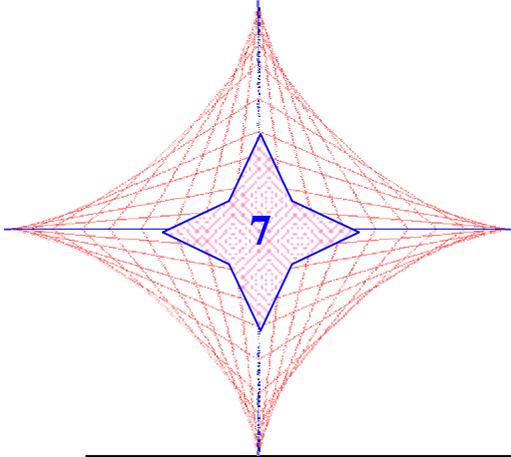


المتتاليات العددية



الباب 7: المتتاليات العددية

1. عموميات. \hat{e}
2. المتتاليات الحسابية.
3. المتتاليات الهندسية.

الكفاءات المستهدفة :

شعبة آداب	شعبة تسيير واقتصاد
<ul style="list-style-type: none">- التعرف على متتالية حسابية أو متتالية هندسية.- معرفة واستعمال خاصية ثلاثة حدود متتابة في متتالية.- معرفة واستعمال الوسط الحسابي، الوسط الهندسي.- حساب مجموع n حدا الأولى لمتتالية.- تحديد اتجاه تغير متتالية حسابية أو هندسية.- دراسة وضعيات يؤول حلها إلى دراسة متتاليات حسابية أو إلى متتاليات هندسية.	<ul style="list-style-type: none">- تعريف متتالية عددية واستعمال الكتابات والتعابير المناسبة.- معرفة طرق توليد متتالية.- حساب الحد من المرتبة n لمتتالية.- تعريف متتالية حسابية أو هندسية والتعرف عليها تبعا لطريقة توليدها ووصفها باستعمال التعبير المناسب.- حساب الحد من المرتبة n لمتتالية حسابية أو هندسية بمعرفة حدّها الأوّل وأساسها.- معرفة اتجاه تغير متتالية حسابية أو هندسية.- حساب مجموع n حدا متتابة لمتتالية حسابية أو هندسية.

جدول تفصيل الأجزاء :

طرائق	معارف	أنشطة تمهيدية
1	1. مفهوم متتالية 2. طرق توليد متتالية 3. التمثيل البياني لمتتالية 4. اتجاه تغيّر متتالية	1. عموميات
2	1. تعريف 2. حساب الحدّ العام u_n 3. مجموع حدود متتابعة 4. التمثيل البياني 5. اتجاه التغيّر	2. المتتاليات الحسابية
3	1. تعريف 2. حساب الحدّ العام u_n 3. مجموع حدود متتابعة 4. التمثيل البياني 5. اتجاه التغيّر	3. المتتاليات الهندسية
4	4. نمذجة وضعيات باستعمال متتاليات.	

توجيهات لتنفيذ الأنشطة :

استبيان متعدد الإجابات :

الهدف من الاستبيان قياس درجة تحكّم التلميذ في بعض المفاهيم المرتبطة بالمتتاليات العددية. تخصّ الأسئلة المقترحة العمل على الأسس والكتابات بأدلة وكذا إتمام انتظامات أعداد.

أنشطة تمهيدية :

نشاط 1: تطوّر سكان «

إنّ الوضعية المقترحة مألوفة والهدف منها هو جعل التلميذ يدرك فائدة الأداة الرياضية المتمثلة في المتتاليات العددية لحلّ المشكلة المقترحة.

نشاط 2: المتتاليات الحسابية

الهدف من هذا النشاط معالجة وضعية مألوفة تتمثل في إيداع مبلغ من المال بفائدة بسيطة باستعمال المتتاليات الحسابية.

نشاط 3: المتتاليات الهندسية

تعدّ الوضعية المقترحة إحدى الوضعيات المعروفة قديماً. الهدف من هذا النشاط هو جعل التلميذ ينمذج الوضعية ويحلّها باستعمال المتتاليات الهندسية. وهي فرصة يستعمل من خلالها الجدول للإجابة عن بعض الأسئلة المطروحة.

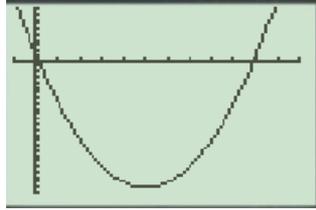
1.15

(u_n) معرفة بعلاقة من الشكل

$u_n = f(n)$ حيث f هي

الدالة $f(x) = x^2 - 10x + 1$ $x \in \mathbb{N}$

(2) باستعمال حاسبة، نحصل على التمثيل البياني الآتي للدالة f :



(3) من دراسة تغيرات f نستنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).

المتتاليات الحسابية

18

(أ) $u_2 = -0,75$ ، $u_1 = -0,875$

و $u_3 = -0,625$.

