تصحيح الإختبار الثاني – 3 ع ت (2007 / 2008)

التمرين الأول :

1. عبارة ثابت الحموضة :
$$\boxed{K_A=\frac{[CH_3COO^-]_f[H_3O^+]_f}{[CH_3COOH]_f}}$$

2. أ) كمية الحمض الابتدائية :
$$\boxed{n_1=c_1.V_1=2,7.10^{-4}\,mol}$$

ب) جدول التقدم :

الحالة	التقدم	$CH_3COOH_{(aq)}$ +	$H_2O_{(l)}$ =	$CH_3COO^-_{(aq)}$ +	$H_3O^+_{(aq)}$
الحالة الابتدائية	$x=0$	n_1	بالزيادة	0	0
الحالة النهائية	$x=x_f$	n_1-x_f	بالزيادة	x_f	x_f
التقدم الأعظمي	$x=x_{max}$	n_1-x_{max}	بالزيادة	x_{max}	x_{max}

حساب x_{max} : $x_{max}=n_1$ ومنه نجد : $\boxed{x_{max}=2,7.10^{-4}\,mol}$

ج) التقدم النهائي :
$$x_f=n(H_3O^+)_f=[H_3O^+]_f\times V_1=10^{-3,7}\times 0,1=\boxed{2\times10^{-5}\,mol}$$

النسبة النهائية للتقدم τ_f :
$$\tau_f=\frac{x_f}{x_{max}}=7,4\times10^{-2}=\boxed{7,4\%}$$

نستنتج أن تفكك الحمض غير تام .

د) حسب مبدأ التعادل الكهربائي للمحاليل الشاردية لدينا :
$$[CH_3COO^-]_f+[OH^-]_f=[H_3O^+]_f$$

بإهمال $[OH^-]_f$ نجد :
$$\boxed{[CH_3COO^-]_f=[H_3O^+]_f=2\times10^{-4}\,mol}$$

ولدينا كذلك :
$$c_1=[CH_3COOH]_f+[CH_3COO^-]_f$$

$$[CH_3COOH]_f=c_1-[CH_3COO^-]_f=2,7\times10^{-3}-2\times10^{-4}=\boxed{2,5\times10^{-3}\,mol}$$

حساب K_1 :
$$K_1=\frac{[CH_3COO^-]_f[H_3O^+]_f}{[CH_3COOH]_f}=\frac{(2\times10^{-4})^2}{2,5\times10^{-3}}=\boxed{1,6\times10^{-5}}$$

3. أ) بإهمال تركيز OH^- نجد :
$$\boxed{[CH_3COO^-]_f=[H_3O^+]_f}$$

ب) عبارة الناقلية النوعية σ:
$$\sigma=\lambda_{CH_3COO^-}.[CH_3COO^-]_f+\lambda_{H_3O^+}.[H_3O^+]_f$$
$$\sigma=\left(\lambda_{CH_3COO^-}+\lambda_{H_3O^+}\right).[H_3O^+]_f$$
$$[H_3O^+]_f=[CH_3COO^-]_f=\frac{\sigma}{\lambda_{CH_3COO^-}+\lambda_{H_3O^+}}=\boxed{1,25\,mol.m^{-3}=1,25\times10^{-3}\,mol.L^{-1}}$$

ج) حساب K_2:
$$K_2=\frac{[CH_3COO^-]_f[H_3O^+]_f}{[CH_3COOH]_f}=\frac{[H_3O^+]_f^2}{c_2-[H_3O^+]_f}\simeq\boxed{1,6\times10^{-5}}$$

د) النسبة النهائية للتقدم :
$$\tau_f=\frac{x_f}{x_{max}}=\frac{n(H_3O^+)_f}{c_2V_2}=\frac{[H_3O^+]_f.V_2}{c_2V_2}=\frac{[H_3O^+]_f}{c_2}=1,25\times10^{-2}=\boxed{1,25\ \%}$$

4 . نلاحظ أن التركيز الإبتدائي c لا يؤثر على ثابت التوازن K ، ولكنه يؤثر على النسبة النهائية للتقدم τ_f ، حيث *كلما زاد التركيز* c نقص تفكك الحمض .

