الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

المؤسسة : ثانوية وريدة مداد – الحراش السنة الدراسية : 2011 / 2012

المستوى: 3إت

إختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول:6,5 نقاط

0,75 نقطة في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس ، مثل المستقيمين (D)و (Δ) معادلتهما على الترتيب $y=x$ و $y=\frac{1}{2}(x-1)$

1- لتكن المتتالية (Un) المعرفة على ℕ بـ: $U_0=1$ و من أجل كل عدد طبيعي n:

$U_{n+1}=\frac{1}{2}Un-1$

0,75 نقطة أ- مثل على محور الفواصل الحدود التالية: U_3, U_2, U_1, U_0

0,5 نقطة ب- عين إحداثي نقطة تقاطع المستقيمين (D) و (Δ)

0,5 نقطة ج- أعط تخمينا حول إتجاه تغير المتتالية (Un) و نهايتها.

2- 1 نقطة أ- بإستعمال الإستدلال بالتراجع أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $Un\geq -2$

0,75 نقطة ب- إستنتج إتجاه تغير المتتالية (Un).

3- نعتبر المتتالية (Vn) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي بالعلاقة $Vn=Un+2$

0,75 نقطة أ- بين أن (Vn) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها.

1,5 نقطة ب- أكتب بدلالة n عبارة الحد العام Vn ثم إستنتج عبارة Un بدلالة n أحسب نهاية Un.

التمرين الثاني:5 نقاط

يمثل الجدول التالي تطور رصيد إحدى الشركات مقدار بملايين الدنانير بين سنتي 2004 و 2010

السنة	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
الرتبة x_i	0	1	2	3	4	5	6
الرصيد y_i	20,4	24,2	33,8	38,6	49	53,9	59,29

1 نقطة 1- مثل سحابة النقط $M_i(x_i , y_i)$ في معلم متعامد و متجانس (10 ملايين دينار ← 1cm)

1 نقطة 2- عين إحداثي النقطة المتوسطة G

1 نقطة 3- بين أن معامل توجيه مستقيم الإنحدار(Δ) مدور إلى 10^{-2} هو $a=6,83$ ثم عين المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) (بإستعمال مربعات الدنيا)

1 نقطة 4- بإستعمال التعديل الخطي السابق كم يكون رصيد هذه الشركة في سنة 2013؟

التمرين الثالث: 9,5 نقاط

لتكن f دالة عددية معرفة كما يلي: $f(x)=x-\frac{2x-1}{x^2-x-2}$ نسمي (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ $(||\vec{i}||=||\vec{j}||=1)$

0,5 نقطة 1- تحقق أن f معرفة على $\Re - \{-1,2\}$ ثم أوجد العددين الحقيقيين a و b بحيث:

1 نقطة $f(x)=x-\frac{a}{x+1}-\frac{b}{x-2}$

1 نقطة 2- أحسب $f(x)+f(1-x)$ و فسر هندسيا هذه النتيجة.

2,5 نقطة 3- أدرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

1 نقطة 4- أ- بين أن (C_f) يقبل ثلاثة مستقيمات مقاربة.

1 نقطة ب- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل. أرسم (C_f)

1,5 نقطة 5- ليكن العدد $A= \int_0^{\frac{1}{2}}((x - f(x))dx$

ماذا يمثل هندسيا العدد A؟ عين قيمة A.

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

المؤسسة : ثانوية وريدة مداد – الحراش السنة الدراسية : 2011 / 2012

المستوى: 3إت

تصحيح إختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول:6,5 نقاط

أ- رسم (Δ) و (D)

وضع U_0, U_1, U_2, U_3 على محور الفواصل.

ب- (D) تقطع (Δ) في النقطة A(-2,-2)

ج- (Un) متناقصة و محدودة من الأسفل بـ -2 : $\lim Un = -2$

2- أ- من أجل $n=0$ $U_0= 1$ إذن $U_0 \geq -2$

نفرض أن $Un \geq -2$ لنبرهن أن $U_{n+1} \geq -2$ $(n \geq 1)$

علما أن $U_{n+1} = \frac{1}{2} Un - 1$

ب- إتجاه تغير المتتالية (Un) لدينا $U_{n+1} - U_n = \frac{-1}{2}(U_n + 2)$

بما أن $Un \geq -2$ فإن $U_n + 2 \geq 0$ و بالتالي $U_{n+1} - U_n \leq 0$ إذن (Un) متناقصة.