(ب) من أجل كل عدد طبيعي

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{8}, n$$

المتتالية (u_n) $_{n \in \mathbb{N}}$ حسابية، أساسها

$$r = \frac{1}{8} = 0,125$$

19

(أ) $u_3 = 5$ ، $u_2 = 8$ ، $u_1 = 11$

و $u_{25} = -61$.

(ب) من أجل كل عدد طبيعي n ،

$$u_n = 14 - 3n$$

1

أصحیح أم خاطئ

(أ) خاطئ. (ك) خاطئ.

(ب) خاطئ. (ل) خاطئ.

(د) خاطئ. (و) صحيح.

(هـ) خاطئ. (ي) صحيح.

عموميات

2

$$u_{n+3} = 2n^2 + 9n + 2 ; u_{n+1} = 2n^2 + n + 1$$

$$; u_{2n+1} = 8n^2 + 2n + 1$$

$$u_n - 1 = 2n^2 - 3n + 1$$

3

(أ) 0 ، 2 ، 4 ، 6 ، 8 ، 10 ، 12 ...

(ب) -2 ، 0,5 ، 3 ، 5,5 ، 8 ، 10,5 ...

13 ...

(ج) 1 ، 5 ، 25 ، 125 ، 625 ، 3125 ...

15625 ...

7

$u_2 = -0,429$ ؛ $u_1 = -0,5$

... ؛ $u_3 = -0,416$

9

(أ) الشكل 2 هو التمثيل البياني للمتتالية

التي حدّها العام $u_n = 3n - 7$.

(ب) الشكل 1 هو التمثيل البياني للمتتالية

التي حدّها العام $u_n = 2^n$.

22

(2) الأعداد a, b, c بهذا الترتيب حدود متتابعة لمتتالية حسابية أساسها r . نضع $a = b - r$ و $c = b + r$ ونعوّض في الجملة المفروضة.

$$\text{نحصل على } \begin{cases} r = 3 \\ b^2 = 64 \end{cases} \text{ ونستخلص ...}$$

.24

$$. r = 7 \quad (1)$$

(2) من أجل كلّ عدد طبيعي n ,

$$. u_n = 1 + 7n$$

$$. n = 86 \quad (3)$$

$$. S = 26\,274 \quad (4)$$

.25

1. من أجل كلّ n من

$$a = 1 \text{ (أي } u_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \text{، } \forall n^*$$

$$\text{و } (b = -1)$$

2.

$$S = u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

$$= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

$$= 1 - \frac{1}{n+1}$$

المتتاليات الهندسية

.29

أ) الأعداد $\frac{128}{189}, \frac{32}{63}, \frac{8}{21}, \frac{2}{7}$ حدود

متتابعة لمتتالية هندسية.

ب) الأعداد $\frac{5}{2}, \frac{10}{3}, \frac{20}{3}$ ليست حدودا متتابعة لمتتالية هندسية.

.32

$$\text{أ) } u_3 = 6, u_2 = 12, u_1 = 24$$

ب) من أجل كلّ عدد طبيعي غير منعدم n ,

$$u_n = 48 \times (0,5)^n$$

.34

$$\alpha = 24$$

.37

$$\text{نضع } u_n = \frac{3}{5^n} = 3 \times \left(\frac{1}{5}\right)^n$$

(u_n) متتالية هندسية حدها الأول 3

$$\text{و أساسها } q = \frac{1}{5}$$

بما أن $0 < q < 1$ فإنّ (u_n) متتالية

متناقصة تماما.

.39

(2) S_n هو مجموع حدود متتابعة لمتتالية

هندسية أساسها 2 وحدها الأول 1 .

$$1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n = 1 \times \frac{1 - 2^{n+1}}{1 - 2} = 2^{n+1} - 1$$

مسائل

.43

مدة الإيداع هي 16 شهرا.

.46

$$u_n = 25000 \times (1,05)^n \quad 1.$$

$$v_n = 25000 + 3300 \times n \quad \text{و}$$

2. باستعمال مجداول، نجد:

من أجل $1 \leq n < 36$ فإنّ $v_n > u_n$.

من أجل $n \geq 36$ فإنّ $u_n > v_n$

بمعنى أنّ الإيداع بالكيفية الأولى يكون أفيد

لمدة تقل عن 36 سنة والإيداع بالكيفية

الثانية يكون أفيد لمدة تساوي أو تزيد عن

36 سنة.

.49

$$1. \text{ أ) } h_2 = 1,28 m, \quad h_1 = 1,60 m$$

$$h_3 = 1,024 m$$

$$\text{ب) } h_{n+1} = 0,8 \times h_n$$

2 (h_n) متتالية هندسية حدها الأول

وأساسها 0,8.

ج) من أجل كلّ n ، $h_n = 2 \times (0,8)^n$.

2. $n = 8$.