التمرين الثاني :

1 . معادلة التفاعل :
$$HCOOH_{(aq)}+OH^-_{(aq)}=HCOO^-_{(aq)}+H_2O_{(l)}$$

2 . المنحنى البياني : $pH=f(V_b)$.

3 . حجم الصود المضاف عند التكافؤ هو : $\boxed{V_{b_E}=10,1mL}$ ويكون للمزيج : $\boxed{pH=7,8}$

حساب C_a : $c_a=\frac{c_bV_{b_E}}{V_a}=\frac{10,1\times10^{-3}\times0,10}{100\times10^{-3}}=\boxed{1,0\times10^{-2}mol.L^{-1}}$

كمية الحمض الإبتدائي : $n_a=c_aV_a=1,0\times10^{-2}\times100\times10^{-3}=\boxed{1,0\times10^{-3}mol.L^{-1}}$

4 . نلاحظ أن : $n_a'=\frac{1}{2}n_a$ أي تفكك نصف كمية الحمض الإبتدائي ومنه : $n_a'=n_b=c_bV_b$

ومنه نجد : $V_b=\frac{n_a'}{c_b}=\frac{0,5\times10^{-3}}{0,1}=5,0\times10^{-3}L=\boxed{5\ mL}$

عند هذه النقطة يكون : $[HCOOH]=[HCOO^-]$ إذًا : $\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}=1$

ولدينا : $pH=pK_a+\log\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}$ ومنه نجد : $\boxed{pH=pK_a=3,8}$

<u>التمرين الثالث :</u>

1 . عبارة التوتر u : $\boxed{u(t)=L.\frac{di}{dt}+ri}$

2 . عبارة المعادلة التفاضلية : بتطبيق قانون جمع التوترات نجد $E=u+u_R$

$$E=L.\frac{di}{dt}+ri+Ri=L.\frac{di}{dt}+(r+R)i$$

بوضع : $K=R+r$ نجد : $\boxed{E=L.\frac{di}{dt}+Ki}$

3 . لدينا : $i=A(1-e^{-Bt})$ ، نشتق i : $\frac{di}{dt}=A.B.e^{-Bt}$ بالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد : $E = L.A.B\ e^{-Bt}+KA-KAe^{-Bt}$

$$Ae^{-Bt}(LB-K)=(E-KA)$$

لدينا : $Ae^{-Bt}\neq0$ مهما كانت قيمة t ، بالتعويض عن قيمتي A و B نجد :

$(E-KA)=0$ و $(LB-K)=0$.

إذًا : $\boxed{A=\frac{E}{K}}$ و $\boxed{B=\frac{K}{L}}$.

- وحدة A : $A=\frac{E}{K}=\frac{E}{R+r}$ ومنه : $A=\frac{[U]}{[R]}=[I]$ وحدة A هي الأمبير

حساب قيمة A : $A=\frac{12}{(2,5+0,5)}=\boxed{4,0A}$

4 . لدينا : $i=A(1-e^{-Bt})$ من أجل $t=0$ نجد : $i(0) = A\ (1-1) =0$
هذا يجعلنا نلغي المنحنى (3) لأن عنده : $i(0) = -\ 4,0\ A$.

من أجل : $i\to\infty$ فإن : $i\to A$ ، أي : $i\to 4,0\ A$ ، وهذا يجعلنا نلغي المنحنى (2) ، ومنه المنحنى (1) هو الذي يمثل $i(t)$.

5 . ثابت الزمن τ من المنحنى : لإيجاد قيمة τ نتبع إحدى الطريقتين التاليتين :

- نرسم المماس على المنحنى $i(t)$ في المبدأ ، فيقطع الخط المقارب الأفقي $i=4,0A$ في نقطة فاصلتها $\tau = 10\ \mu s$.