3- أ- $V_{n+1} = U_{n+1} + 2$ و منه $V_{n+1} = \frac{1}{2}(Un+2)$ أي $V_{n+1} = \frac{1}{2} V_n$ إذن (Vn) م. هندسية

أساسها $q = \frac{1}{2}$ و حدها الأول $V_0 = 3$

ب- $Vn = V_0 . q^n$ و منه $Vn = 3 (\frac{1}{2})^n$

إذن $Un = Vn - 2$ $Un = 3 (\frac{1}{2})^n - 2$

بما أن $-1 < \frac{1}{2} \leq 1$ فإن $\lim (\frac{1}{2})^n = 0$ و $\lim Un = -2$

التمرين الثاني:5 نقاط

1- تمثيل سحابة النقط $M_i (x_i , y_i)$

2- G (3,39,88)

3- $a = \frac{\frac{1028,88}{7} - (3 \times 39,88)}{\frac{28}{7}}$ و منه $a=6,83$

المعادلة المختصرة: $b = \bar{y} - a\bar{x}$ و منه $b= 19,39$

و منه : $y = ax+b$ $y= 6,83 x + 19,39$

4- في سنة 2013: $x_i = 9$, $y= 80,86$

التمرين الثالث: 9,5 نقاط

1- نضع $x^2 - x - 2 = 0$ و منه $x'' = 2$ و $x' = -1$ و $D = \Re - \{-1,2\}$

$f(x) = x - \frac{a}{x+1} - \frac{b}{x-2}$

من أجل $a= 1, b= 1$ فإن $f(x) = x - \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}$

2- $f(x) + f(1-x) = 1$ منه (C_f) يقبل مركز تناظر $A(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

$\lim_{x\to+\infty} f(x)= +\infty$, $\lim_{x\to-\infty} f(x)= -\infty$

$\lim_{x\to2^-} f(x)= -\infty$, $\lim_{x\to1^-} f(x)= +\infty$

$\lim_{x\to2^+} f(x)= +\infty$, $\lim_{x\to1^+} f(x)= -\infty$

للمنحنى مستقيمين مقاربين معادلتهما: x=2 , x = - 1

$f`(x)= 1 + \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x-2)^2}$ و من أجل $x\in\Delta$ : $f`(x)> 0$

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f`(x)$	+		+		+		
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$ || $-\infty$		↗ $+\infty$ || $-\infty$		↗ $+\infty$	

إثبات أن (Δ) : y=x مستقيم مقارب مائل: $\lim_{|x|\to+\infty}(- \frac{1}{(x+1)} - \frac{1}{(x-2)})= 0$ $\lim_{|x|\to+\infty} f(x) - x=$

$f(x) - y= \frac{-2x+1}{(x+1)(x-2)}$ محققة

(-2x-1)(x+1) (x-2)

الوضعية:

إشارة $f(x) - y$ من إشارة

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
$f(x)$- y	+		-		0	+		-	
$f(x)$	(Δ) فوق (Cf)				تقاطع			(Δ) تحت (Cf)	

$A= \int_0^{\frac{1}{2}}(x - f(x))\ dx$

هو مساحة حيز المحدد بـ (Cf) و المستقيمات $x= 0$, $x= \frac{1}{2}$ و (Δ).

$A= \int_0^{\frac{1}{2}}(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-2})\ dx$

$A= [Ln\ |x + 1| + \ln|x - 2|]_0^{\frac{1}{2}}\ dx$

$A= (2\ln 3 - 3\ln 2)\ cm^2$

لتكن f دالة عددية معرفة كما يلي: $f(x)= x - \frac{2x-1}{x^2-x-2}$ نسمي (Cf) المنحنى البياني الممثل للدالة f في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ $(||\vec{i}||=||\vec{j}||=1)$

1- تحقق أن f معرفة على $\mathbb{R} - \{-1,2\}$ ثم أوجد العددين الحقيقيين a و b بحيث:

$$f(x)= x - \frac{a}{x+1} - \frac{b}{x-2}$$

2- أحسب $f(x) + f(1-x)$ و فسر هندسيا هذه النتيجة.

2,5 نقطة 3- أدرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

1 نقطة 4- أ- بين أن (C_f) يقبل ثلاثة مستقيمات مقاربة.

1 نقطة ب- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل. أرسم (C_f)

1,5 نقطة 5- ليكن العدد $A= \int_0^{\frac{1}{2}} \big(x - f(x)\big)dx$

ماذا يمثل هندسيا العدد A؟ عين قيمة A.