متقن عين التوتة
القسم 3: تسيير واقتصاد — اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات — 2009/2008
المدة : 3 ساعات
الموضوع الأول

التمرين الأول (4 نقط)

f و F دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$ و $F(x)=\dfrac{x}{1+x^2}$

1) بين أن الدالة F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$
2) استنتج $I=\int_0^1 \dfrac{1-x^2}{(1+x^2)^2}dx$ وفسر بيانيا النتيجة ؟
3) أعط كل الدوال الأصلية للدالة f على $\mathbb{R}$
4) جد الدالة الأصلية G للدالة f والتي تحقق $G(1)=1$

التمرين الثاني (5 نقط)

(u_n) متتالية هندسية معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0=15$ و أساسها $q=\dfrac{1}{2}$

نعرف المتتالية (v_n) بـ : $v_n=\ln(u_n)$ من أجل كل n من $\mathbb{N}$

1) بين أن من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $v_n=\ln 15-n\ln 2$
2) اثبت أن المتتالية (v_n) متتالية حسابية يطاب تعيين أساسها وحدها الأول
3) نضع : $s_n=v_0+v_1+v_2+\cdots+v_n$
   - أ- احسب s_n بدلالة n
   - ب- ادرس نهاية (s_n)
4) من أجل كل n من $\mathbb{N}$، نضع $p_n=u_0\times u_1\times u_2\times\cdots\times u_n$
   - أ- اثبت أن $p_n=e^{s_n}$
   - ب- ادرس نهاية المتتالية (p_n)

التمرين الثالث (7 نقط)

f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\dfrac{3e^x-1}{e^x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$ ما ذا يمثل هذا الحل هندسيا ؟
2) ا- ادرس نهاية f عند $-\infty$. فسر النتيجة بيانيا ؟
   - ب - بين أنه من أجل كل عددحقيقي x ، $f(x)=\dfrac{3-e^{-x}}{1+e^{-x}}$
   - ت- استنتج نهاية f عند $+\infty$ فسر النتيجة بيانيا ؟
3) احسب $f'(x)$ وادرس اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها
4) عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0
5) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=f(x)-(x+1)$
   - أ- بين أنه من أجل كل عددحقيقي x ، $g'(x)=-\left(\dfrac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$
   - ب- ادرس اتجاه تغير g ، احسب $g(0)$ وادرس إشارة $g(x)$ حسب قيم x
   - ت- استنتج وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T)
6) ارسم (T) و (C_f)

التمرين الرابع (4 نقط)

نعتبر زهري نرد D_1 و D_2 اوجههما مرقمة كما يلي :

D_1 : 1، 3، 3، 3، 3، 3 . D_2 : 1 ، 1 ، 2، 3 ، 3 ، 3 .

نفرض أن كل الأوجه لها نفس احتمال الظهور . نرمي D_1 ثم D_2 ونشاهد الرقم الظاهر على كل منهما

نسمي حادثة أولية كل ثنائية $(a;b)$ حيث a الرقم الظاهر على D_1 و b الرقم الظاهر على D_2

1) انقل وأكمل الجدول التالي

a \ b	1	1	2	3	3	3
1	(1;1)					
3	(3;1)					
3						
3						
3						
3						

2) احسب احتمال كل من الحوادث التالية

A "وجهان يحملان نفس الرقم"

B "وجهان يحملان رقمين مختلفين"

C " على الأقل وجه يحمل رقم 1 "

3) عين $P_A(C)$

متقن عين التوتة
2009/2008
القسم : 3 تسييرواقتصاد **اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات**
المدة : 3 ساعات
الموضوع الثاني

التمرين الأول (5 نقط)

نعتبر كيسين احدهما U_1 يحوي 5كرات خضراء و3حمراء والآخر U_2 يحوي 3كرات خضراء و6كرات حمراء .الكرات كلها متماثلة لانفرق بينها عند اللمس.
نرمي زهر نرد متوازن أوجهه مرقمة من 1إلى 6 مرة واحدة فإذا ظهررقم مضاعف للعدد 3 نسحب عشوائيا كرة من الكيس U_1 وإلافنسحب عشوائيا كرة من الكيس U_2
لتكن V الحادثة"الكرة المسحوبة خضراء" و B الحادثة"ظهور رقم مضاعف للعدد3"

1) احسب $P(B)$ و $P(\overline{B})$
2) احسب $P_B(V)$ واستنتج $P_B(\overline{V})$
3) احسب $P_{\overline{B}}(V)$ واستنتج $P_{\overline{B}}(\overline{V})$
4) شكل الشجرة المتوازنة المناسبة
5) استنتج $P(V)$

التمرين الثاني (4 نقط)

من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $u_n = \int_n^{n+1} e^{-x}dx$

1) احسب u_0
2) عبر عن u_n بدلالة n . استنتج طبيعة المتتالية (u_n)
3) نضع : $s_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$. عبر عن s_n بدلالة n
4)عين نهاية المتتالية (s_n)

التمرين الثالث (7 نقط)

الجزء الأول

نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x) = x - 1 + \ln x$

1)احسب نهايات الدالة g عند 0 وعند $+\infty$
2)ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها
3)تحقق أن $g(1) = 0$. استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

الجزء الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{x-1}{x}\ln x$ و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$

1)بين أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$
2)استنتج اتجاه تغير الدالة f
3) أ- احسب نهاية الدالة f عند 0 . فسر النتيجة بيانيا ؟
ب - احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$
4) شكل جدول تغيرات f
5- ارسم المنحنى (C)

التمرين الرابع (4 نقط)

تنتج إحدى المؤسسات الاقتصادية منتوجا بكمية x حيث $0 \le x \le 30$. بينت دراسة أن الكلفة الهامشية المقدرة بـ DA لإنتاج وحدة إضافية معرفة على المجال $[0;30]$ بـ :

$$C_m(x) = 3x^2 - 36x + 750$$

(ص 1)

تقدر المصاريف الثابتة للوحدة من أجل إنتاج هذه الكمية بـ $200DA$

1) الكلفة الكلية C_T هي دالة أصلية لدالة الكلفة الهامشية C_m على المجال $[0;30]$

عين عبارة $C_T(x)$ بدلالة x على المجال $[0;30]$

2) الكلفة المتوسطة هي الدالة C_M المعرفة على المجال $]0;30]$ بـ : $C_M(x) = \dfrac{C_T(x)}{x}$

أ - عين عبارة $C_M(x)$

ب – احسب $C_M(10)$ و $C_m(10)$. ماذا تلاحظ ؟