- من أجل $t=\tau$ ، $i(\tau)$ يساوي 63% من الشدة الأعظمية (ثابتة في النظام الدائم) حيث : $i(\tau)= 0,63x4,0=2,5A$ ، وبعدها نرسم المستقيم الأفقي $i=2,5A$ ، فيقطع المنحنى $i(t)$ في نقطة فاصلتها : $t=\tau=10\mu s$.

3 . البرهان : لدينا $u_R + u_C = 0$

$Ri + u_C = 0$

$$RC\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

$$\boxed{\frac{1}{RC}u_C + \frac{du_C}{dt} = 0} \Leftrightarrow \alpha u_C + \frac{du_C}{dt} = 0$$

بالمطابقة نجد : $\boxed{\alpha = \frac{1}{RC}}$

4 . لدينا : $u_C = Ae^{-\beta t}$ نشتق بالنسبة للزمن نجد : $\frac{du_C}{dt} = -\beta Ae^{-\beta t}$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد: $\frac{1}{RC}Ae^{-\beta t} = \beta Ae^{-\beta t}$ ومنه نجد : $\boxed{\beta = \frac{1}{RC}}$

5 . إيجاد قيمة A : $u_C(0) = U_0 = 10V$

$u_C(0) = Ae^{-\beta\times 0} = A$ ومنه نجد : $\boxed{A = U_0 = 10V}$

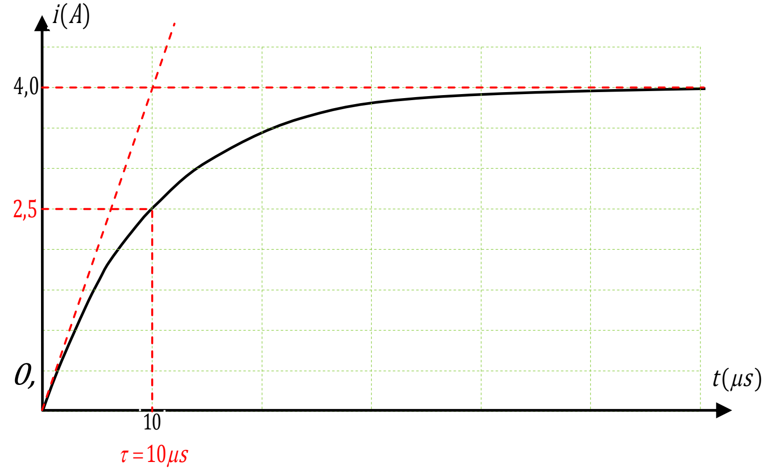
6 . في اللحظ $t = o$ ، $u_C = 10\ V$ و هذا متوافق مع المنحنى (2) .

7 . عبــارة τ : $\boxed{\tau = RC}$

$[\tau] = [R].[C] = \frac{[U]}{[I]}.[I].\frac{[T]}{[U]} = [T]$ نستنتج أن τ متجانس مع الزمن.

8 . لإيجاد قيمة τ من المنحنى البياني نتبع إحدى الطريقتين التاليتين :

- نرسم المماس على المنحنى $u_C(t)$ في النقطة $(0s, 10V)$ فيقطع محور الأزمنة في النقطة $t = \tau = 0{,}07\ s$.



6 . حساب L : $\tau = \frac{L}{R+r} \Rightarrow L = \tau(R+r) = 10^{-5}\times 3 = \boxed{3{,}0\times 10^{-5}H}$

7 . عبارة الطاقة المخزنة في الوشيعة : $\boxed{W_L = \frac{1}{2}.L.i^2}$

8 . حساب الطاقة الأعظمية : $W_{L_{max}} = \frac{1}{2}.L.i^2_{max} = \frac{1}{2}\times 3{,}0\times 10^{-5}\times 4^2 = \boxed{2{,}4\times 10^{-4}J}$

