حساب المبلغ الباقي سداده بعد تسديد الدفعة الثالثة (V_3):

أي بقي تسديد الاستهلاكات A_4 ، A_5، A_6:

$$V_3 = A_4 + A_5 + A_6$$

$$V_3 = A_1(1+i)^3 + A_1(1+i)^4 + A_1(1+i)^5$$

$$V_3 = A_4 + A_5 + A_6$$

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

$$V_3 = A_4 + A_5 + A_6$$
$$V_3 = A_1(1+i)^3 + A_1(1+i)^4 + A_1(1+i)^5$$
$$V_3 = A_1\left[(1+i)^3 + (1+i)^4 + (1+i)^5\right]$$
$$V_3 = 2.726{,}29\left[(1{,}08)^3 + (1{,}08)^4 + (1{,}08)^5\right]$$
$$V_3 = 2.726{,}29\left[4{,}0895290368\right]$$
$$V_3 = 11.149{,}24 \text{ DA}$$

3. حساب أصل القرض (V_0):

$$V_p = V_0 \frac{(1+i)^n - (1+i)^p}{(1+i)^n - 1}$$

$$V_3 = V_0 \frac{(1+i)^6 - (1+i)^3}{(1+i)^6 - 1}$$

$$11.149{,}24 = V_0 \frac{(1{,}08)^6 - (1{,}08)^3}{(1{,}08)^6 - 1}$$

$$11.149{,}24 = V_0(0{,}55746573)$$

$$V_0 = \frac{11.149{,}24}{0{,}55746573} = 20.000\ DA$$

أو باستخدام الاستهلاك الأول:

$$V_0 = A_1 \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$V_0 = 2.726{,}29\left[\frac{(1{,}08)^6 - 1}{0{,}08}\right] = 20.000 DA$$

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة

4. تقديم السطرين الأول والثاني من جدول الاستهلاك:

أ ـ السطر الأول:

$$V_0 = 20.000DA$$

$$I_1 = V_0 i = 20.000 \times 0,08 = 1.600DA$$

$$A_1 = 2.726,29DA$$

$$a = A_1(1+i)^n = 2.726,29(1,08)^6 = 4.326,29DA$$

$$V_1 = 20.000 - 2726,29 = 17.273,71DA$$

ب ـ السطر الثاني:

$$V_1 = 17.273,71DA$$

$$I_2 = V_1.i = 17.273,71 \times 0,08 = 1381,9DA$$

$$A_2 = A_1(1+i) = 2726.29(1,08) = 2.944,39DA$$

$$a = 4.326,29DA$$

$$V_2 = V_1 - A_2 = 17.273,71 - 2.944,39 = 14.329,32DA$$

المدة	الفرض المتبقي في بداية المدة	الفائدة	الاستهلاك	الدفعة	الفرض المتبقي في نهاية المدة
1	20.000	1.600	2.726,29	4.326,29	17.273,71
2	17.273,71	1.381,9	2.944,39	4.326,29	14.329,32
.....	.....	.....	.....	.....	.....

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©