التمرين الرابع :

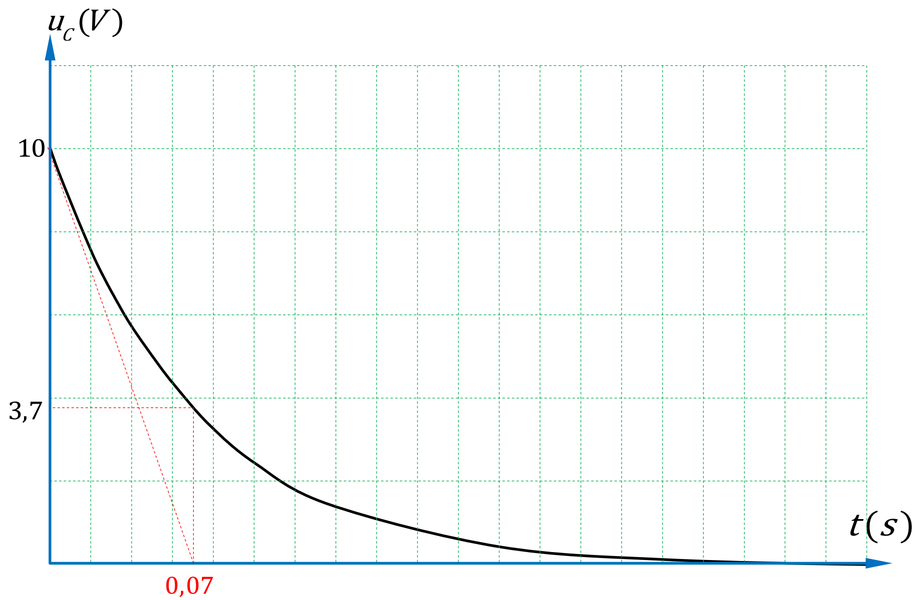
1 . العلاقة بين u_R ; u_C ، حسب قانون التوترات نكتب : $\boxed{u_C + u_R = 0}$

- عبارة q_A بدلالة u_C : $\boxed{q_A = C.u_C}$

2 . إشارة i سالبة (لأن جهة تيار التفريغ عكس جهة تيار الشحن) .

عبارة i : لدينا $i = \frac{dq_A}{dt} = \frac{d(C.u_C)}{dt}$ ومنه نجد : $\boxed{i = C\frac{du_C}{dt}}$

- من أجل $t=\tau$ فإن $u_C(\tau)=0,37.U_0=3,7\ V$ ، نرسم إذا المستقيم الأفقي $u_C=3,7\ V$
فيقطع المنحنى $u_C(t)$ في نقطة فاصلتها $t=\tau=0,07\ s$



9 . إيجاد قيمة السعة C :

$$\tau=RC$$

$$C=\frac{\tau}{R}=\frac{0,07}{33}=2\times10^{-3}\,F=\boxed{2mF}$$

10 . وجدنا : $\beta=\frac{1}{RC}$ و $A=U_0$ ومنه :

$$u_C=Ae^{-\beta t}=U_0e^{-\left(\frac{t}{RC}\right)}$$

$$\frac{du_C}{dt}=-\frac{U_0}{RC}e^{-\left(\frac{t}{RC}\right)}$$

$$i=C\frac{du_C}{dt}\Rightarrow\boxed{i=-\frac{U_0}{R}e^{-\left(\frac{t}{RC}\right)}}$$

حساب قيمة $i(0,50)$:

$$i(0,50)=-\frac{10}{33}e^{-\left(\frac{0,50}{0,07}\right)}=2\times10^{-4}\,A=\boxed{0,2mA}$$

11 . الطاقة المخزنة في اللحظة $t=0$:

$$E=\frac{1}{2}.C.u_c^2(0)=\frac{1}{2}.C.U_0$$

$$E=\frac{1}{2}\times2\times10^{-3}\times10^2=\boxed{0,1\ J}$$